数学発展課題

probability

(　　)年(　　)組(　　　)番　氏名(　　　　　　　　　　　　　　　　)

場合の数　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

1　１，２，３，４の数字が１つずつ書かれた４個の白球と３，４，５の数字が１つずつ書かれた３個の赤球がある。この７個の球を数字が見えるよう左から１列に並べる。ただし，球の色と書かれている数字の両方で球を区別する。

(1) 並べ方は全部で何通りあるか。。

(2) 白球と赤球が交互に並ぶような並べ方は全部で何通りあるか。また，両端が同じ数字であるような並べ方は全部で何通りあるか。

(3) 数字の２が書かれた球と数字の３が書かれた球が隣り合わないような並べ方は全部で何通りあるか。ただし，数字の３が書かれた２個の球は隣り合ってもよいものとする。

2 袋の中に$\boxed{1}$, $\boxed{1}$, $\boxed{1}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{4}$ の１０枚のカードが入っている。この袋から同時に３枚のカードを取り出し，書かれている数の最大値を X とする。例えば，$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{2}$ のカードを取り出したときは，$X=2$ である。

(1) $X=1$ となる確率を求めよ。

(2) $X=4$ となる確率を求めよ。

(3) X の期待値を求めよ。

場合の数　平成＿＿年＿＿月＿＿日

$\boxed{\mathbf{3}}$ A, A, B, B, C, D の 6 個の文字を横一列に並べる。

（1）並べ方は全部で何通りあるか。

（2）C と D が隣り合う並べ方は全部で何通りあるか。

（3）C が B と隣り合わない並べ方は全部で何通りあるか。

確率　　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

4 袋の中に白球１個と赤球２個が入っている。この袋から球を１個取り出し，色を確認してもとに戻す。この試行を赤球が連続して２回出るまで行う。ただし，この試行を５回行っても赤球が連続して出ないときは，そこで試行をやめる。このとき，試行をやめるまでに出る白球の個数を考える。

(1) 白球が５個である確率を求めよ。

(2) 白球が０個である確率を求めよ。また，白球が１個である確率を求めよ。

(3) 白球の個数の期待値を求めよ。

場合の数

平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

5 ７個の数字０，１，２，３，４，５，６ から異なる４個を取り出して並べ，４桁の整数をつくる。

（1）整数は全部で何個できるか。

（2）偶数は全部で何個できるか。

（3）３の倍数は全部で何個できるか。

6 座標平面上において，点 P が次の規則にしたがって移動する。

さいころを 1 回投げて

- 1, 2, 3, 4 の目が出たとき，x 軸方向に 1 だけ移動する。
- 5, 6 の目が出たとき，y 軸方向に 2 だけ移動する。

点 P は最初原点にあって，この試行を 4 回繰り返す。ただし，途中で点 P が $(0,\ 6)$ に移動すると，次の試行を行わず，そこで終了する。

(1) 点 P が $(4,\ 0)$ に到達する確率，$(3,\ 2)$ に到達する確率をそれぞれ求めよ。

(2) 点 P が移動した道のりを X とする。例えば，さいころの目が 1, 2, 5, 4 と出た場合，点 P は $(1,\ 0)$, $(2,\ 0)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 2)$ と移動し，$X = 1 + 1 + 2 + 1 = 5$ である。このとき，$X = 6$ となる確率を求めよ。

(3) (2) において定めた X の期待値を求めよ。

場合の数　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

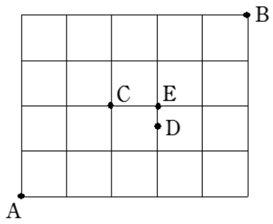
$\boxed{7}$ 図のような街路を，A 地点から B 地点まで最短経路で行く。

(1) 最短経路は全部で何通りあるか。

(2) C 地点を通る場合の最短経路は全部で何通りあるか。

(3) D 地点を通る場合の最短経路は全部で何通りあるか。

(4) E 地点では右折禁止になっている場合の最短経路は全部で何通りあるか。



確率　平成＿＿年＿＿月＿＿日

8 1, 2, 3, 4, 5 の数字が１つずつ書かれたカードが，それぞれ２枚ずつ計１０枚ある。これらをよくかき混ぜて，同時に３枚のカードを取り出す。

(1) 取り出したカードに書かれた数字が，1, 3, 5 である確率を求めよ。

(2) 取り出したカードに書かれた数字が，1, 1, 2 のように，２枚が同じ数字である確率を求めよ。

(3) 取り出したカードに書かれた数字の和が１０である確率を求めよ。

場合の数　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

9 図１のような１２個のマスを持つ図形があり，上から１行目，２行目，３行目，４行目と呼ぶことにする。この図形の４個のマスを選んで○印をつける。

（1）○印のつけ方は全部で何通りあるか。

（2）○印がつかない行が少なくとも１つあるような○印のつけ方は全部で何通りあるか。

（3）○印のついたマスの横隣のマスには○印をつけないとき，○印のつけ方は全部で何通りあるか。たとえば図２は適するが，図３は適さない。

図１

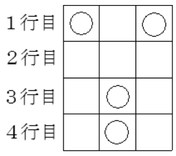


図２

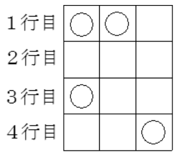


図３

確率　　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

10 図１のような経路がある。
はじめに，点 O に駒を置き，１個のさいころを投げ，出た目の数によって，図２の方向にある隣の点に駒を動かす。ただし，矢印の向きに点がないときは駒を動かさない。
例えば，駒が点 D にあるとき，１の目が出れば点 E に，２の目が出れば点 C に駒を動かし，３，４，５，６の目が出れば駒を動かさない。

(1)　２回さいころを投げた結果，駒が点 A にある確率を求めよ。
(2)　２回さいころを投げた結果，駒が点 B にある確率を求めよ。
(3)　３回さいころを投げた結果，駒が点 B にある確率を求めよ。

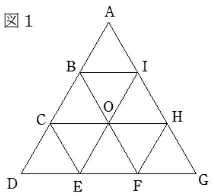
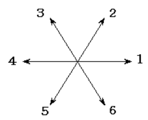
図１


図２


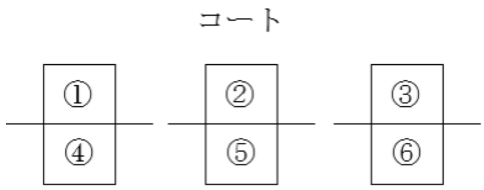
場合の数　　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

11 A, B, C, D, E, F の６人が図のような３つのコートにそれぞれ２人ずつ入り，同じコートの者どうしが対戦する。

(1)　６人が①～⑥の場所にそれぞれ１人ずつ入る方法は全部で何通りあるか。

(2)　コートと①～⑥の場所を区別しないとき，６人の対戦のしかたは全部で何通りあるか。

(3)　６人を①～③に入る X チーム，④～⑥に入る Y チームの３人ずつに分ける。コートを区別しないとき，６人の対戦のしかたは全部で何通りあるか。また，このうち，A，B の２人が対戦しないような対戦のしかたは全部で何通りあるか。



12 袋の中に数字 1, 2, 4, 6 が書かれた玉が各１個，数字 3, 5 が書かれた玉が各２個の合計８個が入っている。この袋から同時に３個の玉を取り出し，それらに書かれた数により次のように得点を決める。

(ア) 取り出した３個に書かれた数がすべて異なるときは，２番目に大きい数

(イ) 取り出した３個に書かれた数のうち２つが同じときは，２つの玉に書かれた数

例えば，3, 4, 6 と出れば得点は 4 点であり，1, 5, 5 と出れば得点は 5 点である。

(1) 得点が 2 点である確率を求めよ。

(2) 得点が 3 点である確率を求めよ。

(3) 得点の期待値を求めよ。

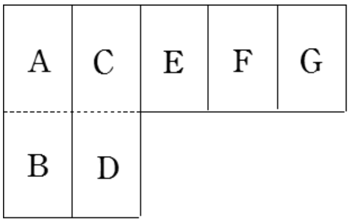
場合の数　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

13 図のように，A から G までの７区画からなる駐車場がある。乗用車は１区画に１台ずつ駐車でき，トラックは A と B の区画を合わせた場所に１台，C と D の区画を合わせた場所に１台駐車できるものとする。

(1) 異なる３台の乗用車を駐車する方法は全部で何通りあるか。

(2) 異なる２台の乗用車と，１台のトラックを駐車する方法は全部で何通りあるか。

(3) 異なる乗用車が７台と異なるトラックが２台ある。この駐車場の区画に，空きがないように駐車する方法は全部で何通りあるか。ただし，駐車できない車があってもよいものとする。



確率　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

14 １つのさいころを５回続けて投げる。

(1) ５回とも奇数の目が出る確率を求めよ。

(2) ５回のうち１回だけ２の目が出て，残り４回は奇数の目が出る確率を求めよ。

(3) 各回に出た目の数の積が８の倍数となる確率を求めよ。

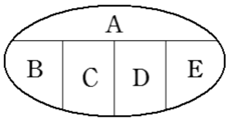
場合の数　平成＿＿年＿＿月＿＿日

15 図のような A, B, C, D, E の５か所に色をぬる。ただし，隣り合う部分は，異なる色をぬる。

（1）赤，青，緑，黄，茶の５色をすべて使って A〜E に色をぬる方法は全部で何通りあるか。

（2）赤，青，緑の３色だけをすべて使って A〜E に色をぬる方法は全部で何通りあるか。

（3）赤，青，緑，黄，茶の５色で A〜E に色をぬる方法は全部で何通りあるか。ただし，使わない色があってもよい。



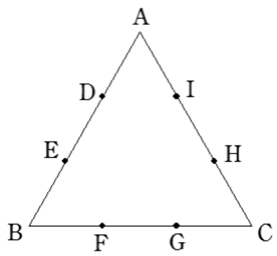
確率　　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

16 正三角形 ABC があり，右の図のように辺 AB を３等分する点を D と E，辺 BC を３等分する点を F と G，辺 CA を３等分する点を H と I とする。A〜I の９点から，無作為に３点を選ぶ。

(1) 選び方は全部で何通りあるか。また，選んだ３点が一直線上に並ぶ確率を求めよ。

(2) 選んだ３点を線分で２点ずつ結んだとき，この３本の線分で正三角形ができる確率を求めよ。

(3) 選んだ３点を線分で２点ずつ結んだとき，この３本の線分でできる三角形が正三角形であれば１００点，直角三角形であれば５０点，その他の三角形であれば１０点を得るものとする。また，三角形ができないときは０点を得るものとする。このとき，得点の期待値を求めよ。



場合の数　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

17 赤色のカードが４枚，白色のカードが３枚，黄色のカードが２枚，合計９枚のカードがある。ただし，同じ色のカードは区別しないものとする。

(1)　９枚のカードをすべて一列に並べる方法は全部で何通りあるか。

(2)　(1) の並べ方の中で，黄色のカードが隣りあわないような並べ方は全部で何通りあるか。

(3)　これら９枚のカードから４枚を取り出して一列に並べる。両端が同じ色となる並べ方は全部で何通りあるか。

18 動点 P は数直線上を次の規則に従って移動するものとする。

- 「さいころを１個投げて，１または２の目が出たときは正の向きに２だけ移動し，それ以外のときは負の向きに１だけ移動する」

ただし，動点 P は初め原点にあるものとする。

(1) さいころを３回投げたとき，動点 P の座標が６となる確率を求めよ。

(2) さいころを３回投げたとき，動点 P の座標が０となる確率を求めよ。

(3) さいころを３回投げたとき，動点 P の座標の値の期待値を求めよ。

19 大人４人と子ども３人の計７人が一列に並ぶ。

(1) 並び方は何通りあるか。また，大人が４人とも隣り合うような並び方は何通りあるか。

(2) 大人４人はどの２人も隣り合わないような並び方は何通りあるか。

(3) 大人どうしが３人以上隣り合うような並び方は何通りあるか。

確率　　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

20 数字１，２，３，４と書かれた球が，それぞれ１個，２個，３個，４個ずつある。これらの１０個の球から無作為に３個の球を同時に取り出す。

(1) ３個とも数字３が書かれた球となる確率を求めよ。

(2) ３個とも同じ数字が書かれた球となる確率を求めよ。

(3) ３個の球に書かれた数字が２種類となる確率を求めよ。

場合の数　平成＿＿年＿＿月＿＿日

21 右の図のような９人分のロッカーがあり，上段には１，２，３の番号，中段には４，５，６の番号，下段には７，８，９の番号がついている。

(1) ３人がこのロッカーを１つずつ使用する。その方法は全部で何通りあるか。

(2) ４人がこのロッカーを１つずつ使用する。少なくとも１人は偶数番号のロッカーを使用するような方法は全部で何通りあるか。

(3) 男子４人と女子３人の計７人がこのロッカーを１つずつ使用する。男子はどの２人についても上下や左右に隣り合ったロッカーを使用しないような方法は全部で何通りあるか。

1	2	3
4	5	6
7	8	9

22 袋の中に，数字 1 が書かれた玉が 4 個，数字 2 が書かれた玉が 2 個，数字 3 が書かれた玉が 1 個の計 7 個の玉が入っている。この袋からよくかき混ぜて同時に 3 個の玉を取り出し，それらに書かれている数の和を X とする。

(1) $X = 7$ である確率を求めよ。

(2) X が 3 の倍数である確率を求めよ。

(3) X の期待値を求めよ。

場合の数　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

23 ７個の文字 A, K, I, N, O, H, I を横一列に並べる。

(1) 並べ方は全部で何通りあるか。

(2) ７個の文字を横一列に並べるとき，A, I, O, I のどの２個も隣り合わないような並べ方は，全部で何通りあるか。

(3) ７個の文字を横一列に並べるとき，K, N, H がこの順にあるような並べ方は全部で何通りあるか。

(4) (3) の並べ方の中で，K, N, H の少なくとも２個が連続するような並べ方は全部で何通りあるか。

確率　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

24 1枚の硬貨を5回投げ，次のように得点を決める。

- 「5回投げた結果，5回続けて表が出ていれば5点，4回続けて表が出ていれば4点，3回続けて表が出ていれば3点，2回続けて表が出ていれば2点として，その合計を得点とする。ただし，連続して表が出ない場合は，得点を0点とする」

例えば，表表裏表表のとき $2+2=4$ 点，表表表裏裏のとき3点，表裏裏表裏のとき0点である。

(1) 得点が5点である確率を求めよ。

(2) 得点が4点である確率を求めよ。

(3) 得点が3点である確率を求めよ。

(4) 得点の期待値を求めよ。

25 1, 2, 3, 4, 5 の数字がそれぞれ１つずつ書かれた５個の赤玉と 6, 7 の数字がそれぞれ１つずつ書かれた２個の白玉がある。これらの７個の玉から何個かを取り出し，横一列に並べる。

(1) ７個の玉すべてを一列に並べる。左の５個が赤玉で右の２個が白玉である並べ方は全部で何通りあるか。また，白玉が隣り合っている並べ方は全部で何通りあるか。

(2) ６個の玉を一列に並べる。両端が赤玉である並べ方は全部で何通りあるか。

(3) ５個の玉を一列に並べる。赤玉と白玉が交互に並ぶ並べ方は全部で何通りあるか。また，白玉の両隣が赤玉である並べ方は何通りあるか。

確率　平成＿＿年＿＿月＿＿日

26 箱の中に赤，青，黄の３色のカードがそれぞれ１枚ずつ入っている。箱からカードを１枚取り出し，その色を確かめて箱の中に戻す。この操作を４回行う。

(1) ４回とも同色のカードを取り出す確率を求めよ。

(2) 異なる２色のカードをそれぞれ２回ずつ取り出す確率を求めよ。

(3) 取り出したカードの色が全部で X 種類であるとする。$X = 2$ となる確率を求めよ。また，X の期待値を求めよ。

場合の数　　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

27 右の図のような１２個の枠があり，１個の枠の中に１個の石を置く。ただし，石は互いに区別しないものとする。また，横の並びを行，縦の並びを列とする。

(1)　３個の石を置く。置き方は全部で何通りあるか。また，どの行にも石があるような置き方は全部で何通りあるか。

(2)　４個の石を置く。どの行にも石があるような置き方は全部で何通りあるか。

(3)　５個の石を置く。どの行，どの列にも石があるような置き方は全部で何通りあるか。

	第１列	第２列	第３列	第４列
第１行				
第２行				
第３行				

確率　　平成＿＿年＿＿月＿＿日

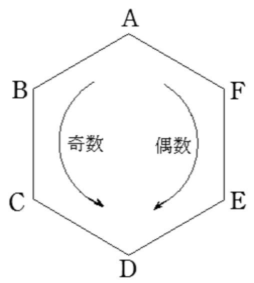
28 一辺の長さが１の正六角形 ABCDEF がある。動点 P は初め頂点 A にあり，３枚の硬貨を１回投げるごとに，表の出た枚数 x に対して，次の規則によって正六角形の周上を動く。

- 「x が奇数のときは，反時計回りに x だけ移動する。x が偶数のときには，時計周りに x だけ移動する。ただし，$x = 0$ のときは，移動しない」

(1) ３枚の硬貨を１回投げた結果，点 P が点 A にある確率を求めよ。また，３枚の硬貨を１回投げた結果，点 P が点 B にある確率を求めよ。

(2) ３枚の硬貨を２回投げた結果，点 P が点 C にある確率を求めよ。

(3) ３枚の硬貨を３回投げた結果，点 P が点 A にある確率を求めよ。



確率　　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

29 袋の中に$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{3}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{4}$, $\boxed{4}$, $\boxed{4}$ の１０枚のカードが入っている。この袋から同時に３枚のカードを取り出す。

(1) ３枚とも$\boxed{3}$のカードである確率を求めよ。

(2) ３枚のうち２枚だけが同じ数字のカードである確率を求めよ。

(3) ３枚のうち同じ数字のカードが２枚以上のときは，その書かれた同じ数を X とし，すべて異なる数字のときは $X=0$ とする。このとき，X の期待値を求めよ。