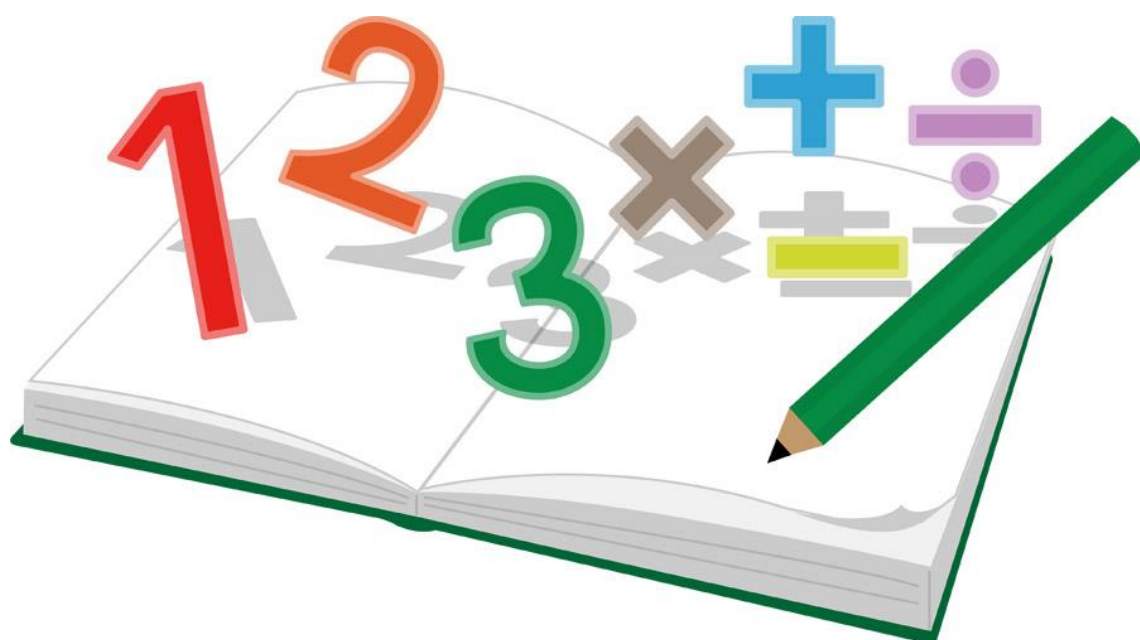


数学発展課題

整数の性質



()年()組()番 氏名()

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

1 以下の問いに答えよ。

- (1) $2x^2 - 3x + y - 9 = 0$ を満たす自然数 x, y の組をすべて求めよ。
- (2) $x + 2y + 3z = 10$ を満たす自然数 x, y, z の組をすべて求めよ。
- (3) $x^2 + 2xy + 3y^2 = 19$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

2 以下の問いに答えよ。

- (1) $3x + 2y = 15$ を満たす自然数 x, y の組をすべて求めよ。
- (2) $x^2 = y^2 + 24$ を満たす自然数 x, y の組をすべて求めよ。
- (3) $x^2 - y^2 + 4x + 2y - 2 = 0$ を満たす自然数 x, y の組をすべて求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

3 以下の問いに答えよ。

- (1) $xy - 2x - 3y + 2 = 0$ を満たす自然数 x, y の組をすべて求めよ。
- (2) $2xy + 3x + y - 9 = 0$ を満たす負でない整数 x, y の組をすべて求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

4 以下の問いに答えよ。

(1) $x^2 - 2xy - 3y^2 + 4x + 12y - 17 = 0$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

(2) $5x^2 + 2xy + y^2 - 12x + 4y + 11 = 0$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

5 以下の問いに答えよ。

- (1) $x + y + z = xyz$ を満たす自然数 x, y, z の組をすべて求めよ。
- (2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2}$ を満たす自然数 x, y, z の組をすべて求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

6 以下の問いに答えよ。

(1) $\sqrt{x^2 - 12}$ が整数となるような整数 x をすべて求めよ。

(2) $\sqrt{x^2 + x - 1}$ が整数となるような整数 x をすべて求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

7 以下の問いに答えよ。

- (1) $\frac{15x+1}{3x-2}$ が整数となるような整数 x をすべて求めよ。
- (2) $\frac{4x}{x^2+2x+2}$ が整数となるような整数 x をすべて求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

8 以下の問いに答えよ。

(1) $x^3 + y^3 = 91$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

(2) $x^3 - y^3 = 217$ を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

9 $x^2 = 2^y + 1$ を満たす自然数 x, y の組をすべて求めよ。

10 方程式 $9x - 5y = 3 \cdots ()$ がある。

- (1) () を満たす 1 桁の正の整数 x, y の組を 1 組求めよ。
- (2) () の整数解をすべて求めよ。
- (3) () を満たす整数 x, y について, $3x - y$ が 3 桁の自然数で, かつ 9 の倍数となるような x, y の組は全部で何組あるか。またこのうち, $3x - y$ の値が最大となるときの x, y の組を求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

11 2つの自然数 m, n があり, m, n の最大公約数を G , 最小公倍数を L とする。

(1) $m = 63, n = 105$ とする。 G と L の値をそれぞれ求めよ。

(2) m, n は2桁の自然数で, $m > n$ であるとする。 $G = 13, L = 455$ のとき, m と n の値をそれぞれ求めよ。

(3) m と n を(2)で求めた数とする。 $mx + ny = 13$ を満たす整数 x, y の組のうち, $\sqrt{x+y}$ の値が30以下の整数となるような x, y の組は全部で何組あるか求めよ。

12 n を自然数とし, $p = \sqrt{56n}$ とする。

- (1) p が自然数となる最小の自然数 n を求めよ。また, そのときの p の値を求めよ。
- (2) (1) で求めた p に対して $N = \sqrt{m^2 - p}$ とする。 N が自然数となる自然数 m を求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

13 m, n, N を自然数とし, 等式 $m^2(n-1) = N \cdots ()$

を考える。

(1) $N = 4$ とする。等式 $()$ を満たす m, n の組をすべて求めよ。

(2) $N = 600$ とする。等式 $()$ を満たす m, n の組のうち, m と n が互いに素である組をすべて求めよ。

14 60 と 252 の最大公約数を G , 最小公倍数を L とする。

(1) G と L の値をそれぞれ求めよ。

(2) $P = pG$, $Q = qG$ (ただし, p , q は互いに素な自然数) とする。 P と Q の最小公倍数が L となるとき, pq の値を求めよ。またこのとき, 和 $P + Q$ が最小となるような P , Q の値を求めよ。ただし, $P > Q$ とする。

(3) P と Q を (2) で求めた値とする。 $Pa + Qb = 96$ となるような整数 a , b の組をすべて求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

15

4桁の自然数 N があり, N の千の位の数 は 1, 百の位の数 は a , 十の位の数 は 1, 一の位の数 は b である。

(1) N が 9 の倍数であるとき, $a + b$ の値をすべて求めよ。

(2) N が 45 の倍数であるとき, N をすべて求めよ。

(3) (2) で求めた N のうち, 最小のものを M とする。 M 以下で, M との最大公約数が 9 となるような自然数の個数を求めよ。

16 素数 p と 20 以下の自然数 x, y があり,

等式 $xy - x - 3y + 3 = p \cdots ()$ を満たしている。

(1) $p = 5$ のとき, $()$ を満たす x, y の値の組 (x, y) をすべて求めよ。

(2) $()$ を満たす p, x, y の値の組 (x, y, p) の総数を求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

17 自然数 a, b, k は次の 2 つの条件を満たす。

- $a + 15$ は b で割ると商が 2 で、余りが $2k$ である。
- $b + 2$ は a で割り切れ、商は k である。

(1) a と k の関係式を求めよ。

(2) 条件を満たす a, b, k の値の組 (a, b, k) をすべて求めよ。

18 自然数 n に対して, すべての正の約数の和を $S(n)$ とす

る。たとえば, $S(2) = 1 + 2 = 3$ である。

(1) $S(6)$ を求めよ。また, a が素数であるとき, $S(a)$ を a を用いて表せ。

(2) a, b は素数で, $a > b$ とする。 $S(ab) = ab + 9$ を満たすような a, b の値を求めよ。

(3) a, b は素数で, $a > b$ とする。 $S(ab^2) = ab^2 + 41$ を満たすような a, b の値を求めよ。

整数の性質

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

19 x, y は整数で, 等式 $5x = 7(y-1) \cdots ()$ がある。

- (1) $10 \leq x \leq 30$ とする。等式 () を満たす整数 x, y の組をすべて求めよ。
- (2) y は, 11 で割ると 5 余る 3 桁の整数とする。等式 () を満たす整数 x, y の組うち, y が最小である組を求めよ。
- (3) (2) で求めた y の値を M として, $N = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times M$ とする。 L と奇数として, $N = 2^p \times L$ (p は自然数) と表すとき, p の値を求めよ。

20 2つの自然数 x, y がある。 x, y の最大公約数を G , 最小公倍数を L で表す。

(1) $x = 84, y = 98$ とする。このとき, G の値を求めよ。

また, L の値を求めよ。

(2) x, y が $xy = 432, L = 72$ を満たしている。このとき, G の値を求めよ。また, x, y の組をすべて求めよ。ただし, $x > y$ とする。

(3) x, y が $x + y = 9G$ を満たしている。このとき, すべての x, y の組に対して, $\frac{y}{x}$ の値を求めよ。ただし, $x > y$ とする。