

数学発展課題

parabola



()年()組()番 氏名()

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

1 2 次関数 $f(x) = -x^2 + 2px - p^2 + p + 3$ (p は定数) がある。

(1) $p = 2$ とする。 $f(x)$ の最大値および、そのときの x の値を求めよ。

(2) $f(x)$ の最大値が 4 以下であるような p の値の範囲を求めよ。

(3) $-2 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値が 4 になるような p の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

2 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax - a^2 + 2a$ (a は定数) がある。

(1) $a = 2$ とする。 $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) $a \geq 1$ のとき, $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値が -3 となるような a の値を求めよ。

(3) $a \geq 1$ のとき, $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値を M , 最小値を m とする。このとき, $M + 2m = 0$ となるような a の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

3 2 次関数 $y = x^2 - 4x + 5 \cdots \textcircled{1}$ のグラフを x 軸方向に 1, y 軸方向に k だけ平行移動すると関数 $y = f(x)$ のグラフとなる。また, 関数 $y = f(x)$ のグラフは点 $(1, 2)$ を通る。

(1) 2 次関数 $\textcircled{1}$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) 定数 k の値と関数 $f(x)$ を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq a$ (a は正の定数) における関数 $f(x)$ の最小値を m とする。 m を求めよ。

(4) $p \leq x \leq p + 1$ (p は定数) における関数 $f(x)$ の最大値を M とする。 M を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

4 x の 2 次不等式 $x^2 - x - 6 > 0 \cdots \textcircled{1}$ と $x^2 - ax - 2a^2 \leq 0 \cdots \textcircled{2}$ がある。ただし, a は正の定数とする。。

(1) 2 次不等式 $\textcircled{1}$ を解け。

(2) 2 次不等式 $\textcircled{2}$ を解け。また, 不等式 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を同時に満たす x が存在するときの, 定数 a の値の範囲を求めよ。

(3) 不等式 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を同時に満たす x の整数値のうち, 正のものが 10 個あるときの a の値の範囲を求めよ。また, そのとき不等式 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を同時に満たす負の整数値は何個あるか。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

5 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + b$ (a, b は定数) があり, $f(x)$ の最小値は 2 である。ただし, $a > 0$ であるとする。

(1) b を a で表せ。

(2) $x \geq 2$ における $f(x)$ の最小値が 4 であるような a の値を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値の差が 3 であるような a の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

6 2 つの x についての 2 次不等式

$$x^2 - 5x \geq 0 \cdots \textcircled{1}, \quad (x-a)(x-a-3) \leq 0 \cdots \textcircled{2}$$

がある。ただし, a は定数とする。

(1) 2 次不等式 $\textcircled{1}$ を解け。

(2) 2 次不等式 $\textcircled{2}$ を解け。また, $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を同時に満たす x の値が存在するような定数 a の値の範囲を求めよ。

(3) 2 つの不等式 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を同時に満たす x の整数値が 2 つだけとなるような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

7 2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + a^2 - 3$ (a は正の定数) があり, $f(0) = f(2)$ を満たしている。

(1) b を a で表せ。また, $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a で表せ。

(2) $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値が 7 のとき, a の値を求めよ。

(3) (2) のとき, $k \leq x \leq 2k$ (k は正の定数) における $f(x)$ の最小値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

8 方程式 $|x^2 - x - 2| = 2x + k \cdots \textcircled{1}$ がある。ただし, k は定数である。

(1) 2 次不等式 $x^2 - x - 2 \geq 0$ を解け。

(2) 関数 $y = |x^2 - x - 2| - 2x$ のグラフを書け。

(3) 方程式 $\textcircled{1}$ が 4 つの解を持つとき, 定数 k の値の範囲を定めよ。また, このとき, 方程式 $\textcircled{1}$ の 4 つの解の和を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

9 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2(a+1)x - 2a + 6$ (a は定数) がある。

(1) $f(-1)$ の値を求めよ。また, $f(3) < 0$ となるような a の値の範囲を求めよ。

(2) $y = f(x)$ のグラフが, $-1 < x < 3$ の範囲で, x 軸と接するような a の値を求めよ。

(3) $y = f(x)$ のグラフが, $-1 < x < 3$ の範囲では, x 軸とただ 1 つの共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

10 x の 2 次不等式 $x^2 - ax + (a - 4)^2 < 0 \cdots \textcircled{1}$ がある。た

だし, a は定数とする。

(1) $x = 4$ が不等式 $\textcircled{1}$ を満たすような a の値の範囲を求めよ。

(2) 不等式 $\textcircled{1}$ が解を持たないような a の値の範囲を求めよ。

(3) $2 \leq x \leq 4$ のすべての x が不等式 $\textcircled{1}$ を満たすような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

11 x についての 2 次関数 $f(x) = x^2 + 4x - 1$, $g(x) = x^2 - 4px + 7p^2$ がある。ただし, $p > 0$ とする。

(1) $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフの頂点の座標をそれぞれ求めよ。

(2) $p \leq x \leq p + 1$ における $f(x)$ の最大値が 11 となるとき, p の値を求めよ。

(3) $p \leq x \leq p + 1$ における $f(x)$, $g(x)$ の最小値が一致するとき, p の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

12 a を正の定数とする。 x についての 2 次不等式 $x^2 - 3ax + 2a^2 < 0 \cdots \textcircled{1}$ と、2 次方程式 $x^2 - (a + 6)x + 5(a + 1) = 0 \cdots \textcircled{2}$ がある。

- (1) 2 次不等式 $\textcircled{1}$ を解け。
- (2) 2 次方程式 $\textcircled{2}$ が重解をもつときの a の値を求めよ。またそのとき、2 次不等式 $\textcircled{1}$ を満たす整数をすべて求めよ。
- (3) 2 次不等式 $\textcircled{1}$ を満たす整数がちょうど 3 個存在し、その中に整数 4 および 5 が含まれるような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

13 x の 2 次不等式 $x^2 - 2x \leq 0 \cdots \textcircled{1}$, $x^2 - ax - 2a^2 <$

$0 \cdots \textcircled{2}$ がある。ただし, a は定数とする。

(1) 2 次不等式 $\textcircled{1}$ を解け。

(2) $0 < a < 1$ のとき, 不等式 $\textcircled{2}$ を解け。またこのとき, 不等式 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を同時に満たす x の値の範囲を求めよ。

(3) 不等式 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を同時に満たす x の整数値が, ちょうど 2 個存在するとき, a のとりうる値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

14 放物線 $y = x^2 - 2ax + 2a + 15 \cdots \textcircled{1}$ がある。ただし、
 a は定数とする。

- (1) 放物線 $\textcircled{1}$ の頂点の座標を a を用いて表せ。
- (2) 放物線 $\textcircled{1}$ が x 軸に接するときの a の値を求めよ。
- (3) 放物線 $\textcircled{1}$ が x 軸の正の部分と異なる 2 点で交わるような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

15 x の 2 次不等式 $x^2 - ax + a + 2 \geq 0 \cdots \textcircled{1}$ がある。ただし, a は定数とする。

- (1) $\textcircled{1}$ の解が $x \leq -2, b \leq x$ となるとき, a, b の値を求めよ。ただし $b > -2$ とする。
- (2) $\textcircled{1}$ の解が, すべての実数となるような a の値の範囲を求めよ。
- (3) $x \leq 2$ であるすべての x が, $\textcircled{1}$ を満たすような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

16 x の 2 次関数 $y = x^2 - 4x + a \cdots \textcircled{1}$ がある。ただし, a は正の定数である。

(1) 2 次関数 $\textcircled{1}$ のグラフの頂点の座標を a で表せ。

(2) $0 \leq x \leq 3$ のとき, 2 次関数 $\textcircled{1}$ の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq a$ のとき, 2 次関数 $\textcircled{1}$ の最大値は最小値より 9 だけ大きい。このとき a の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

17 2 次関数 $y = x^2 - 4ax + 4 \cdots \textcircled{1}$ がある。ただし, a は定数とする。

(1) 関数 $\textcircled{1}$ のグラフの頂点の座標を a で表せ。

(2) $a = 1$ のとき, $0 \leq x \leq 4$ における関数 $\textcircled{1}$ の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。

(3) $a > 0$ とする。 $0 \leq x \leq 4$ における関数 $\textcircled{1}$ の最大値と最小値の和が 0 であるとき, a の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

18 x の不等式 $x^2 - (a^2 + a)x + a^3 < 0 \cdots \textcircled{1}$ がある。ただし, a は正の定数とする。

(1) $x^2 - (a^2 + a)x + a^3$ を因数分解せよ。

(2) 不等式 $\textcircled{1}$ を解け。

(3) 不等式 $\textcircled{1}$ を満たす整数 x が 4 個だけ存在するような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

19 2 次関数 $f(x) = ax^2 + 2ax - a^2 + 1$ ($-2 \leq x \leq 2$) が

ある。ただし、 a は 0 でない定数とする。

(1) $a = 1$ のとき、 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $a < 0$ のとき、 $f(x)$ の最大値と最小値を a を用いて表せ。

(3) $f(x)$ の最小値が -1 のとき、 a の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

20 x の 2 次方程式 $x^2 + 2ax + 2a^2 - a - 6 = 0 \cdots \textcircled{1}$ がある。ただし、 a は定数である。

- (1) 方程式 $\textcircled{1}$ が異なる 2 つの解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。
- (2) 方程式 $\textcircled{1}$ が $x > -1$ の範囲に異なる 2 つの解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。
- (3) 方程式 $\textcircled{1}$ が $x > -1$ の範囲に少なくとも 1 つの解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

21 2 次関数 $f(x) = ax^2 - 3ax + 2a + 1$ がある。ただし、
 a は 0 でない定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を a を用いて表せ。

(2) $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値が $a^2 - 14$ であるとき、 a の値を求めよ。

(3) $y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に a だけ平行移動したグラフを表す 2 次関数を $y = g(x)$ とする。 $0 \leq x \leq 2$ における関数 $g(x)$ の最大値を a を用いて表せ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

22 2 次不等式 $x^2 - 4x \leq 0 \cdots \textcircled{1}$ と 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2x + a^2 - 3a - 17$ (a は定数) がある。

(1) 不等式 $\textcircled{1}$ を解け。

(2) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 個の共有点をもつとき, a の値の範囲を求めよ。

(3) $a = 5$ のとき, $y = f(x)$ のグラフが x 軸と交わる点を A, B とする。線分 AB の長さを求めよ。

(4) (1) で求めた x の範囲内で $y = f(x)$ のグラフが x 軸と共有点をもつとき, a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

23 2 次関数 $f(x) = -2x^2 + 4ax - 4a + 10$ がある。ただし, a は定数とする。

(1) $f(x)$ の最大値を a を用いて表せ。

(2) $0 \leq x \leq 2$ において, $f(x)$ は $x = 2$ で最小値をとり, 最大値は $\frac{17}{2}$ である。このとき, a の値を求めよ。

(3) $a = \frac{1}{2}$ とする。 $-t \leq x \leq 2t$ における $f(x)$ の最小値が -4 であるような定数 t の値を求めよ。ただし, $t > 0$ とする。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

24 2 次関数 $f(x) = x^2 - 4ax + b$ (a, b は定数) があり,

$y = f(x)$ のグラフは点 $(1, 1)$ を通っている。

(1) b を a で表せ。

(2) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と接するとき, a の値を求めよ。また, そのときの接点の座標を求めよ。

(3) $x \geq 1$ において, つねに不等式 $f(x) > 0$ が成り立つとき, a のとりうる値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

25

2 次関数 $f(x) = x^2 - (a+1)x + a^2 + a - 1$ (a は定数)

がある。 $-1 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値を M , 最小値を m とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) M を a を用いて表せ。

(3) $a > 0$ のとき , $M - 4m = 0$ となるような a の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

26 2 次関数 $y = x^2 + 2ax + 2a^2 + 4a - 5 \cdots \textcircled{1}$ がある。ただし、 a は定数である。

(1) $\textcircled{1}$ のグラフが原点 $(0, 0)$ を通るとき、 a の値を求めよ。

(2) $\textcircled{1}$ のグラフが x 軸と共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。

(3) $\textcircled{1}$ のグラフが x 軸の正の部分と共有点を 1 つだけもつとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

27 2 次関数 $f(x) = x^2 - ax + b$ があり, $f(0) = f(2)$ を満たしている。ただし, a, b は定数とする。

(1) a の値を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値を b を用いて表せ。

(3) k を正の定数とする。 $0 \leq x \leq k$ における $f(x)$ の最大値が 6, 最小値が 2 であるような b と k の値をそれぞれ求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

28

2 次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ があり, $f(-2) = f(-1) =$

1 を満たしている。ただし, a, b, c は定数であり, $a \neq 0, a > -2$ とする。

(1) b, c を a を用いて表せ。

(2) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。

(3) $-2 \leq x \leq a$ における $f(x)$ の最大値を M , 最小値を m とするとき, $M - m$ を a を用いて表せ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

29 関数 $f(x) = 2x^2 - ax + b$ (a, b は定数) がある。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) $0 < a < 8$ とする。関数 $f(x)$ が $0 \leq x \leq 4$ において最大値 9 をとり、 $0 \leq x \leq 2$ において最大値 1 をとるとき、 a, b の値を求めよ。

(3) $a > 0$ とする。関数 $f(x)$ が $0 \leq x \leq \frac{a}{4} + 1$ において最大値 9、最小値 1 をとるとき、 a, b の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

30 2 次関数 $f(x) = ax^2 - 4ax + 4a + b - 5$ がある。ただ

し, a, b は定数で, $a \neq 0$ とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) $y = f(x)$ のグラフが点 $(1, 2)$ を通るとき, $0 \leq x \leq 3$ を満たすすべての x に対して $f(x) \geq 0$ であるような a のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $a = \frac{1}{2}$, $b > 2$ とする。点 $O(0, 0)$, $A(2b, 0)$, $B(0, 21)$, $C(b, 21)$ に対し, $y = f(x)$ のグラフが平行な 2 本の線分 OA , BC (ただし, 両端の点を含む) のいずれとも共有点をもたないとき, b のとりうる値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

31 2 次関数 $f(x) = ax^2 + 4ax + 5a + 2$ がある。ただし、
 a は 0 でない定数とする。

- (1) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わる時、 a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) $-1 \leq x \leq 1$ において常に $f(x) \geq 0$ が成り立つとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) $a \leq x \leq a + 1$ における $f(x)$ の最大値を a を用いて表せ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

32 2 つの 2 次不等式 $x^2 + x - 2 \geq 0 \cdots \textcircled{1}$, $x^2 - (a+3)x + 3a < 0 \cdots \textcircled{2}$ がある。ただし, a は定数である。

(1) 不等式 $\textcircled{1}$ を解け。

(2) 不等式 $\textcircled{2}$ を解け。

(3) 2 つの不等式 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を同時に満たす整数 x がちょうど 5 個存在するような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

33

放物線 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 3a - 4 \cdots \textcircled{1}$ (a は 0 でない定数) がある。この放物線 $\textcircled{1}$ と y 軸との交点を P とすると、点 P は y 軸の負の部分にある。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を求めよ。

(2) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 放物線 $\textcircled{1}$ の頂点を Q 、放物線 $\textcircled{1}$ の軸と x 軸との交点を R とする。三角形 PQR の面積が $\frac{1}{2}$ であるときの a の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

34 2 次関数 $f(x) = ax^2 - 6ax + 6a - 4$ がある。ただし、
 a は定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) $2 \leq x \leq 6$ における $f(x)$ の最大値が 8 のとき、 a の値
を求めよ。

(3) $a > 0$ とする。 $p \leq x \leq 3p$ ($0 < p < 3$) における $f(x)$
の最大値と最小値の差が $3a$ となるとき、定数 p の値を
求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

35 x の 2 次関数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$, $g(x) = x^2 - ax + a + 3$

がある。ただし, a は定数とする。

(1) 不等式 $f(x) < 0$ を解け。

(2) すべての x に対して $g(x) > 0$ となるような定数 a の値の範囲を求めよ。

(3) $f(x) < 0$ を満たすすべての x について, $g(x) > 0$ となるような定数 a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

36 2 次関数 $f(x) = x^2 + x + a$ があり, $f(-1) = -1$ を満たしている。

(1) a の値を求めよ。

(2) $f(x) \leq 1$ となる x の値の範囲を求めよ。

(3) (2) における x の範囲で, $f(x) = kx$ を満たす異なる 2 つの x の値が存在するような定数 k の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

37 2 次関数 $f(x) = ax^2 - 2ax - 4a + 2$ がある。ただし、
 a は 0 でない定数とする。

(1) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標を a を用いて表せ。

(2) $-2 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値が 10 となるような a の値を求めよ。また、そのときの $f(x)$ の最小値を求めよ。

(3) $a = 2$ のとき、 $t \leq x \leq 2t + 1$ ($0 < t < 3$) における $f(x)$ の最大値を M 、最小値を m とする。 $M = \frac{4}{5}|m|$ を満たす t の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

38 不等式 $x^2 - x - 2 \leq 0 \cdots \textcircled{1}$ と 2 次関数 $f(x) = x^2 + 2ax + 3a + 4$ がある。ただし、 a は定数とする。

- (1) 不等式 $\textcircled{1}$ を解け。
- (2) 不等式 $\textcircled{1}$ を満たすすべての x に対して、 $f(x) \leq 0$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。
- (3) 不等式 $\textcircled{1}$ と不等式 $f(x) \leq 0$ をともに満たす x が存在するような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

39 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + b$ (a, b は定数) があり ,
 $f(1) = 1$ である。

(1) b を a を用いて表せ。

(2) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と共有点をもつような a の値
の範囲を求めよ。

(3) 方程式 $x^2 - 2ax + b = 0$ が $-1 < x < 1$ の範囲に解を
もつような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

40 2 つの 2 次関数 $f(x) = -x^2 + 6x - 4$ と $g(x) = ax^2 - 4ax + b$ がある。

- (1) $1 \leq x \leq 4$ の範囲における $f(x)$ の最大値, 最小値を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = k$ が $1 \leq x \leq 4$ の範囲において, 異なる 2 つの解をもつような定数 k のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) $1 \leq x \leq 4$ において, $f(x)$ と $g(x)$ の値域が一致するような定数 a, b の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

41 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2x - 2$, $g(x) = x^2 - (2a + 2)x +$

$3a + 7$ がある。ただし, a は定数とする。

(1) $f(x) < 0$ となる x の値の範囲を求めよ。

(2) $g(x)$ の最小値が 0 以下であるような a の値の範囲を求めよ。

(3) $a < 0$ とする。 $f(x) < 0$ と $g(x) \leq 0$ を同時に満たす整数が 1 つだけであるような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

42 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + b$ があり, 放物線 $y = f(x)$

は点 $(2a + 1, 2)$ を通っている。ただし, a, b は定数である。

(1) b を a を用いて表せ。

(2) 放物線 $y = f(x)$ が x 軸の正の部分と共有点をもたないような a の値の範囲を求めよ。

(3) 放物線 $y = f(x)$ が x 軸の正の部分とただ 1 点だけを共有するような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

43

2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - a - 5$ (a は定数) が

あり、放物線 $y = f(x)$ は x 軸と異なる 2 点 $P(\alpha, 0)$, $Q(\beta, 0)$ で交わっている。ただし、 $\alpha < \beta$ とする。

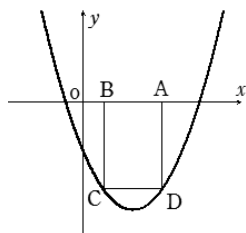
(1) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $\alpha > 1$ かつ $\beta > 1$ のとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $|\alpha| > 1$ かつ $|\beta| > 1$ のとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。

44 放物線 $y = 2x^2 - 4x + a^2 + 2a - 1$ (a は定数) \cdots ① は x 軸と異なる 2 点で交わっている。

- (1) 放物線①の頂点の座標を求めよ。また、 a のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) 放物線①が x 軸から切り取る線分の長さが $2\sqrt{2}$ のとき、 a の値を求めよ。また、そのとき、放物線①と x 軸との交点の座標を求めよ。
- (3) (2) のとき、放物線①と x 軸で囲まれた部分に長方形 ABCD を図のように A、B が x 軸上にあるように内接させる。長方形 ABCD の周の長さ L の最大値、および、そのときの A の座標を求めよ。



2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

45 関数 $f(x) = (x^2 + 4x - 5)^2 + a(x^2 + 4x - 5)$ があり ,
 $t = x^2 + 4x - 5$ とおく。ただし , a は定数とする。

(1) t のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $a = 20$ のとき , 関数 $f(x)$ の最小値とそのときの x の値
を求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ の最小値が -90 となるときの a の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

46 関数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ がある。 $a \leq x \leq a + 2$ におけ

る関数 $f(x)$ の最大値を $M(a)$, 最小値を $m(a)$ とする。

ただし, a は定数とする。

(1) $m(a)$ を a で表せ。

(2) $M(a)$ を a で表せ。

(3) 関数 $b = m(a)$ および $b = M(a)$ のグラフを ab 平面に
それぞれ図示せよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

47 x の不等式 $|x^2 - 7x| < x - 3 \cdots \textcircled{1}$ について考える。

(1) $y = |x^2 - 7x|$ のグラフを書け。

(2) 方程式 $|x^2 - 7x| = x - 3$ を場合分けをして解け。

(3) 不等式 $\textcircled{1}$ を解け。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

48 次の条件を満たすグラフをもつ 2 次関数を求めよ。

- (1) 放物線 $y = 2x^2 - x + 3$ を平行移動したもので、点 $(2, 4)$ を通り、頂点が直線 $y = 2x - 4$ 上にある
- (2) x 軸に接し、2 点 $(1, -3)$, $(-5, -75)$ を通る
- (3) x 軸に関して対称移動し、続いて x 軸方向に -1 , y 軸方向に 2 だけ平行移動し、さらに y 軸に関して対称移動すると放物線 $y = -x^2 - x - 2$ になる
- (4) 放物線 $y = x^2 - x + 1$ を平行移動したもので、点 $(1, 2)$ を通り、 x 軸から切り取る線分の長さが $2\sqrt{2}$ である

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

49 次の 2 次不等式を解け。ただし, a は定数とする。

(1) $ax^2 \leq ax$

(2) $x^2 - 3ax + 2a^2 + a - 1 > 0$

(3) $ax^2 - (a + 1)x + 1 < 0$

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

50 a を正の実数とする。2 次関数 $f(x) = ax^2 - 2(a + 1)x + 1$ に対して、次の問いに答えよ。[千葉大]

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq 2$ における最大値とそのときの x の値を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq 2$ における最小値とそのときの x の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

51 放物線 $y = x^2 + ax + b \cdots \textcircled{1}$ があり，その軸は直線 $x = \frac{3}{2}$ である。ただし， a, b は定数である。

(1) a の値を求めよ。

(2) 放物線 $\textcircled{1}$ が x 軸の $x > -1$ の部分と異なる 2 点で交わるような b の値の範囲を求めよ。

(3) (2) のとき，放物線頂点を A ，放物線 $\textcircled{1}$ と x 軸との交点を B, C とする。 ABC が正三角形となるような b の値を求めよ。

2 次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

52 2 次関数 $f(x) = -4x^2 + 8ax + 2$ の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値を $M(a)$ とする。ただし, a は正の定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。

(2) $M(a)$ を求めよ。

(3) $M(a) = 3|4a - 3|$ を満たす a の値を求めよ。