

①

(1) 異なる7個の球を1311に並べると

$$\begin{aligned} \text{並べ方は } 7! &= 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ &= 5040 \text{通り} \end{aligned}$$

(2) 白球が4個で赤球が3個なの

白赤白赤白赤白

と並べ(かない。この時、白球は

4つの数字の並べ方で $4!$ 通り

赤球は3つの数字の並べ方で

$3!$ 通りある。よって交互に並べる

並べ方は

$$4! \cdot 3!$$

$$= (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \times (3 \cdot 2 \cdot 1)$$

$$= 24 \cdot 6 = 144 \text{通り}$$

すなわち両端が同じ数字になるのは

3の場合と4の場合の2通りある。

(I) 3の場合

$$\textcircled{3} \times \times \times \times \times \textcircled{3}$$

$\textcircled{3}$ が赤か白かで $2!$ 通りの並べ方

すなわち残り5個の球を $\times$ に並べると

$5!$ 通りの並べ方

$$\text{よって } 2! \cdot 5!$$

$$= 2 \cdot 120 = 240 \text{通り}$$

(II) 4の場合

(I)と同じ様なので 240 通り

以上 (I)(II)より

$$240 + 240 = 480 \text{通り}$$

(3) 全体から2と3が隣り合う場合を引けばよい

以下、白球は $\bigcirc$ 、赤球は $\triangle$ で表す。

すると2と3が隣り合う場合は

$\textcircled{2}\textcircled{3}$ と $\textcircled{2}\triangle\textcircled{3}$ の

2通りある。

• $\textcircled{2}\textcircled{3}$ の時

$$\textcircled{\textcircled{2}\textcircled{3}} \times \times \times \times \times$$

$6!$

$\textcircled{2}\textcircled{3}$ が1対1で

考えると、 $\textcircled{2}\textcircled{3}$ の並べ方

$2!$ 通りで、 $\times$ 5個と100の

1個の計6個を並べる

並べ方は $6!$ 通り

よって

$$2! \cdot 6!$$

$$= 2 \cdot 720 = 1440 \text{通り}$$

• $\textcircled{2}\triangle\textcircled{3}$ の時

$$\textcircled{\textcircled{2}\triangle\textcircled{3}} \times \times \times \times \times$$

$6!$

同様にして

$$2! \cdot 6! = 1440 \text{通り}$$

したがって $\textcircled{2}\textcircled{3}$ の時と $\textcircled{2}\triangle\textcircled{3}$ の時

の両方の場合は

$$\textcircled{\textcircled{2}\textcircled{3}} \text{ と } \textcircled{\textcircled{2}\triangle\textcircled{3}}$$

と並ぶ場合が、含まれて(もう一つ

$\textcircled{\textcircled{2}\textcircled{3}}$ の時と $\textcircled{\textcircled{2}\triangle\textcircled{3}}$ の時を足して

上記の $\textcircled{\textcircled{2}\textcircled{3}}$ 、 $\textcircled{\textcircled{2}\triangle\textcircled{3}}$

の場合を引けばよい。

$$\textcircled{\textcircled{2}\textcircled{3}} \times \times \times \times \times$$

$5!$

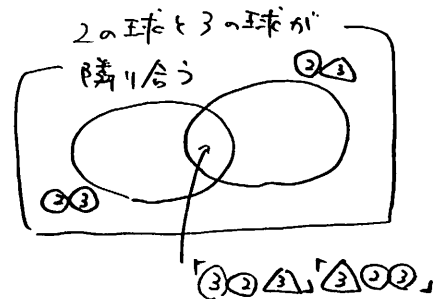
よって 120 通り

$$\textcircled{\textcircled{2}\textcircled{3}} \times \times \times \times \times$$

$5!$

よって 120 通り

$$\text{よって } 120 + 120 = 240 \text{通り}$$



よって、2の球と3の球が隣り合う

場合は

$$1440 + 1440 - 240$$

$$= 2880 - 240$$

$$= 2640 \text{通り}$$

よって、2の球と3の球が

隣り合わない場合は

$$5040 - 2640$$

$$= 2400 \text{通り}$$

②

$$(I) \wedge \wedge \wedge \wedge \wedge$$

$\times$ の場所 $\textcircled{1}\textcircled{4}\textcircled{4}\textcircled{5}$

の4つを並べ、 $\wedge$ の場所の

3ヶ所は $\textcircled{2}\textcircled{3}\textcircled{3}$ を並べる

$$4! \cdot 3! = 1440$$

(II) $\textcircled{3}$ と $\textcircled{3}$ が隣り合う

$$\wedge \wedge \wedge \wedge \wedge$$

$\times$ の場所 $\textcircled{1}\textcircled{4}\textcircled{4}\textcircled{5}$

を並べ、 $\wedge$ の場所の

2ヶ所は $\textcircled{\textcircled{3}\textcircled{3}}$ と $\textcircled{2}$ の

2つを並べる。

$$4! \cdot 2! = 480$$

$$= 2 \cdot (\textcircled{\textcircled{3}\textcircled{3}} \text{ と } \textcircled{\textcircled{3}\textcircled{3}} \text{ の}$$

2通りがある)

$$480 \times 2 = 960$$

以上 (I)(II)より

$$1440 + 960 = 2400$$

[2]

(1) $X=1$ とするのは取り出し方

3枚のカードが「A」で [1] とおぼしめす。

よって、10枚のカードから3枚のカードを

取り出す取り出し方は ${}_{10}C_3$ 通り

また、4枚の [1] の中から3枚を取り出す

取り出し方は ${}_4C_3$ 通り

よって $X=1$ とする確率は

$$\frac{{}_4C_3}{{}_{10}C_3} = \frac{\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{4}{10 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{30}$$

(2) $X=4$ とするのは、少なくとも1枚 [4] が

取り出さる場合である。その余事象は

[4] が1枚も取り出されない場合なので

[1], [2], [3] の計8枚の中から3枚を取り

出すおぼしめす。その確率は $\frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}$ である。

求める確率は1から引くことによって

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3} \\ &= 1 - \frac{\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}} \\ &= 1 - \frac{8 \cdot 7}{10 \cdot 3 \cdot 4} \\ &= 1 - \frac{7}{15} = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15} \end{aligned}$$

(3) $X=4$ とするのは [4] が1枚の時と [4] が2枚の時がある。

① [4] 1枚の時

少なくとも [4] が2枚あるから ${}_2C_1$ 通り

また、2枚は [1] ~ [3] から8枚から2枚選ぶので

${}_8C_2$ 通り。よって、求める確率は

$$\frac{{}_2C_1 \times {}_8C_2}{{}_{10}C_3} = \frac{2 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1}}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{8 \cdot 7}{10 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{7}{15}$$

② [4] 2枚の時

両方の [4] を選ぶので、 ${}_2C_2$ 通り

また [1] から [3] の8枚から1枚を選ぶので

求める確率は

$$\frac{{}_2C_2 \times {}_8C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{1 \cdot 8}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{8}{10 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{15}$$

①②より、場合分けして求める。足せばよい。

よって $X=4$ とする確率は

$$\frac{7}{15} + \frac{1}{15} = \frac{8}{15}$$

(3) (1) (2) より

$$\begin{cases} X=1 \text{ とするおぼしめす} & \frac{1}{30} \\ X=4 \text{ とするおぼしめす} & \frac{8}{15} \end{cases}$$

$X=2$ とするおぼしめす

[2] が1枚と [1] が1枚取り出し

かつ残りが [1] だけである

よって

① [2] が1枚と [1] が2枚 ② [2] が2枚と [1] が1枚
の2つの場合がある。

① の時

[2] の選び方 ${}_2C_1$, [1] の選び方 ${}_4C_2$

$$\text{よって ① の時の確率は } \frac{{}_2C_1 \cdot {}_4C_2}{{}_{10}C_3}$$

② の時

[2] の選び方 ${}_2C_2$, [1] の選び方 ${}_4C_1$

$$\text{よって ② の時の確率は } \frac{{}_2C_2 \cdot {}_4C_1}{{}_{10}C_3}$$

よって $X=2$ とする確率は

$$\begin{aligned} \frac{{}_2C_1 \cdot {}_4C_2}{{}_{10}C_3} + \frac{{}_2C_2 \cdot {}_4C_1}{{}_{10}C_3} &= \frac{2 \cdot 6}{120} + \frac{1 \cdot 4}{120} \\ &= \frac{16}{120} = \frac{2}{15} \end{aligned}$$

よって $X=3$ とするおぼしめす。 $X=1, 2, 4$ の余事象より

$$1 - \left(\frac{1}{30} + \frac{2}{15} + \frac{8}{15} \right) = 1 - \frac{21}{30}$$

$$X=1, X=2, X=4 = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

よって

X	1	2	3	4	計
確率	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{8}{15}$	

期待値は

$$\begin{aligned} & 1 \cdot \frac{1}{30} + 2 \cdot \frac{2}{15} + 3 \cdot \frac{3}{10} + 4 \cdot \frac{8}{15} \\ &= 1 \cdot \frac{1}{30} + 2 \cdot \frac{4}{30} + 3 \cdot \frac{9}{30} + 4 \cdot \frac{16}{30} = \frac{100}{30} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

13

(11). A 2個, B 2個, C 1個, D 1個
の計 6 個を並べると

$$\frac{6!}{2!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= 180 \text{ 通り}$$

(12) A の場所を並べ方... $6C_2$ 通り
残り 4 個で B の場所を
並べ方は $4C_2$ 通り

そして残った 2 個は C, D を
並べると $2!$ 通り

$$6C_2 \times 4C_2 \times 2!$$

$$= \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times 2 \cdot 1$$

$$= 15 \cdot 6 \cdot 2 = 180 \text{ 通り}$$

12)

A, A, B, B, (C, D)

C と D を 1 組と見做すと

その組と残りの A, B の並べ方は
 $2!$ 通りある

すなわち A 2個, B 2個, (C, D) 1個

の計 5 個を並べると $\frac{5!}{2!2!}$ 通り

の並べ方がある。よって

$$\frac{5!}{2!2!} \times 2! = 30 \cdot 2 = 60 \text{ 通り}$$

(13) 隣り合う場合と (1) の 311111

(B, C) と 1 組と見做すと B と C の並べ方で $2!$ 通り

すなわち (B, C), B, A, A, D の 5 個を並べると

A 2 個は同じなので $\frac{5!}{2!}$ 通りである

よって B と C が隣り合う並べ方は

$$\frac{5!}{2!} \times 2! = 5! = 120 \text{ 通り}$$

(14) 上の 120 通りの中には

$\{ B, (CB), A, A, D \}$
 $\{ (BC), B, A, A, D \}$

のように BCB と並ぶものは 12 通り
1 組と見做すので 2 回数えてしまっている

よって 3 個の数字 120 通りになる

BCB と並ぶ並べ方の分だけ引かなければならない

(BCB), A, A, D の並べ方は

$$A \text{ 2 個同じなので } \frac{4!}{2!} = 12 \text{ 通り}$$

よって 120 通りの中で 12 通りは重複して
いるので結局 B と C が隣り合う並べ方は

$$120 - 12 = 108 \text{ 通り}$$

よって B と C が隣り合わないのは (1) の

$$180 - 108 = 72 \text{ 通り}$$

(13) (11)

$\wedge \times \wedge \times \wedge \times \wedge$

(i) B が隣り合う時

上記の $\times$ 1 = A 2 個, D 1 個を並べると $\frac{3!}{2!}$ 通り

すなわち 4 個の $\wedge$ から B を含む 2 個を並べ $4C_2$ 通り

残り 2 個の $\wedge$ から C を含む 1 個を並べ $2C_1$ 通り

$$\therefore \frac{3!}{2!} \times 4C_2 \times 2C_1 = 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36 \text{ 通り}$$

(ii) B が隣り合わない時

上記の $\times$ 1 = A 2 個, D 1 個を並べると $\frac{3!}{2!}$ 通り

すなわち 4 個の $\wedge$ のうち (BB) と C を含む 2 個を並べると
並べ方は $4P_2$ 通り

$$\therefore \frac{3!}{2!} \times 4P_2 = 3 \cdot 12 = 36 \text{ 通り}$$

(i)(ii) より 求める並べ方は $36 + 36 = 72 \text{ 通り}$

④

(1) 白球が3個であるとは

5回のうち、2回で白球が出る場合がある。

よって、1回の試行で白球を取り出すのは $\frac{1}{3}$ である。

1回目 2回目 3回目 4回目 5回目

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{243}$$

(2) 白球が0個である場合は

1回目と2回目に赤球が出て、それ以外

終わって(もう)場合である。

1回目 2回目

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

・白球が1個である場合は

(i) 白・赤・赤

(ii) 赤・白・赤・赤

の2通りがある。

$$(i) \quad 1回目 \quad 2回目 \quad 3回目 \\ \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$$

$$(ii) \quad 1回目 \quad 2回目 \quad 3回目 \quad 4回目 \\ \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{8}{81}$$

$$\therefore \frac{4}{27} + \frac{8}{81} = \frac{12+8}{81} = \frac{20}{81}$$

(3) 白球が4個である時は

5回のうち、4回白球で、1回赤球が出ればよい

反復試行の考えから

$${}_5C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= 5 \cdot \frac{1}{3^4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{243}$$

・白球が3個である時は

5回のうち、3回白球で、2回赤球が出ればよい

よって、球の出る方の総数を考えよう。

それは3個の白球と2個の赤球を

一列に並べる場合の数は $\frac{5!}{3!2!}$ である。

$$\therefore \frac{5!}{3!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

よって、10通りある。ただし、この10通りの中で

赤赤白白白 → 2回目で試行終了

白赤赤白白 → 3回目で試行終了

白白赤赤白 → 4回目で試行終了

の3通りについては、白球が3個出る前に

試行が終了するので不適である。

よって、白球が3個であるのは7通りあり

$$7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3$$

赤球2回 白球3回

$$= 7 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{27} = \frac{28}{243}$$

よって、白球が2個出るのは、31通りである。

$$1 - \left(\frac{1}{243} + \frac{10}{243} + \frac{28}{243} + \frac{20}{81} + \frac{4}{9} \right)$$

(5個) (4個) (3個) (2個) (1個)

$$= 1 - \frac{1+10+28+60+108}{243} = \frac{36}{243}$$

よって、

白球	0	1	2	3	4	5	計
確率	$\frac{4}{9}$	$\frac{20}{81}$	$\frac{36}{243}$	$\frac{28}{243}$	$\frac{10}{243}$	$\frac{1}{243}$	1

期待値は

$$E = 0 \cdot \frac{4}{9} + 1 \cdot \frac{20}{81} + 2 \cdot \frac{36}{243} + 3 \cdot \frac{28}{243} + 4 \cdot \frac{10}{243} + 5 \cdot \frac{1}{243}$$

$$= \frac{60}{243} + \frac{72}{243} + \frac{84}{243} + \frac{40}{243} + \frac{5}{243} = \frac{261}{243} = \frac{29}{27}$$

5

(1) 4の位は 0は使えないので
4の位は 1 ~ 6までの6通り
百の位、十の位、一の位は
4の位で使った残り5個の
数から3個を選んで並べるので
 $6P_3$ 通り

$$\boxed{4} \mid \boxed{百} \boxed{十} \boxed{一}$$

6通り $6P_3$ 通り

$$\therefore 6 \cdot 6P_3 = 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 720 \text{ 個}$$

(2)

(i) - の位が 0 の時

$$\boxed{4} \mid \boxed{百} \boxed{十} \mid 0$$

6通り

4の位、百の位、十の位
は 1から6までの数から3個
選んで並べるから $6P_3$ 通り

$$\therefore 6P_3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120 \text{ 個}$$

(ii) - の位が 2, 4, 6 の時

$$\boxed{4} \mid \boxed{百} \boxed{十} \boxed{一}$$

↑ $5P_2$ 3通り

- の位で使った数
と0以外の5通り

4の位では、- の位で使った
数と0以外の5通り
また、百の位と十の位は
4の位と- の位で使った残り
5個の数から2個を選んで
並べるので $5P_2$ 通り

$$3 \cdot 5 \cdot 5P_2 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 300$$

(i)(ii)より

$$120 + 300 = 420 \text{ 個}$$

(3) この数が3の倍数かどうかは
「各桁の数字の和が3の倍数か
どうか」

に等しい数になることが必要
二で、0から6までの7個の数
から、4個を選んで、その和が
3の倍数になるのは、

- 3 ... なし
- 6 ... (0, 1, 2, 3)
- 9 ... (0, 1, 2, 6)
(0, 1, 3, 5)
(0, 2, 3, 4)
- 12 ... (0, 1, 5, 6)
(0, 2, 4, 6)
(0, 3, 4, 5)
(1, 2, 3, 6)
(1, 2, 4, 5)
- 15 ... (0, 4, 5, 6)
(1, 3, 5, 6)
(2, 3, 4, 6)
- 18 ... (3, 4, 5, 6)

1と12通りである。それぞれの場合
に2通り、どの5つに並べて4桁の
数を作ると、それぞれ3通り
3の倍数になる。しかし、

4つの数字の中に0が含まれる
場合、4の位は0は使えないので、
作れる数の個数は、0が含まれない

場合と別に考える。

・0が含まれない時

上記の数に1だけ(=2, 11, 22)
5通りある。

それぞれに2通り4!個

$$\boxed{4} \boxed{百} \boxed{十} \boxed{一}$$

4!

より、それぞれ343

$$5 \times 4!$$

$$= 5 \cdot 24 = 120 \text{ 個}$$

・0が含まれる時

上記の数に1だけ(=2, 11, 22)

8通りある。

それぞれに2通り

$$\boxed{4} \boxed{百} \boxed{十} \boxed{一}$$

↑ 3!

0以外の5
3通り

4の位は0以外の5通り

百の位、十の位、一の位は

4の位で使った残り5個の数

から3個を選んで、その和が

3の倍数になるのは、

二で、

$$8 \cdot (3 \cdot 3!) = 8 \cdot 18 = 144 \text{ 個}$$

よって

$$120 + 144$$

$$= 264 \text{ 個}$$

6

(1) X軸方向1=1回移動する確率は $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Y軸方向1=2回移動する確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

点Pが(4,0)に到達するのは

4回でX軸方向1=4回移動する確率は

$$1回目 \quad 2回目 \quad 3回目 \quad 4回目 \\ \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$$

点Pが(3,1)に到達するのは

($\rightarrow \rightarrow \rightarrow \uparrow$, $\rightarrow \rightarrow \uparrow \rightarrow$, $\rightarrow \uparrow \rightarrow \rightarrow$, $\uparrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$)

4回の中で、1回だけY軸方向1=移動する

残りの3回はX軸方向1=移動する

$$4C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{27} = \frac{32}{81}$$

(2) $X=6$ になるのは

(i) X軸方向1=2回移動、Y軸方向1=2回移動

$$(1+1+2+2=6)$$

(ii) Y軸方向1=3回移動して終了

$$(2+2+2=6) \quad \text{の2通りある}$$

(i) かつ 4回中、2回X軸方向1=移動するのは $4C_2$ 通り

$$4C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ = 6 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{9} = \frac{8}{27}$$

(ii) かつ 3回でY軸1=移動して終了

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

$$(i)(ii) \text{ より } \frac{8}{27} + \frac{1}{27} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

(3) $X=4$ になるのは (1) より

$$X=1+1+1+1 \text{ の4通りある}$$

$$\text{より } X=4 \text{ になる確率は } \frac{16}{81}$$

$$X=5 \text{ になるのは}$$

$$X=1+1+1+2 \text{ の4通りある}$$

つまり点Pが(3,1)に動かさなければならぬ

$$(1) \text{ より } X=5 \text{ になる確率は } \frac{32}{81}$$

$$X=6 \text{ になるのは (2) より } \frac{1}{3}$$

$$X=7 \text{ になるのは } X=1+2+2+2 \text{ の1通り}$$

つまり4回中、1回X軸方向1=移動する

残りの3回Y軸方向1=移動する

(かつ、最初の3回連続してY軸方向1=移動する確率は $\frac{1}{27}$ だけあり、残る3回は必ず移動する

$$\left(\begin{array}{c} \uparrow \\ \uparrow \\ \uparrow \end{array} , \begin{array}{c} \uparrow \\ \uparrow \rightarrow \end{array} , \begin{array}{c} \uparrow \\ \uparrow \rightarrow \rightarrow \end{array} \right) \text{ の3通りある}$$

$$\text{つまり } X=7 \text{ になる確率は}$$

$$3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \\ = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{27} = \frac{2}{27}$$

$$X=8 \text{ になるのは } X=2+2+2+2 \text{ の1通り}$$

(かつ、Y軸方向1=3回連続して動かさなければならぬ確率は $\frac{1}{27}$ だけあり、残る3回は必ず移動する。 $X=8$ になる確率は $\frac{1}{27}$ である。

X	4	5	6	7	合計
確率	$\frac{16}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{27}$	1

以上より、求める期待値Eは

$$E = 4 \cdot \frac{16}{81} + 5 \cdot \frac{32}{81} + 6 \cdot \frac{1}{3} + 7 \cdot \frac{2}{27} \\ = 4 \cdot \frac{16}{81} + 5 \cdot \frac{32}{81} + 6 \cdot \frac{27}{81} + 7 \cdot \frac{6}{81} \\ = \frac{64}{81} + \frac{160}{81} + \frac{162}{81} + \frac{42}{81} \\ = \frac{428}{81}$$

17

(1) 横方向に5回.

縦方向に4回 $\times$ 計9回

動かせばいい。最短経路の

総数は、 $\rightarrow$ 5回 $\uparrow$ 4回

を横-3回に並べる並べ方の

総数は4通り

$$\frac{9!}{4!5!}$$

$$= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= 9 \cdot 7 \cdot 3 = 126 \text{通り}$$

18

$$9C_5 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$$

$$9C_4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$$

でもよい。

(2)

$$A \xrightarrow{\rightarrow 2回} C \xrightarrow{\rightarrow 3回} B$$

$$\uparrow 2回 \quad \uparrow 2回$$

計4回移動 計5回移動

$$A \text{ から } C \text{ まで行くのは } \frac{4!}{2!2!} \text{ 通り}$$

それから、C から B まで行くのは

$$\frac{5!}{3!2!} \text{ 通り}$$

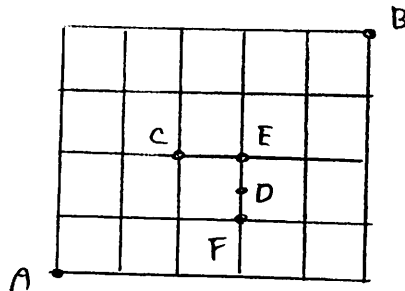
$$\therefore \frac{4!}{2!2!} \times \frac{5!}{3!2!}$$

$$= 6 \times 10 = 60 \text{通り}$$

(3) D の右下の交差点を F とする。

D を通る点、必ず F と E を

通るだけではない。



$$A \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$$

$$\rightarrow 3回 \quad 1回 \quad 1回 \quad \rightarrow 2回$$

$$\uparrow 1回 \quad \uparrow 2回$$

計4回 計4回

$\therefore$ (2)と同じ様に考えて

$$\frac{4!}{3!1!} \times 1 \times 1 \times \frac{4!}{2!2!}$$

$$= 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6$$

$$= 24 \text{通り}$$

(4) 全6通り (1)より

から、E で右折するものを

3通りだけ。

ここで、最短経路を考えると

いるので、点Cより点Eにて

右折して、点Fに向かうものは

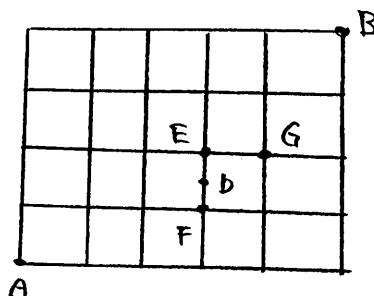
考えなくてよい。

つまり、点Fより点Eにて右折して

いくものを考える。

点Eで右折した点の交差点を

点Gとする。



18

(1) 全部で10枚ある。よって取り出し方は
 $10C_3$ 通りある。また、その3枚の
 数字のカードが2枚あるとあるが
確率を考える時は、2枚のカード
 を別々のものとして考えていく。

よって、取り出し方は数字が1, 3, 5
 である場合は、

1のカードの取り出し方 $\dots 2C_1$
 3のカードの取り出し方 $\dots 2C_1$
 5のカードの取り出し方 $\dots 2C_1$

よって $2C_1 \times 2C_1 \times 2C_1$

よって、求める確率は

$$\frac{2C_1 \times 2C_1 \times 2C_1}{10C_3}$$

$$= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{10 \cdot 9 \cdot 8 / (3 \cdot 2 \cdot 1)}$$

$$= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{10 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$= \frac{1}{15}$$

(2) 5つの数字のうち、どの2つの数字を
 選ぶかが、 $5C_2 = 10$ 通りある。
 例えば、1と2という数字を選ぶと
 またとあると、 $\{1, 1, 2\}$ と $\{1, 2, 2\}$
 の2通りがある。

(i) $\{1, 1, 2\}$ とある確率

・ 1というカードは2枚中2枚
 持つ、であるので $2C_2$ 通り

・ 2というカードは2枚中1枚
 持つ、であるので $2C_1$ 通り

よって $\{1, 1, 2\}$ とある確率は

$$\frac{2C_2 \cdot 2C_1}{10C_3} = \frac{1 \cdot 2}{10 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{60}$$

(ii) $\{1, 2, 2\}$ とある確率

(i) と同様で $\frac{1}{60}$

また (i)(ii) より、1と2という数字の2枚が並ぶ場合

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{60} = \frac{1}{30}$$

である。よって、5枚のカードで $\frac{1}{30}$ であるか、求める確率は

$$10 \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{3}$$

(3) 40が101である

(ア) $\{1, 4, 5\}$, (イ) $\{2, 3, 5\}$

(ウ) $\{2, 4, 4\}$, (エ) $\{3, 3, 4\}$ の4通り

(ア), (イ) には2通り、取り出し方は3枚のカードの数字が
 異なるので、それは(1)と同様である。

よって (ア) も (イ) も $\frac{1}{15}$ である。

また、(ウ) や (エ) は、(2) の (i) と同様であるので

(ウ) も (エ) も $\frac{1}{60}$ である。

よって (ア)(イ)(ウ)(エ) より

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{60} + \frac{1}{60}$$

$$= \frac{4 + 4 + 1 + 1}{60} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

[9]

(1) 12個のマスから45個を選び、
選んだ方の総数になる。

12C4 通りある。

$$\begin{aligned} \therefore 12C4 &= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 11 \cdot 5 \cdot 3 \\ &= \underline{495} \text{ 通り} \end{aligned}$$

(2) 「OHPがつかない3行が1つだけ存在する」
の条件は「マス7の3行はOHPがつかない」
である。3行はつかない、2行は1つだけOHP
がつかない状態である。2行は1つだけ、3行は4
マスだけある。この2行はOHPがつかない
で、3C1通りある。また、4行は1つだけ、3C1
通りある。また、マス7の3行はOHPがつかない
のは

$$\begin{aligned} 3C1 \times 3C1 \times 3C1 \times 3C1 \\ = 3^4 = 81 \text{ 通り} \end{aligned}$$

よって、求める「OHPがつかない3行が1つだけ存在する」
は

$$495 - 81 = \underline{414} \text{ 通り}$$

(3) 1つの3行はOHPが3つ入ることは
あり得ない。また、2つ入ることは
あり得ない。1010 (あり得ない)
1つ入ることは3つ入ることはあり得ない。
よって、3C1通りある。
よって、求める数は

(I) 4つの3行のうち、2行は2個ずつOHPが入る
(II) 4つの3行のうち、1つの3行は2個OHPが入る

2つの3行は1個ずつOHPが入る

(III) 4つの3行は1個ずつOHPが入る

の3109-1である。

・(I)に注目

25個のOHPが入るマスは1マスだけあり、
1マスだけあり、3マス、OHPが入る
25個のマスは、4C2通りある。

よって、

$$4C2 \times 1 \times 1 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 1 \cdot 1 = 6 \text{ 通り}$$

(3行のマス) (OHPのマス)

・(II)に注目

25個のOHPが入るマスは1マスだけあり、

15個のOHPが入るマスは3C1通りある。

また、25個のOHPが入るマスは3行のマスは

4C1通り、また、3行のマスは15個のOHPが
入る2行のマスは3C2通りある。

よって、

$$\begin{aligned} 4C1 \times 3C2 \times 1 \times 3C1 \times 3C1 \\ \text{3行のマス} \quad \text{(OHPのマス)} \\ = 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 = 108 \text{ 通り} \end{aligned}$$

・(III)に注目

(2) * 81 通り

よって (I)(II)(III) から、求める数は

$$6 + 108 + 81 = \underline{195} \text{ 通り}$$

10

(1) 2回投げて、点0か3、点Aに付くのは

$$\begin{cases} 0 \rightarrow B \rightarrow A \\ 0 \rightarrow I \rightarrow A \end{cases}$$

の2通りである。

$$\bullet 0 \rightarrow B \rightarrow A \quad \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$\bullet 0 \rightarrow I \rightarrow A \quad \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$\therefore \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{18}$$

(2) 以下、41212に投じた結果

馬の重なるのは、 x で表す。

2回投げて、点0か3、点Bに付くのは

$$\begin{cases} 0 \rightarrow C \rightarrow B \\ 0 \rightarrow I \rightarrow B \\ 0 \rightarrow B \rightarrow x \end{cases}$$

の3通りである。

$$\bullet 0 \rightarrow C \rightarrow B \quad \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$\bullet 0 \rightarrow I \rightarrow B \quad \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$\bullet 0 \rightarrow B \rightarrow x \quad \frac{1}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{36}$$

(3か4の場合)

$$\therefore \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{2}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(3) 3回投げて、点0か3、点Bに付くのは

2回目と投じた結果、点Aに付くのは、馬の重なるのは

113のあたり、馬の重なるのは、1回投じた結果

点Bに付くのは、CかDかIかA

で、また2回目か、点Bに付くのは、

3回目と投じた結果、点Aに付くのは

(I) 2回目か、点Cに付くのは、

$$(2) \text{ 1回投じて、 } \begin{cases} 0 \rightarrow B \rightarrow C \\ 0 \rightarrow E \rightarrow C \\ 0 \rightarrow C \rightarrow x \end{cases}$$

$$\text{よって3回目には、点Bに付くのは } \frac{1}{9} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{54}$$

(2か3)

(II) 2回目か、点Dに付くのは、

1回目には、点Dに付くのは、2回目には、点Dに付くのは、

$$0 \rightarrow B \rightarrow 0, 0 \rightarrow C \rightarrow 0, 0 \rightarrow E \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow F \rightarrow 0, 0 \rightarrow H \rightarrow 0, 0 \rightarrow I \rightarrow 0$$

$$\text{よって、点Dに付くのは } \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$6通りある。6 \times \frac{1}{36} = \frac{1}{6}$$

よって、2回目か、点Dに付くのは、点Dに付くのは、

よって、3回目には、点Dに付くのは、点Dに付くのは、

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

(III) 2回目か、点Eに付くのは、

(I) 1回投じて、

$$\begin{cases} 0 \rightarrow H \rightarrow I \\ 0 \rightarrow B \rightarrow I \\ 0 \rightarrow I \rightarrow x \end{cases} \rightarrow B \quad \frac{1}{9} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{54}$$

(4か5)

(IV) 2回目か、点Aに付くのは、

(1) よって、3回目には、点Aに付くのは、

$$\frac{1}{18} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{108}$$

(V) 2回目か、点Bに付くのは、

(2) よって、3回目には、点Bに付くのは、

よって、点Bに付くのは、

$$\text{よって } \frac{1}{9} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{27}$$

(3か4の場合)

よって、(I)(II)(III)(IV)(V)より

$$\frac{1}{54} + \frac{1}{36} + \frac{1}{54} + \frac{1}{108} + \frac{1}{27} \\ = \frac{2}{108} + \frac{3}{108} + \frac{2}{108} + \frac{1}{108} + \frac{4}{108} = \frac{12}{108} = \frac{1}{9}$$

11

(1) 6人を横一列に並べ、左から順に

①, ②, ③と入る、7人まで並ぶ。

7人入る時は、6人並ぶ列に並べ、並べ方の数に2は等しい。

$$\therefore 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 \text{通り}$$

(2) コートと①～⑥の場所を区別

(7人並ぶ、区別6人を2人並ぶ

3人は分ける1人1人が何通り

あるかという = 2で表す。

それは、

「最初 = 名前をつけて3人並べ、1人分ける、その後、名前の並べ方の総数で割る」ということ。

まず、6人を(区別)(区別)(区別)という3人並べ

に分ける。

(区別)1 = 入る、6人中2人並ぶ、 $6C_2$ 通り

(区別)1 = 入る、(区別)1 = 入る、4人中2人並ぶ、 $4C_2$ 通り

(区別)1 = 入る、(区別)1 = 入る、2人並ぶ、 $2C_2$ 通り

$$\begin{aligned} \therefore 6C_2 \times 4C_2 \times 2C_2 \\ = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 15 \cdot 6 \cdot 1 \\ = 90 \text{通り} \end{aligned}$$

この90通りは、7人並ぶの最初1人

区別を区別、名前のつけ方3!通り

どう同じものが出てくるので、3!通りで割る

$$\therefore \frac{90}{3!} = \frac{90}{6} = 15 \text{通り}$$

(3) $X4-C1 =$ 入る3人、6人中から選ぶ、

$$\text{それは } 6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20 \text{通り}$$

$X4-C1 =$ 入る3人、並べ方は、区別1人1人

$X4-C1 =$ 区別3人が入る = 2!で表す。

つまり、 $X4-C1 = A, B, C$ が、入る、2人並ぶ。

区別のD, E, Fは、誰が誰と並ぶか

考える。コートは区別(区別)で① = A, ② = B,

③ = Cが、入る、D, E, Fは④ ~ ⑥に

入る、入る、3!通り。20通り、区別1人1人

3!通り、どうある、6人の区別の(区別)は

$$20 \times 3! = 120 \text{通り}$$

まず、A, Bが区別(区別)は、区別のA, Bが

区別の区別の区別の区別。

AとBが区別の区別の区別。

・ Aが $X4-C1$ の、Bは $X4-C1$ に表す。

ある、 $X4-C1$ の区別の2人の区別の $4C_2$ 通り

区別、 $4C_2$ 通りの区別の区別、 $X4-C1$ の

Bの区別の2人が、 $X4-C1$ のAの区別の2人と

どうある = 区別の区別の区別、2! 通り。

$$\therefore 4C_2 \times 2! = 6 \cdot 2 = 12 \text{通り}$$

・ Aが $X4-C1$ の、区別の区別 = 12通り

区別、AとBが区別の区別の区別

$$120 - (12 + 12) = 96 \text{通り}$$

(3) (区別) (区別)

(1) の720通りは、区別の区別の区別の区別

$$\therefore \frac{720}{3!} = \frac{720}{6} = 120 \text{通り}$$

(区別) (区別)

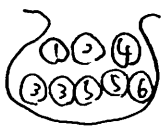
Aが $X4-C1$ の、Aの区別の区別の区別の区別

区別の4人が2コートで区別の区別の区別の区別 $4C_2 \times 2!$ 通り

$$\therefore 4 \times (4C_2 \times 2!) = 48 \text{通り}$$

Aが $X4-C1$ の、区別の区別の区別の区別、 $48 \times 2 = 96 \text{通り}$

12



(1) ②と書かれた玉は1個だけなので

2点が得点1になるのは取り出さず

3個の玉が選んで残り、2番目に
たきな数が②である。

すなわち、1番小さい数が①である。

また、1番大きい数は③、④、⑤、⑥

から1を選ばず、よって $6C_1$ 通り

また、8個の玉から3個を取り出す

取り出し方は $8C_3$ 通り

$$\therefore \frac{6C_1}{8C_3} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

(2) 得点が3点となるのは

(ア) $\langle 3 \text{ 未満} \rangle$ ③ $\langle 4 \leq 5 \rangle$

(イ) ③③ $\langle 3 \text{ のとき} \rangle$

の2通りある。

(ア) のときは $\langle 3 \text{ 未満} \rangle$ の玉の選み方は

①②から1を選ばず $2C_1$

③は2個のうち、1個選ぶので $2C_1$

$\langle 4 \leq 5 \rangle$ は④⑤⑥から1個選ぶので $4C_1$

$$\therefore 2C_1 \times 2C_1 \times 4C_1 = 16$$

(イ) のときは $\langle 3 \text{ のとき} \rangle$ の玉の選み方は

6個の玉から1を選ばず $\langle 3 \text{ のとき} \rangle$

$$6C_1 = 6 \text{ 通り}$$

よって、(ア)(イ)より

$$16 + 6 = 22$$

よって、得点が3点となるのは

$$\frac{22}{8C_3} = \frac{22}{56} = \frac{11}{28}$$

(3) 得点が1点と6点になるのは

・得点が4点となるのは

$\langle 4 \text{ 未満} \rangle$ ④ $\langle 5 \leq 5 \rangle$

のみ。よって $\langle 4 \text{ 未満} \rangle$ の選み方は $4C_1$

$\langle 5 \leq 5 \rangle$ の選み方は $3C_1$

$$\therefore 4C_1 + 3C_1 = 12 \text{ 通り}$$

よって4点となるのは

$$\frac{12}{8C_3} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$$

・得点が5点となるのは

(ア) $\langle 5 \text{ 未満} \rangle$ ⑤⑥

(イ) ⑤⑤ $\langle 3 \text{ のとき} \rangle$

の2通り。

(ア) のときは $\langle 5 \text{ 未満} \rangle$ の選み方は $5C_1$ 通り

⑤の玉の選み方は $2C_1$ 通り

$$\therefore 5C_1 \times 2C_1 = 5 \times 2 = 10 \text{ 通り}$$

(イ) のときは $\langle 3 \text{ のとき} \rangle$ の選み方は $6C_1 = 6$ 通り

よって (ア)(イ)より $10 + 6 = 16$ 通り

$$\text{得点が5点となるのは } \frac{16}{8C_3} = \frac{16}{56} = \frac{2}{7}$$

よって

得点	2	3	4	5	計
割合	$\frac{3}{28}$	$\frac{11}{28}$	$\frac{6}{28}$	$\frac{8}{28}$	1

求める期待値Eは

$$E = 2 \times \frac{3}{28} + 3 \times \frac{11}{28} + 4 \times \frac{6}{28} + 5 \times \frac{8}{28}$$

$$= \frac{6}{28} + \frac{33}{28} + \frac{24}{28} + \frac{40}{28}$$

$$= \frac{103}{28}$$

13

(1) 3台を7つの区画に並べるので

$${}_7P_3 = 7 \cdot 6 \cdot 5$$

(1番目)(2番目)(3番目)

$$= \underline{210 \text{ 通り}}$$

(2) トラックがABに馬車を置く時

CDに馬車を置く時で分ける。

・ABにトラックが馬車を置くとき

C~Gまでの5つの区画に

2台の馬車を置くので

$${}_5P_2 = 5 \cdot 4 = 20 \text{ 通り}$$

・CDにトラックが馬車を置くとき

A, B, E~Gの5つの区画

に2台の馬車を置くので

$${}_5P_2 = 5 \cdot 4 = 20 \text{ 通り}$$

以上より

$$20 + 20 = \underline{40 \text{ 通り}}$$

(3) 馬車を置くトラックの台数によって
場合分けをする。

(i) トラックが2台馬車を置く時

2台のトラックがABとCD
のどちらに馬車を置くかで2!通り

残りの区画はE, F, Gの3

区画に7台のうち3台を馬車を置く。

この馬車を置く方法の総数は

$${}_7P_3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \text{ 通り}$$

(Eに馬車)(Fに馬車)(Gに馬車)

以上より、(i)の馬車の総数は

$$2! \times 210 = 420 \text{ 通り}$$

(ii) トラックが1台馬車を置く時

ABとCDのどちらに馬車を置くかで2通り

2台のトラックのうち、どちらのトラックを馬車を
置くかで2通り

また、トラックが馬車がない5区画での
乗用車の馬車の総数は ${}_7P_5$ 通り

$$\therefore 2 \times 2 \times {}_7P_5$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$= 10080 \text{ 通り}$$

(iii) トラックが馬車を置かない時

7つの区画に7台の乗用車が

馬車を置くので、馬車の総数は7!通り

$$\therefore 7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$= 5040 \text{ 通り}$$

以上より、(i)(ii)(iii)より

$$420 + 10080 + 5040$$

$$= \underline{15540 \text{ 通り}}$$

14

(1) 1回だけ2か6が出る確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 偶数の目が出る確率は $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 よって、5回とも偶数の目が出るのは

$$1回目 \cdot 2回目 \cdot 3回目 \cdot 4回目 \cdot 5回目 \\ \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

(2) 2か6が出る確率は $\frac{1}{6}$
 5回中、2か6が出るのは $5C_2$ 通り
 また、4回は奇数の目が出るので $(\frac{1}{2})^4$

$$\therefore 5C_2 \cdot \frac{1}{6} \cdot (\frac{1}{2})^4 \\ = 5 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{16} = \frac{5}{96}$$

(3) 積が8の5倍の数になるのは

(I) すべて奇数が出て、積が奇数になる

(II) 1回だけ2か6が出て、残り4回は奇数が出て、積が2の5倍の数になる

(III) 1回だけ4が出て、残り4回は奇数が出て、積が4の5倍の数になる

(IV) 2回だけ2か6が出て、残り3回は奇数が出て、積が4の5倍の数になる

の4通りである。

(I) の確率は $(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$

(II) の確率は

$$2か6の目が出るのは $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$$

5回中2か6が出るのは $5C_2$ 通り

奇数の目が出るのは $(\frac{1}{2})^4$

$$\therefore 5C_2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{2})^4 = \frac{5}{48}$$

(III) の確率は (2) と同様で $\frac{5}{96}$

(IV) の確率は

5回中2か6の2回で2か6が出るのは $5C_2$ 通り

2か6の目が出るのは $(\frac{1}{3})^2$

奇数の目が出るのは $(\frac{1}{2})^3$

$$\therefore 5C_2 \cdot (\frac{1}{3})^2 \cdot (\frac{1}{2})^3 = \frac{5}{36}$$

よって、1か3 (I) ~ (IV) の確率を足すと

$$1 - (\frac{1}{32} + \frac{5}{48} + \frac{5}{96} + \frac{5}{36}) \\ = 1 - (\frac{9}{288} + \frac{30}{288} + \frac{15}{288} + \frac{40}{288}) \\ = 1 - \frac{94}{288} = 1 - \frac{47}{144} = \frac{97}{144}$$

(3) の (別)

積が8の5倍の数になるのは

(i) 5回中5回偶数が出る

(ii) 5回中4回偶数が出る

(iii) 5回中3回偶数が出る

(iv) 5回中2回偶数が出て、その2回のうち少なくとも1回は4が出る。

(i) ... $5C_5 (\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$

(ii) ... $5C_4 (\frac{1}{2})^4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{32}$

(iii) ... $5C_3 (\frac{1}{2})^3 (\frac{1}{2})^2 = \frac{5}{16}$

(iv) 5回中2回偶数が出るのは

$$5C_2 (\frac{1}{2})^2 (\frac{1}{2})^3 = \frac{5}{16}$$

である。(か) の中1回は

「2回中1回だけ1回は4の目が出る」の

確率である。「2回の偶数が出た」の

2か6である場合が含まれているので

その分を引く。それは (3) の (IV) の場合の

$$\frac{5}{36} \text{ である。 } \frac{5}{16} - \frac{5}{36} = \frac{15}{144}$$

よって、(i) (ii) (iii) (iv) の

$$\frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{5}{16} + \frac{15}{144} = \frac{97}{144}$$

(15)

(1) 5色で塗り分けよう

隣り合う部分は必ず

異なる色に塗らなければならない

5つの色を5つの場所A~Eに

並べるとき、並べ方の総数を

考えなければならない

$$\therefore 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 120 \text{通り}$$

++++

(2) Aには何色でも塗ることができる

B, C, D, Eには

Aと異なる色を使う

(例: 隣り合う部分は

異なる色で塗らなければならない)

BとDは同じ色

(CとEは同じ色

で塗ることができる)

よって、Aには何色でも塗ることができる

残り2色に塗る

B, Dには使う色の決まり方が2通り

C, Eには使う色の決まり方は

残った1色を使うから

(2通り)

$$\therefore 3 \times 2 \times 1 = 6 \text{通り}$$

(3) 1色だけ、2色のみで

A~Eを条件を満たすように

塗ることは可能である

(I) 3色で塗る

(II) 4色で塗る

(III) 5色で塗る (3通り)

(I) 3色で塗る

(2) 例: 使う3色が決まれば

その3色を用いてA~Eを

塗る塗り方は6通りある

よって、5色から3色を選ぶ

$$\text{塗り方は } {}^5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

通りあり、その10通りそれぞれ

6通りずつ塗り方があがる

3色で塗る塗り方は

$$10 \times 6 = 60 \text{通り}$$

(II) 4色で塗る

5色中、どの4色を使うか

塗り方は 5C_4 (4通り)

よって、使う4色が決まれば

A~Eを5つの場所A~Eに

色で塗る塗り方は1通りしかない

よって

BとD, BとE, CとE

の3通りは限られる

BとDが同じ色で塗らなければならない

色の塗り方は、4色である

A, B, D, C, E

$$4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 24 \text{通り}$$

よって、BとEが同じ色で塗らなければならない

CとEが同じ色で塗らなければならない

24通りずつある

結局、決まれば4色でA~E

を塗る塗り方は

$$3 \times 24 = 72 \text{通り}$$

よって、2通りある

よって、 5C_4 通りの塗り方がある

よって、4色で塗る塗り方

の総数は

$${}^5C_4 \times 72$$

$$= 5 \times 72 = 360$$

通り

(III) 5色で塗る

$$= 120 \text{通り} + 120 \text{通り}$$

よって、(I)(II)(III)より

塗り分け方の総数は

$$60 + 360 + 120$$

$$= 540 \text{通り}$$

++++

16

(1) 全部で9個の点から
3点の点を無作為に
選ぶのとき、選んだ点

4C₃通り

$$\therefore 4C_3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 3 \cdot 4 \cdot 7 = 84 \text{通り}$$

また、選んだ3点が一直線上に
並ぶのは

(A, D, E, B) から3点 → 4C₃

(B, F, G, C) から3点 → 4C₃

(C, H, I, A) から3点 → 4C₃

よって、合計 4C₃ + 4C₃ + 4C₃ = 12通り

$$\therefore \frac{12}{84} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

(2) 正三角形1辺の長さを3とすると

あると、9点 A ~ I から3点を選んで
できる正三角形は次の通りである。

(I) 1辺の長さが3の正三角形

→ (A, B, C) α 12通り

(II) 1辺の長さが2の正三角形

→ (A, E, H),

(D, B, G)

(F, I, C) α 3通り

(III) 1辺の長さが1の正三角形

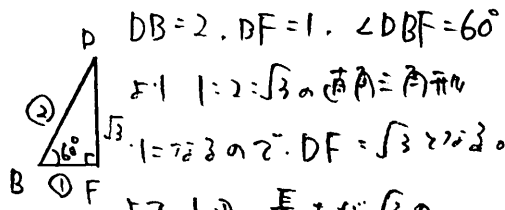
(A, D, E),

(B, E, F),

(C, H, G) α 3通り

(IV) (1辺の長さが√3の正三角形

例) DF などは



よって 1:2:√3 の直角三角形

正三角形は

(D, F, H), (E, G, I)

α 2通り

以上、(I)(II)(III)(IV)より

正三角形は7個ある

$$1 + 3 + 3 + 2 = 9 \text{通り}$$

∴ 求める確率は

$$\frac{9}{84} = \frac{3}{28}$$

(3) 正三角形は全部100点と

得る確率は(2)より $\frac{3}{28}$

また、正三角形ができてくると

0点になる確率は(1)より

$\frac{1}{7}$ である。

よって、正三角形は全部100点と
得る確率を求める。

正三角形ABC内で、

点Aから点Iまでの距離

4点の点から長さを

がでるもの

(D, I, G, F)

(D, E, G, H)

(E, F, H, I)

α 3通りである。α 3通り

1辺の長さが√3の正三角形

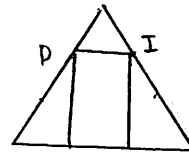
は、(1)より、α 2通り

2通りずつ、でできる直角

三角形は、全部で8個ある。

例) DF, (D, I, G, F) α 2通り

作ることができる直角三角形は



(I, D, F), (D, F, G)

(F, G, I), (G, I, D)

(D, F, B), (D, F, C)

(I, G, C), (I, G, B)

α 8通りである。α 4通り

3点の点から長さを

でできる直角三角形は

全部で3×8=24通り

よって、直角三角形は全部で24通り

$$\frac{24}{84} = \frac{2}{7}$$

また、正三角形でも、直角三角形

でもない三角形は全部で100点と

$$1 - \left(\frac{3}{28} + \frac{2}{7} + \frac{1}{7} \right) = \frac{13}{28}$$

よって

得点	正三角形 100点 0点	正三角形 100点	直角 三角形 50点 10点	その他 0点 10点	合計
確率	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{13}{28}$	1

期待値Eは

$$E = 0 \cdot \frac{1}{7} + 100 \cdot \frac{3}{28} + 50 \cdot \frac{2}{7} + 10 \cdot \frac{13}{28}$$

$$= 100 \cdot \frac{3}{28} + 50 \cdot \frac{2}{7} + 10 \cdot \frac{13}{28}$$

$$= \frac{300}{28} + \frac{200}{7} + \frac{130}{28}$$

$$= \frac{830}{28} = \frac{415}{14}$$

⑦

(1) 赤色のカードが4枚
 白色のカードが3枚
 黄色のカードが2枚
 計 9 枚より並べ方の
 総数は

$$\frac{9!}{4!3!2!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1} = 3 \times 2 \times 7 \times 6 \times 5 = 1260 \text{ 通り}$$

⑧ カードを置く場所に
 注目する。9コの場所
 のうち、赤色のカードを
 置く場所の選べ方は

$$9C_4 \text{ 通り}$$

残った5コの場所から
 白色の3枚のカードを
 置く場所の選べ方は

$$5C_3 \text{ 通り}$$

残った2つの場所には
 黄色のカードを置くだけ

$$\therefore 9C_4 \times 5C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 126 \times 10 = 1260 \text{ 通り}$$

(2) (1) の 1260 通りから
 黄色2枚が隣り合っている

並べ方を引けばよい。
 黄色2枚に区別はない
 (つまり、同じもの)
 よって、黄色2枚の並べ方は
 考えなくてよい。

つまり、赤4枚、白3枚、黄1枚
 の計 8 個を 13! に並べ
 並べ方の総数は

$$\frac{8!}{4!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 8 \times 7 \times 5 = 280 \text{ 通り}$$

よって、求める並べ方の総数は

$$1260 - 280 = 980 \text{ 通り}$$

(3) 両端が赤、白、黄
 で場合分けをする。

● 両端が赤の時
 赤 ① ② 赤

* ①②が同じ色になる
 は、赤赤、白白、黄黄
 の3通り (ア)

* ①②が異なる色に
 なるのは、

①が赤、白、黄の3通り
 ②は①以外に2通り
 $\therefore 3 \times 2 = 6 \text{ 通り} - (\text{イ})$

よって両端が赤になるのは (ア)(イ) 9通り

● 両端が白の時

白 ① ② 白

* ①②が同じ色になる
 は赤赤、黄黄の2通り (ウ)

* ①②が異なる色になる
 は、赤も、白も、黄も
 (15回以上は考えるので
 先程と同じで 6通り (エ)

よって両端が白になるのは
 (ウ)(エ) 8通り

● 両端が黄の時

黄 ① ② 黄

* ①②が同じ色になる
 は赤赤、白白の2通り (カ)

* ①②が異なる色になる
 は赤か白 (それぞれ2通り)
 赤白、白赤の2通り (キ)

よって両端が黄になるのは
 (カ)(キ) 4通り

以上より

$$9 + 8 + 4 = 21 \text{ 通り}$$

(18)

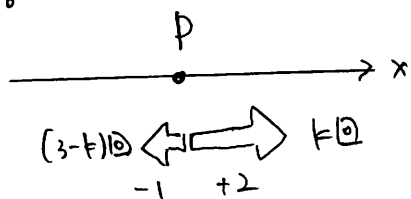
(1) 点Pが6の位置に113なので
3回の試行のうち3回とも
(1または2)の目が出て、
正の向きに2だけ移動した
3回行、 $T=2$ となる。
(1, 1または2)の目が出て
確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

よって 1回目 2回目 3回目

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{27}$$

(2) (1, 1または2)の目が出て3回中k回
出たとする。すると数直線上で
点Pは +2だけ移動したとて
k回行くと $T=k$ となる。一方で
(3-k)回、点Pは -1だけ移動
した。



よって 3回の試行の後、点Pの
位置は

$$(+2) \cdot k + (-1) \cdot (3-k)$$

となる。計算すると

$$2k - (3-k)$$

$$= 2k - 3 + k$$

$$= 3k - 3 \quad \text{となる。}$$

3回の試行の後、点Pの位置
が0になる。

$$3k - 3 = 0$$

よって $k=1$ となる。
よって 3回のうち、1回 +2、
2回 -1 である。 $T=0$ 。

3回のうち、どの回でも +2 だけ
動かした、というものは ${}_3C_1$ 通り
+2だけ動かした確率は $\frac{1}{3}$
-1だけ動かした確率は $\frac{2}{3}$

よって 求める確率は

$${}_3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\left(\begin{array}{l} 2+(-1)+(-1) \cdots \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \\ (-1)+2+(-1) \cdots \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \\ (-1)+(-1)+2 \cdots \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \end{array} \right)$$

(3) (2)のkは $k=0, 1, 2, 3$
の4通りになる。

・ $k=0$ の時

$$3k - 3 = 3 \cdot 0 - 3 = -3$$

よって、点Pの位置は -3 となる。

よって、3回のうち、+2の移動は0回

よって、-1の移動は3回 ($T=0$)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

・ $k=1$ の時

点Pの位置は0で、確率は $\frac{4}{9}$

・ $k=2$ の時

$$3k - 3 = 3 \cdot 2 - 3 = 3$$

よって、3回のうち、2回は +2 +2
移動した。1回は +2 -1 移動
($T=0$)。 (2) と同様 $T=$

$$3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^1$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

・ $k=3$ の時

(1) の、点Pの位置は6

$$\text{確率は } \frac{1}{27}$$

以上より

位置	-3	0	3	6	計
確率	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{27}$	1

求める期待値は

$$(-3) \cdot \frac{8}{27} + 0 \cdot \frac{4}{9} + 3 \cdot \frac{2}{9} + 6 \cdot \frac{1}{27}$$

$$= -\frac{8}{9} + \frac{6}{9} + \frac{6}{27}$$

$$= -\frac{4}{9} + \frac{6}{9} + \frac{2}{9}$$

$$= 0$$

19

(1) 7人が一列に並ぶので

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040 \text{通り}$$

大人4人が隣り合うのは

$$\text{大人大人大人大人} \quad \text{子供子供}$$

4!

大人4人それぞれ間隔=17
考える。間隔の中の
4人、大人、並び方は4!
3!7. 間隔と子供も3人の
計4つの間隔の並び方は4!

$$\therefore 4! \times 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 576 \text{通り}$$

(2) 大人が隣り合わないのは
大人と子供が交互に並ぶ

大人 大人 大人 大人

大人の並び方は、4人並ぶので4!
子供の並び方は3人並ぶので3!

$$\therefore 4! \times 3! = 24 \cdot 6 = 144 \text{通り}$$

(3) 3人だけ隣り合うのは $2880 - 576 \times 2$

$$(I) \text{ 3人だけ隣り合う} = 2880 - 1152$$

$$(II) \text{ 4人隣り合う} = 1728 \text{通り}$$

の2通り。

$$(I) \text{ 大人大人大人 子供子供子供}$$

4P3

大人3人それぞれ間隔=3と
4人の大人から3人選んで
並べるので 4P3通り

また、全体は 間隔1と
大人1人と子供も3人の
計5箇所を並べるので
5!通り。

$$\therefore 4P3 \times 5! = 24 \cdot 120 = 2880$$

(か) この中では、4人が
隣り合う場合が含まれるので
その場合を引く。4人が隣り
合うのは (1)より 576通り

さらに、例として 大人4人

①②③④とすると

$$\text{①②③④} \text{ 子供子供}$$

① ②③④ 子供子供

と、同じ並びが異なるものとして
数える4718なので、2880通りの中に
4人隣り合う場合が2通り
含まれている。

ゆえに、3人だけ隣り合うのは

$$(II) (1)より 576通り$$

以上より (I)(II)から

$$1728 + 576 = 2304 \text{通り}$$

(3) の(8)より

(I)より

$$\triangle \text{子供} \triangle \text{子供} \triangle \text{子供}$$

子供の並び方は3!通り

4人の△から2つ選んで

$$\text{大人大人} \text{ と大人を入れて並び方は}$$

6!。その並び方は 4P2通り

また、大人大人の中、大人の

並び方は 4P3通り

以上より (I)の場合

$$3! \times 4P2 \times 4P3$$

$$= 6 \cdot 12 \cdot 24$$

$$= 1728$$

ゆえに

$$1728 + 576$$

$$= 2304 \text{通り}$$

20

(1) ①②③の球が10個ある球から
3個を同時に取り出す

$10C_3$ 通り

＝かつ、3個とも数字3が

入っているのは、3個の

数字3の球から、3個を選ぶ

$3C_3$ 通り

求める確率は

$$\frac{3C_3}{10C_3} = \frac{1}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}}$$

$$= \frac{1}{10 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$= \frac{1}{120}$$

(2) 3個とも、同じ数字1である

(I) 3個とも数字3

(II) 3個とも数字4

(I) の場合 (1) より $\frac{1}{120}$

(II) の場合は

4個の数字4の球から

3個を選ぶ $4C_3$ 通り

$$\therefore \frac{4C_3}{10C_3} = \frac{4}{120}$$

(I)(II) より

$$\frac{1}{120} + \frac{4}{120} = \frac{5}{120}$$

$$= \frac{1}{24}$$

(3) 球が2種類ある

$$4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6 \text{ 通り}$$

2種類の球から2個を選ぶ

何通りあるか

(I) ①② の時

①②②

$1C_1 \cdot 3C_2$

$$= 1 \times 3 = 3 \text{ 通り}$$

(II) ①③ の時

①③③

$1C_1 \cdot 3C_2$

$$= 1 \times 3 = 3 \text{ 通り}$$

(III) ①④ の時

①④④

$1C_1 \cdot 4C_2$

$$= 1 \times 6 = 6 \text{ 通り}$$

(IV) ②③ の時

②②③

$2C_2 \cdot 3C_1$

$$= 1 \times 3 = 3 \text{ 通り}$$

②③③

$2C_1 \cdot 3C_2$

$$= 2 \times 3 = 6 \text{ 通り}$$

$$\therefore 3 + 6 = 9 \text{ 通り}$$

(V) ②④ の時

②②④

$2C_2 \cdot 4C_1$

$$= 1 \times 4 = 4 \text{ 通り}$$

②④④

$2C_1 \cdot 4C_2$

$$= 2 \times 6 = 12 \text{ 通り}$$

$$\therefore 4 + 12 = 16 \text{ 通り}$$

(VI) ③④ の時

③③④

$3C_2 \cdot 4C_1$

$$= 3 \times 4 = 12 \text{ 通り}$$

③④④

$3C_1 \cdot 4C_2$

$$= 3 \times 6 = 18 \text{ 通り}$$

$$\therefore 12 + 18 = 30 \text{ 通り}$$

(I) ~ (VI) より

$$\frac{1 + 3 + 6 + 9 + 16 + 30}{10C_3}$$

$$= \frac{65}{120} = \frac{13}{24}$$

(3) の

① 1種類ある (1) より $\frac{1}{24}$

2種類ある

$$\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \rightarrow 1C_1 \cdot 2C_1 \cdot 3C_1 = 6$$

$$\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{4} \rightarrow 1C_1 \cdot 2C_1 \cdot 4C_1 = 8$$

$$\textcircled{1} \textcircled{3} \textcircled{4} \rightarrow 1C_1 \cdot 3C_1 \cdot 4C_1 = 12$$

$$\textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \rightarrow 2C_1 \cdot 3C_1 \cdot 4C_1 = 24$$

$$\therefore \frac{6 + 8 + 12 + 24}{10C_3} = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

よって求める確率は

(1種類) + (2種類) より

$$1 - \left(\frac{1}{24} + \frac{5}{12} \right)$$

$$= 1 - \frac{1 + 10}{24} = \frac{13}{24}$$

(1)

(1) 3人 A, B, C とおと

$$\begin{aligned} & A \quad B \quad C \\ & 9 \text{通り} \times 8 \text{通り} \times 7 \text{通り} \\ & (A \neq B) (A, B \neq C) \\ & = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \text{通り} \end{aligned}$$

(1) ⑤

$$9P_3 = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \text{通り}$$

(2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 のうち、偶数番号の D, C, B -

を除外する

の余事象は

「全員が奇数番号の D, C, B - を

使用する」

である。よって、全事象から余事象

を引けばよい。全事象は、9! 通り

D, C, B - のうち、4! 通りで 4人から

使用する。①と同じ様に

$$9P_4 = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$$

$$= 3024 \text{通り}$$

よって、余事象は、1, 3, 5, 7, 9

の D, C, B - のうち、4! 通りで 4人

を使用する。よって、

$$5P_4 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$= 120 \text{通り}$$

よって、求める組合は

$$3024 - 120 = 2904 \text{通り}$$

(3) 男子 4人、女子 5人の

で、D, C, B - の組合は

1, 2, 3, 4, 5, 6 のうち、1 = 1, 2 = 2, 3 = 3, 4 = 4, 5 = 5, 6 = 6

①	2	③
4	5	6
⑦	8	⑨

①	2	③
4	⑤	6
⑦	8	⑨

1	②	3
④	5	⑥
⑦	⑧	9

例は、

①	2	③
4	5	6
⑦	8	⑨

の組合は、1, 2, 3, 4, 5, 6 のうち、1 = 1, 2 = 2, 3 = 3, 4 = 4, 5 = 5, 6 = 6

男子は、①, ②, ③, ④, ⑤, ⑥ の

D, C, B - のうち、1 = 1, 2 = 2, 3 = 3, 4 = 4, 5 = 5, 6 = 6

使用する。よって、

$$4! \text{通り}$$

よって、求める組合は、2, 4, 5, 6, 8

の D, C, B - のうち、1 = 1, 2 = 2, 3 = 3, 4 = 4, 5 = 5, 6 = 6

使用する。よって、

$$5P_3 \text{通り}$$

よって、求める組合は

$$4! \times 5P_3$$

$$= 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$= 1440 \text{通り}$$

ある。

よって、5人、5人、5人の組合は、1, 2, 3, 4, 5, 6 のうち、1 = 1, 2 = 2, 3 = 3, 4 = 4, 5 = 5, 6 = 6

求める組合は

全部で

$$1440 \times 6$$

$$= 8640 \text{通り}$$

22

(1) 全部で7個の玉から
同時に3個の玉を取り出す
ので、取り出し方は全部で

$$7C_3 \text{ 通りある。}$$

非. $X=7$ となるのは

(2)(2)(2)

と取り出し7つの場合しかない。

(2)(2)(2)

と取り出すのは、

(2)(2) → 2個中2個選ぶ
∴ $2C_2$ 通り

(3) → 1個中1個選ぶ
∴ $1C_1$ 通り

よって、求めるのは

$$2C_2 \times 1C_1 \text{ 通り}$$

以上より、 $X=7$ となるのは

$$\frac{2C_2 \times 1C_1}{7C_3} = \frac{1 \cdot 1}{7 \cdot 6 \cdot 5 / 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{1}{35}$$

(2) X の取りうる値は、

$$X=3, 4, 5, 6, 7$$

とある。 X が3のとき取り出すのは

$$X=3, 6 \text{ のとき取り出す。}$$

・ $X=3$ のとき

(1)(1)(1) の場合のみ

4個の1から3個選ぶので

$$4C_3 \text{ 通り}$$

確率は

$$\frac{4C_3}{7C_3} = \frac{4}{35}$$

・ $X=6$ のとき

(1)(2)(3) の場合のみ

(1) → 4個中1個選ぶ

$$\therefore 4C_1 \text{ 通り}$$

(2) → 2個中1個選ぶ

$$\therefore 2C_1 \text{ 通り}$$

(3) → 1個中1個選ぶ

$$\therefore 1C_1 \text{ 通り}$$

確率は

$$\frac{4C_1 \cdot 2C_1 \cdot 1C_1}{7C_3} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 1}{35} = \frac{8}{35}$$

よって、 X が3のとき取り出すのは

$$\frac{4}{35} + \frac{8}{35} = \frac{12}{35}$$

(3) $X=4$ となる確率は

(1)(1)(2) の場合のみ

(1) → 4個中2個選ぶ

$$4C_2 \text{ 通り}$$

(2) → 2個中1個選ぶ

$$2C_1 \text{ 通り}$$

∴ 確率は

$$\frac{4C_2 \times 2C_1}{7C_3} = \frac{6 \times 2}{35}$$

$$= \frac{12}{35}$$

$X=5$ となる確率は

(1)(1)(3)

(1)(2)(2)

の2つの場合がある。

(1)(1)(3) の場合

(1) → 4個中2個選ぶ

$$4C_2 \text{ 通り}$$

(3) → 1個中1個選ぶ

$$1C_1 \text{ 通り}$$

$$\therefore 4C_2 \times 1C_1 = 6 \text{ 通り}$$

(1)(2)(2) の場合

(1) → 4個中1個選ぶ

$$4C_1 \text{ 通り}$$

(2) → 2個中2個選ぶ

$$2C_2 \text{ 通り}$$

$$\therefore 4C_1 \times 2C_2 = 4 \text{ 通り}$$

∴ 確率は

$$\frac{6+4}{7C_3} = \frac{10}{35}$$

以上より

X	3	4	5	6	7	合計
確率	$\frac{4}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{10}{35}$	$\frac{8}{35}$	$\frac{1}{35}$	1

よって、求める期待値 E は

$$E = 3 \cdot \frac{4}{35} + 4 \cdot \frac{12}{35} + 5 \cdot \frac{10}{35}$$

$$+ 6 \cdot \frac{8}{35} + 7 \cdot \frac{1}{35}$$

$$= \frac{12}{35} + \frac{48}{35} + \frac{50}{35} + \frac{48}{35} + \frac{7}{35}$$

$$= \frac{165}{35}$$

$$= \frac{33}{7}$$

23

- (1) 25個のIと53個の異なる文字の
計78個を並べると

$$\frac{78!}{2!} = \frac{78 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2}$$

$$= 2520 \text{通り}$$

- (2) 最初= K, N, H を並べると
その間に A, I, O, I を並べる。
つまり

x * x * x * x *

x の位置は K, N, H を並べると
並べ方は 3! 通り

x の位置に A, I, O, I を並べると
並べ方は 4! 通り
2個同じものがあるから

$$\frac{4!}{2!} \text{通り}$$

∴

$$3! \times \frac{4!}{2!}$$

$$= 6 \times \frac{24}{2} = 72 \text{通り}$$

- (3) まず A, I, O, I, *, *, *

(A 1個, O 1個, I 2個, * 3個)

の7文字を一字1に並べる。並べ方は

$$\frac{7!}{2!3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2$$

$$= 420 \text{通り}$$

そして、それぞれを並べると

3つの * は、左から順に K, N, H と

あてはめてやればいい。

そのあてはめ方は 1 通り

$$\therefore 420 \times 1 = 420 \text{通り}$$

- (4) (3) のうち条件はあてはまるものをとる。

つまり、「少なくとも2個が連続する」

の条件は「どこも隣り合わない」でいい。

よって K, N, H のどこも隣り合わないのは

x * x * x * x *

x は A, I, O, I を並べる。

$$\text{並べ方は } \frac{4!}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 12 \text{通り}$$

x のうち、3ヶ所を選んで、左から順に

K, N, H とあてはめていく。つまり、3ヶ所

を選んで、並べ方は 1 通り = 決まるので

K, N, H の並べ方は、5個の * から3

ヶ所を選んで 5C3 通り = 10

よって K, N, H のどこも隣り合わないのは

$$12 \times 5C3$$

$$= 12 \times \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120 \text{通り}$$

よって (3) は 420 通り

$$420 - 120 = 300 \text{通り}$$

(1) 得点が5点となるのは
11回目から5回目まで
すべて表が出るのである。

$$\begin{array}{ccccc} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} \\ \text{表} & \text{表} & \text{表} & \text{表} & \text{表} \\ \frac{1}{2} & \times & \frac{1}{2} & \times & \frac{1}{2} & \times & \frac{1}{2} & \times & \frac{1}{2} \\ & & & & & & & & = \frac{1}{32} \end{array}$$

(2) 得点が4点となるのは
次の3通りである。

① ② ③ ④ ⑤

(I) 表 表 表 裏 裏 (4点)

(II) 裏 表 表 表 裏 (4点)

(III) 表 表 裏 表 表 (2+2点)

どの場合も、(1)の結果より

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

よ、

$$\frac{1}{32} \times 3 = \frac{3}{32}$$

(3) 得点が3点となるのは
次の5通りである。

① ② ③ ④ ⑤

表 表 表 裏 < 裏

裏 表 表 表 裏

表 > 裏 表 表 表

よ、(2)と同様に

$$\frac{1}{32} \times 5 = \frac{5}{32}$$

(4) 得点が2点となるのは
表が2回連続で出るのは
1回のみである。

(I) 表が2回のみ

- 表 表 裏 裏 裏
- 裏 表 表 裏 裏
- 裏 裏 表 表 裏
- 裏 裏 裏 表 表

(II) 表が3回のみ

- 表 表 裏 表 裏
- 裏 表 表 裏 表
- 表 表 表 裏 裏
- 裏 表 表 表 裏

(I)(II)より10通りである。

よ、2点となる確率は

$$\frac{1}{32} \times 10 = \frac{10}{32}$$

得点が0点となるのは

(i) 表が1回のみ

表 裏 裏 裏 裏

など計5通り

(ii) 表が2回のみ

5回中、2回表が

出るのは、 $5C_2 = 10$ 通り

このうち、5球以上

(I)の場合では

2点得点が入る。

それ以外の場合で

(例) 表 裏 表 裏 裏

ある。

よ、

$$5C_2 - (I) \text{の場合} = 10 - 4 = 6 \text{通り}$$

(iii) 表が3回のみ

表 表 表 裏 裏 の1通り

(iv) 表が0回

すべて裏の1通り

よ、(i)~(iv)より

$$5 + 6 + 1 + 1 = 13 \text{通り}$$

よ、0点となる確率は

$$\frac{1}{32} \times 13 = \frac{13}{32}$$

よ、

得点	0	2	3	4	5	合計
確率	$\frac{13}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{32}$	1

よ、求める期待値Eは

$$\begin{aligned} E &= 0 \cdot \frac{13}{32} + 2 \cdot \frac{10}{32} + 3 \cdot \frac{5}{32} + 4 \cdot \frac{3}{32} + 5 \cdot \frac{1}{32} \\ &= \frac{20}{32} + \frac{15}{32} + \frac{12}{32} + \frac{5}{32} \\ &= \frac{52}{32} \\ &= \frac{13}{8} \end{aligned}$$

25

(1) 赤玉 50, 白玉 20 で考える。



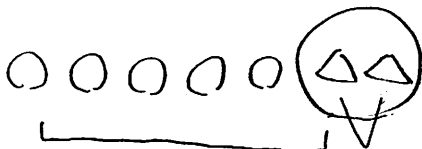
$$5! \times 2!$$

$$= 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 2 \cdot 1$$

$$= 120 \times 2$$

$$= 240 \text{通り}$$

非. 白玉が隣り合うへは



○5個と(△△)1個の 2!
計6個を並べ替える 6!

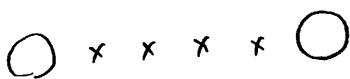
$$6! \times 2!$$

$$= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \times 2$$

$$= 720 \times 2$$

$$= 1440 \text{通り}$$

(2)



両端の2個の玉の並べ方は

$$5P_2 = 5 \times 4 = 20 \text{通り}$$

非. 両端の赤玉にははさまれた

45個の x は何でもいい。

42に残った55個 (赤3個 白2個)

から. 45個を並べて並べ替えるので

$$5P_4 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120 \text{通り}$$

以上. 求める並べ方は全部で

$$20 \times 120 = 2400 \text{通り}$$

(3) 赤玉と白玉が交互に

並ぶのは



と並ぶしかない。

赤玉3個の並べ方は

5個から3個を選んで

並べ替えるので $5P_3$ 通り。

白玉2個の並べ方は

2! 通り。

よって

$$5P_3 \times 2!$$

$$= 5 \cdot 4 \cdot 3 \times 2$$

$$= 60 \times 2$$

$$= 120 \text{通り}$$

非. 白玉の両端が

赤玉1になるのは

(I) 白玉2個の時

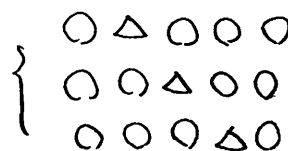
(II) 白玉1個の時

の21通り-2ある。

(I) は上段の通り. (120通り) - (7)

(II) に于いて. 白玉の両隣が

赤玉1になる配置は



の3通り-1。

その2の1通り-1 (= ありても)

白玉の並べ方は $2C_1$

非. 赤玉は5個から

45個選んで並べ替えるので

$$5P_4 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$= 120$$

42 = 120の1通り-1 (=

あり. 並べ方は

$$2C_1 \times 120$$

$$= 2 \cdot 120 = 240$$

非. = 4個を1つずつ31通り-1あり

$$3 \times 240$$

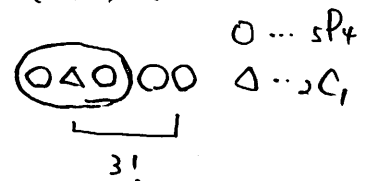
$$= 720 \text{通り} \dots (1)$$

(7)(1)より

$$120 + 720$$

$$= 840 \text{通り}$$

(3) (I) に于いて



$$よって 3! \times 5P_4 \times 2C_1$$

$$= 6 \cdot 120 \cdot 2$$

$$= 1440$$

とすると. 3!より



は別の並べ方である。

(これ31通り)

(i) の $\odot$ は 1, $\otimes$ は 2

(ii) の $\odot$ は 1, $\otimes$ は 2

と入ると. 同じ並べ方に2通りある。

26

(1) 4回とも、同じ色カードを取り出す確率は

① 赤 赤 赤 赤
 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$

② 青 青 青 青
 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$

③ 黄 黄 黄 黄
 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$

$\therefore \frac{1}{81} + \frac{1}{81} + \frac{1}{81} = \frac{3}{81} = \frac{1}{27}$

(2) (1)より、1つの場合が起る確率は、4回とも $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$ である。
 よって、条件を満たす場合が何通りあるかを考える。

異なる2色のカードを、それぞれ2回ずつ取り出すのは、

3色のうち、2色を用いるので、

${}_3C_2 = 3$ 通り。

ある。そこで、(赤と青)の場合を考える。

(赤赤 青青
 赤青 赤青)

例えば、赤2つ、青2つの計4つの並べ方の総数だけ場合が出てくる。その並べ方の総数は

$\frac{4!}{2!2!} = 6$ 通り

である。これは、(赤、青)1対1の2通りも同じになる。条件を満たす場合の数は

${}_3C_2 \times \frac{4!}{2!2!} = 3 \times 6 = 18$ 通り

2018年10月20日の場合

確率は $\frac{1}{81}$ である

$18 \times \frac{1}{81}$

$= \frac{2}{9}$

(3) $X = 2$ の時、

(1)と同じく、色の並べ方は ${}_3C_2 = 3$ 通りある。そこで、(赤、青)の場合を考える

(I) 赤3回 青1回

(II) 赤2回 青2回

(III) 赤1回 青3回

の3通り-2がある。

(I)の時、赤3つ、青1つの並べ方は

$\frac{4!}{3!1!} = 4$ 通り

(II)の時、赤2つ、青2つの

並べ方は

$\frac{4!}{2!2!} = 6$ 通り

(III)の時、赤1つ、青3つの

並べ方は

$\frac{4!}{1!3!} = 4$ 通り

よって、(赤、青)の場合には

$4 + 6 + 4 = 14$ 通り

である。他の ${}_3C_2$ 通りそれぞれについて同様なので、

${}_3C_2 \times 14 = 3 \times 14 = 42$ 通り

よって $X = 2$ の時

確率は

$42 \times \frac{1}{81} = \frac{14}{27}$

また、(1)より $X = 1$ の時

確率は $\frac{1}{27}$ である。

よって、 $X = 3$ と仮定する確率は、

赤、青、黄と2つ1色出るので、3色の並べ方は ${}_3C_1$ 通り。また、例として

(赤、青、黄、赤)の時、

この4つの並べ方は、赤2つ

$\frac{4!}{2!} = 12$ 通り

42は、 ${}_3C_1$ 通りある43"42" (2通りある)。

${}_3C_1 \times 12 = 36$ 通り

よって、 $X = 3$ と仮定する確率は

$36 \times \frac{1}{81} = \frac{12}{27}$

よって

X	1	2	3	計
確率	$\frac{1}{27}$	$\frac{14}{27}$	$\frac{12}{27}$	1

求める期待値は

$E = 1 \times \frac{1}{27} + 2 \times \frac{14}{27} + 3 \times \frac{12}{27}$

$= \frac{1}{27} + \frac{28}{27} + \frac{36}{27}$

$= \frac{65}{27}$

(27)

(1) 12個の石から3個の石を置く3個の場所を選んで置くので

$$12C_3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 220 \text{通り}$$

すなわち、どの行にも1個ずつ石を置く場合がある。ここで、どの行でも、第1列から第4列までのどの列にも置くか、4通りの置き方がある。

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64 \text{通り}$$

(2) 4個の石のうち、3個を各行に置き、残りの1個はどこに置く。

例えば、第1行に2個、第2行、第3行に1個ずつ置く。

第1行の石の置き方 → 4列から2列を選ぶので $4C_2$ 通り
第2行、第3行の石の置き方 → 4列から1列を選ぶので $4C_1$ 通り

よって、
 $4C_2 \times 4C_1 \times 4C_1$
 $= \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 4 \cdot 4$
 $= 6 \cdot 4 \cdot 4$
 $= 96 \text{通り}$
 421. 第1行に2個置く場合は96通りある。
 第2行、第3行に2個置く場合も同様なので
 $96 \times 3 = 288 \text{通り}$

(3) 5個の石を置くとき、どの列にも石が置ける。このとき、石がどの行にあるか、あってもいいと考える。

例えば、第1列に2個、他の列に1個ずつ置く。

$$3C_2 \cdot 3C_1 \cdot 3C_1 \cdot 3C_1$$

131	231	331	431
-----	-----	-----	-----

$$= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81 \text{通り}$$

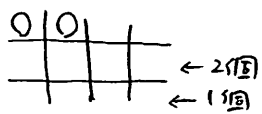
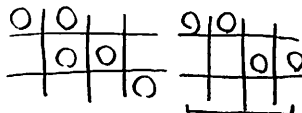
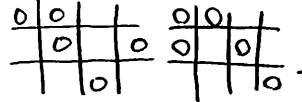
第2列 ~ 第4列に2個置く場合も同様なので
 $81 \times 4 = 324 \text{通り}$
 である。(1) (2) の322通りの中に、石のない行がある場合も含めると、36通りを引く必要がある。
 例として、第1行に石がない場合。

どの列にも2個置く場合は4通り。
 例として、4列に2個ずつ置く。
 $2C_1 \cdot 2C_1 \cdot 2C_1 \cdot 2C_1$

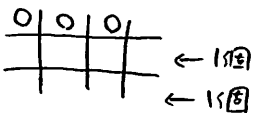
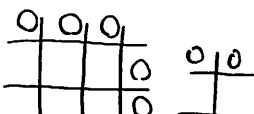
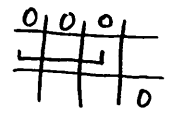
131	231	331	431
-----	-----	-----	-----

$= 8 \text{通り}$ 5) $8 \times 4 = 32 \text{通り}$
 20 32通りは、第1行に石のない場合なので、第2行、第3行に石のない場合も同様で
 $32 \times 3 = 96 \text{通り}$
 421. どの行、どの列にも石の置き場がある
 $322 - 96 = 226 \text{通り}$

(8) 3行に3つ置く
 2個 + 2個 + 1個, 3個 + 1個 + 1個
 の2通りがある。

(I) 2個 + 2個 + 1個 の時
 どの行に2個置くか... $3C_2$ 通り
 例として、第1行に2個石を置くとして、石の置き方は $4C_2$ 通り。そして、第1行の第1列と第2列に石を置き、第2行、第3行で石の置き方考える。


 例として、第1行に2個、他の列に1個ずつ置く。

 計 8通り

よって (I) の場合は
 $3C_2 \cdot 4C_2 \cdot 8 = 144 \text{通り}$

(II) 3個 + 1個 + 1個
 どの行に3個置くか... $3C_1$ 通り
 例として、第1行に3個石を置くとして、石の置き方は $4C_3$ 通り。そして、第1行の第1列 ~ 第3列に石を置き、第2行、第3行で石の置き方考える。


 例として、第1行に石がない場合。

 計 7通り

よって (II) の場合は
 $3C_1 \cdot 4C_3 \cdot 7 = 84 \text{通り}$
 (I) (II) の
 $144 + 84 = 228 \text{通り}$

$$p_o = \frac{1}{\rho} \quad (555)$$

$$P_1 = \frac{3}{8} \quad \begin{matrix} (\bar{a} \bar{a} \bar{a}) . (\bar{a} \bar{a} \bar{a}) \\ (\bar{a} \bar{a} \bar{a}) \end{matrix}$$

$$p_2 = \frac{3}{8} \quad \begin{matrix} (a, a') & (a', a) \\ & (a, a) \end{matrix}$$

$$p_3 = \frac{1}{A} \quad (a, a, a)$$

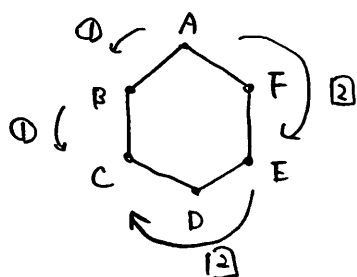
である。1日投じた結果
点 P へ A へある確率は
重み w_i により決まる。
 P_i である。

$$\therefore P_o = \frac{1}{f}$$

1日上げた結果 $B1 =$
 いるのは、表が1日
 出ればよい。

$$\therefore P_1 = \frac{3}{8}$$

(2) 3枚の硬貨を2回投げる
点 P が C に落ちる確率は



$$A \rightarrow B \rightarrow C$$

$$\searrow \quad \quad \quad \rightarrow E \rightarrow C$$

9 2通りある。

• $A \rightarrow B \rightarrow C$ and $A \rightarrow C$

$$A \xrightarrow{P_1} B \xrightarrow{P_1} C$$

$$= \frac{3}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{64}$$

• $A \rightarrow E \rightarrow C$ ≈ 0.7

$$A \xrightarrow{P_2} E \xrightarrow{P_2} C$$

$$= \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64}$$

$$\frac{9}{64} + \frac{9}{64} = \frac{18}{64}$$
$$= \frac{9}{32}$$

(3) 3つの硬貨を3回投げた'

て、点 P の点 A に一致する
 二つの直線である。

(I) $3 \mid 5$ & $t \in A_1 = \{ \}$

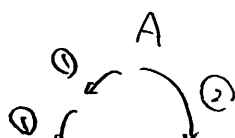
()利. 重なり))

$$A \xrightarrow{p_0} A \xrightarrow{p_0} A \xrightarrow{p_0} A$$

$\therefore$ 子石研率 1.5

$$P_0 \cdot P_0 \cdot P_0$$
$$= \left(\frac{1}{512}\right)^3 = \frac{1}{512}$$

(II) 3回 α 5回 β , 1回 P_2 , 2回 P_1 ,
2回 β , 2回 α .



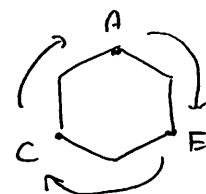
その確率は、3回のうち

何回回 = P_2 まで走 = 8km?

3C, 271

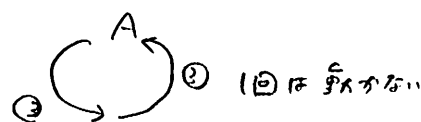
$$= 3 \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{81}{512}$$

(Ⅳ) 3回とて p_2 が必要? = 3。



$$\therefore p_2 \cdot p_2 \cdot p_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{512}$$

(TV) 3120 210 P, 110 P.



(Ⅱ)と(Ⅲ)より、3回中、2回は

P_2 ከፍተኛ ትኩረት C_2 ላይ

$$= 3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{512}$$

$$\perp \times \perp \quad (I) \sim (TV) \text{ 等}$$

求女の成功率は

$$\frac{1}{512} + \frac{81}{512} + \frac{27}{512} + \frac{3}{512}$$

$$= \frac{112}{512}$$

$$= \frac{7}{32}$$

$$(112 = 16 \times 7)$$
$$(512 = 16 \times 32)$$

(29)

(1) 取り出し方の総数は

10枚から3枚選ぶ方法

$10C_3$ 通り

すなわち、3枚とも[3]とあるのは

3枚の[3]から3枚選ぶ方法

$3C_3$ 通り

∴ 確率は

$$\frac{3C_3}{10C_3} = \frac{1}{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{1}{120}$$

(2) 2枚が同じ数字である時、

その2枚の数字は[2]、[3]、[4]である。

(I) [2]である時、3枚の内訳は

[2]、[2]、([1]、[3]、[4]の8枚から1枚)

である。よって [2] が2枚 → $2C_2$ 通り

[1]、[3]、[4]の8枚から1枚 → $8C_1$ 通り

よって、確率は $\frac{2C_2 \cdot 8C_1}{10C_3} = \frac{1 \cdot 8}{120} = \frac{8}{120}$

(II) [3]である時、3枚の内訳は

[3]、[3]、([1]、[2]、[4]の7枚から1枚)

である。よって [3] が2枚 → $2C_2$ 通り

[1]、[2]、[4]の7枚から1枚 → $7C_1$ 通り

よって、確率は $\frac{2C_2 \cdot 7C_1}{10C_3} = \frac{3 \cdot 7}{120} = \frac{21}{120}$

(III) [4]である時、3枚の内訳は

[4]、[4]、([1]、[2]、[3]の6枚から1枚)

である。よって [4] が2枚 → $2C_2$ 通り

[1]、[2]、[3]の6枚から1枚 → $6C_1$ 通り

よって、確率は $\frac{2C_2 \cdot 6C_1}{10C_3} = \frac{1 \cdot 6}{120} = \frac{6}{120} = \frac{36}{120}$

よって (I)(II)(III)より

$$\frac{8}{120} + \frac{21}{120} + \frac{36}{120} = \frac{65}{120} = \frac{13}{24}$$

(3) $X=2$ であるのは (2) の (I) より $\frac{8}{120}$

$X=3$ であるのは (2) の (II) と (1) より

$$\frac{21}{120} + \frac{1}{120} = \frac{22}{120}$$

$X=4$ であるのは (2) の (III) と [4] が3枚取り出す時
の2通りある。

(2) の (III) より $\frac{36}{120}$

[4] が3枚取り出すのは $\frac{4C_3}{10C_3} = \frac{4}{120}$

∴ $\frac{36}{120} + \frac{4}{120} = \frac{40}{120}$

すなわち $X=0$ であるのは $X=2, 3, 4$ の余事象より

$$1 - \left(\frac{8}{120} + \frac{22}{120} + \frac{40}{120} \right) = \frac{50}{120}$$

X	0	2	3	4	$\frac{1}{5}$
確率	$\frac{50}{120}$	$\frac{8}{120}$	$\frac{22}{120}$	$\frac{40}{120}$	1

期待値 E は

$$E = 0 \cdot \frac{50}{120} + 2 \cdot \frac{8}{120} + 3 \cdot \frac{22}{120} + 4 \cdot \frac{40}{120} = \frac{121}{60}$$