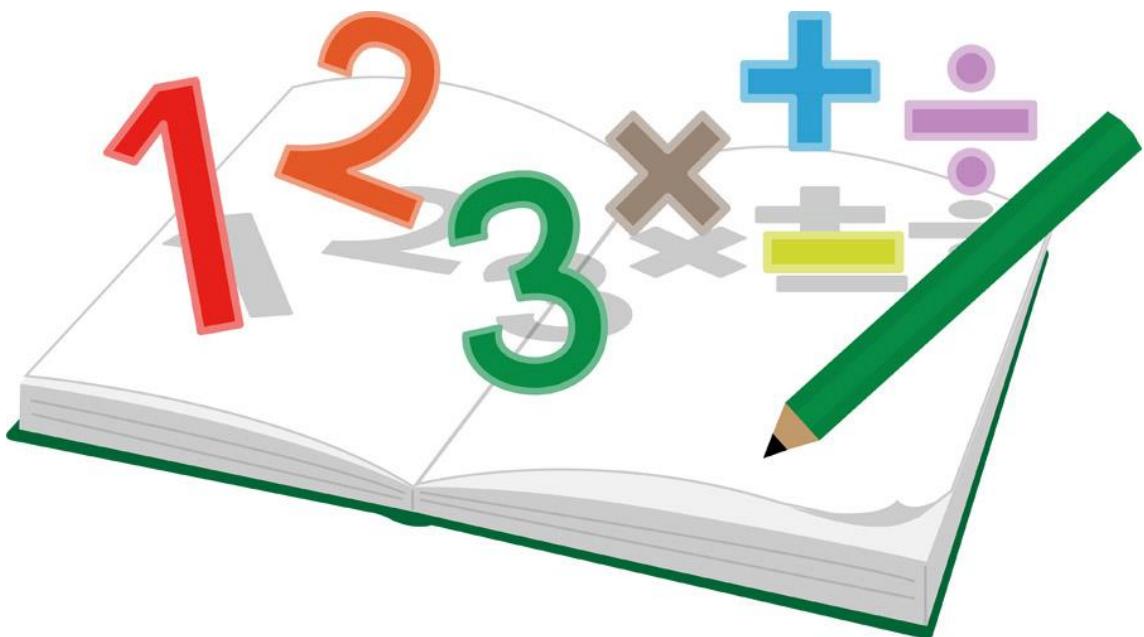


# 数学発展課題

## 整数の性質



(　　)年(　　)組(　　)番 氏名(　　)

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

1 以下の問いに答えよ。

- (1)  $2x^2 - 3x + y - 9 = 0$  を満たす自然数  $x, y$  の組をすべて求めよ。
- (2)  $x + 2y + 3z = 10$  を満たす自然数  $x, y, z$  の組をすべて求めよ。
- (3)  $x^2 + 2xy + 3y^2 = 19$  を満たす整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

2 以下の問いに答えよ。

- (1)  $3x + 2y = 15$  を満たす自然数  $x, y$  の組をすべて求めよ。
- (2)  $x^2 = y^2 + 24$  を満たす自然数  $x, y$  の組をすべて求めよ。
- (3)  $x^2 - y^2 + 4x + 2y - 2 = 0$  を満たす自然数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

3 以下の問いに答えよ。

(1)  $xy - 2x - 3y + 2 = 0$  を満たす自然数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

(2)  $2xy + 3x + y - 9 = 0$  を満たす負でない整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

4 以下の問いに答えよ。

(1)  $x^2 - 2xy - 3y^2 + 4x + 12y - 17 = 0$  を満たす整数  $x, y$

の組をすべて求めよ。

(2)  $5x^2 + 2xy + y^2 - 12x + 4y + 11 = 0$  を満たす整数  $x, y$

の組をすべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

5 以下の問い合わせよ。

(1)  $x + y + z = xyz$  を満たす自然数  $x, y, z$  の組をすべて

求めよ。

(2)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2}$  を満たす自然数  $x, y, z$  の組を  
すべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

6 以下の問いに答えよ。

- (1)  $\sqrt{x^2 - 12}$  が整数となるような整数  $x$  をすべて求めよ。
- (2)  $\sqrt{x^2 + x - 1}$  が整数となるような整数  $x$  をすべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

7 以下の問いに答えよ。

- (1)  $\frac{15x+1}{3x-2}$  が整数となるような整数  $x$  をすべて求めよ。
- (2)  $\frac{4x}{x^2+2x+2}$  が整数となるような整数  $x$  をすべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_ 年 \_\_\_\_ 月 \_\_\_\_ 日

8 以下の問いに答えよ。

- (1)  $x^3 + y^3 = 91$  を満たす整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。
- (2)  $x^3 - y^3 = 217$  を満たす整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

- 9  $x^2 = 2^y + 1$  を満たす自然数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

**10** 方程式  $9x - 5y = 3 \cdots ( )$  がある。

- (1) ( ) を満たす 1 枝の正の整数  $x, y$  の組を 1 組求めよ。
- (2) ( ) の整数解をすべて求めよ。
- (3) ( ) を満たす整数  $x, y$  について,  $3x - y$  が 3 枝の自然数で, かつ 9 の倍数となるような  $x, y$  の組は全部で何組あるか。またこのうち,  $3x - y$  の値が最大となるときの  $x, y$  の組を求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_ 年 \_\_\_\_ 月 \_\_\_\_ 日

**11** 2つの自然数  $m, n$  があり,  $m, n$  の最大公約数を  $G$ ,  
最小公倍数を  $L$  とする。

(1)  $m = 63, n = 105$  とする。  $G$  と  $L$  の値をそれぞれ求めよ。

(2)  $m, n$  は 2 极の自然数で,  $m > n$  であるとする。  $G = 13, L = 455$  のとき,  $m$  と  $n$  の値をそれぞれ求めよ。

(3)  $m$  と  $n$  を (2) で求めた数とする。  $mx + ny = 13$  を満たす整数  $x, y$  の組のうち,  $\sqrt{x+y}$  の値が 30 以下の整数となるような  $x, y$  の組は全部で何組あるか求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

**12**  $n$  を自然数とし,  $p = \sqrt{56n}$  とする。

(1)  $p$  が自然数となる最小の自然数  $n$  を求めよ。また, そのときの  $p$  の値を求めよ。

(2) (1) で求めた  $p$  に対して  $N = \sqrt{m^2 - p}$  とする。 $N$  が自然数となる自然数  $m$  を求めよ。

## 整数の性質 平成 \_\_\_\_ 年 \_\_\_\_ 月 \_\_\_\_ 日

13  $m, n, N$  を自然数とし, 等式  $m^2(n-1) = N \cdots ( )$

を考える。

(1)  $N = 4$  とする。等式 ( ) を満たす  $m, n$  の組をすべて求めよ。

(2)  $N = 600$  とする。等式 ( ) を満たす  $m, n$  の組のうち,  $m$  と  $n$  が互いに素である組をすべて求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_ 年 \_\_\_\_ 月 \_\_\_\_ 日

**14** 60 と 252 の最大公約数を  $G$  , 最小公倍数を  $L$  とする。

(1)  $G$  と  $L$  の値をそれぞれ求めよ。

(2)  $P = pG$ ,  $Q = qG$  (ただし ,  $p$ ,  $q$  は互いに素な自然数)  
とする。  $P$  と  $Q$  の最小公倍数が  $L$  となるとき ,  $pq$  の値  
を求めよ。またこのとき , 和  $P + Q$  が最小となるよう  
な  $P$ ,  $Q$  の値を求めよ。ただし ,  $P > Q$  とする。

(3)  $P$  と  $Q$  を (2) で求めた値とする。  $Pa + Qb = 96$  となる  
ような整数  $a$ ,  $b$  の組をすべて求めよ。

## 整数の性質 平成 \_\_\_\_ 年 \_\_\_\_ 月 \_\_\_\_ 日

**15** 4桁の自然数  $N$  があり,  $N$  の千の位の数は 1, 百の位の数は  $a$ , 十の位の数は 1, 一の位の数は  $b$  である。

- (1)  $N$  が 9 の倍数であるとき,  $a + b$  の値をすべて求めよ。
- (2)  $N$  が 45 の倍数であるとき,  $N$  をすべて求めよ。
- (3) (2) で求めた  $N$  のうち, 最小のものを  $M$  とする。 $M$  以下で,  $M$  との最大公約数が 9 となるような自然数の個数を求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_ 年 \_\_\_\_ 月 \_\_\_\_ 日

**16** 素数  $p$  と 20 以下の自然数  $x, y$  があり ,

等式  $xy - x - 3y + 3 = p \cdots ( )$  を満たしている。

(1)  $p = 5$  のとき , ( ) を満たす  $x, y$  の値の組  $(x, y)$  をすべて求めよ。

(2) ( ) を満たす  $p, x, y$  の値の組  $(x, y, p)$  の総数を求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

**17** 自然数  $a, b, k$  は次の 2 つの条件を満たす。

- $a + 15$  は  $b$  で割ると商が 2 で、余りが  $2k$  である。
- $b + 2$  は  $a$  で割り切れ、商は  $k$  である。

(1)  $a$  と  $k$  の関係式を求めよ。

(2) 条件を満たす  $a, b, k$  の値の組  $(a, b, k)$  をすべて求めよ。

## 整数の性質 平成 \_\_\_\_ 年 \_\_\_\_ 月 \_\_\_\_ 日

18 自然数  $n$  に対して、すべての正の約数の和を  $S(n)$  とする。

たとえば、 $S(2) = 1 + 2 = 3$  である。

(1)  $S(6)$  を求めよ。また、 $a$  が素数であるとき、 $S(a)$  を  $a$  を用いて表せ。

(2)  $a, b$  は素数で、 $a > b$  とする。 $S(ab) = ab + 9$  を満たすような  $a, b$  の値を求めよ。

(3)  $a, b$  は素数で、 $a > b$  とする。 $S(ab^2) = ab^2 + 41$  を満たすような  $a, b$  の値を求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_ 年 \_\_\_\_ 月 \_\_\_\_ 日

**19**  $x, y$  は整数で, 等式  $5x = 7(y - 1) \cdots ( )$  がある。

(1)  $10 \leq x \leq 30$  とする。等式 ( ) を満たす整数  $x, y$  の組をすべて求めよ。

(2)  $y$  は, 11 で割ると 5 余る 3 衝の整数とする。等式 ( ) を満たす整数  $x, y$  の組うち,  $y$  が最小である組を求めよ。

(3) (2) で求めた  $y$  の値を  $M$  として,  $N = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times M$  とする。 $L$  と奇数として,  $N = 2^p \times L$  ( $p$  は自然数) と表すとき,  $p$  の値を求めよ。

## 整数の性質

平成 \_\_\_\_\_ 年 \_\_\_\_\_ 月 \_\_\_\_\_ 日

**20** 2つの自然数  $x, y$  がある。 $x, y$  の最大公約数を  $G$  , 最小公倍数を  $L$  で表す。

(1)  $x = 84, y = 98$  とする。このとき ,  $G$  の値を求めよ。

また ,  $L$  の値を求めよ。

(2)  $x, y$  が  $xy = 432, L = 72$  を満たしている。このとき ,  $G$  の値を求めよ。また ,  $x, y$  の組をすべて求めよ。ただし ,  $x > y$  とする。

(3)  $x, y$  が  $x + y = 9G$  を満たしている。このとき , すべての  $x, y$  の組に対して ,  $\frac{y}{x}$  の値を求めよ。ただし ,  $x > y$  とする。