

数学発展課題

parabola



(　　)年(　　)組(　　)番 氏名(　　)

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

1 2 次関数 $f(x) = -x^2 + 2px - p^2 + p + 3$ (p は定数) がある。

(1) $p = 2$ とする。 $f(x)$ の最大値および, そのときの x の値を求めよ。

(2) $f(x)$ の最大値が 4 以下であるような p の値の範囲を求めよ。

(3) $-2 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値が 4 になるような p の値を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

2 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax - a^2 + 2a$ (a は定数) がある。

(1) $a = 2$ とする。 $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) $a \geq 1$ のとき, $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値が -3 となるような a の値を求めよ。

(3) $a \geq 1$ のとき, $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値を M ,
最小値を m とする。このとき, $M + 2m = 0$ となるよ
うな a の値を求めよ。

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

3 2次関数 $y = x^2 - 4x + 5 \cdots ①$ のグラフを x 軸方向に

$1, y$ 軸方向に k だけ平行移動すると関数 $y = f(x)$ のグラフとなる。また、関数 $y = f(x)$ のグラフは点 $(1, 2)$ を通る。

- (1) 2次関数①のグラフの頂点を求めよ。
- (2) 定数 k の値と関数 $f(x)$ を求めよ。
- (3) $0 \leq x \leq a$ (a は正の定数) における関数 $f(x)$ の最小値を m とする。 m を求めよ。
- (4) $p \leq x \leq p+1$ (p は定数) における関数 $f(x)$ の最大値を M とする。 M を求めよ。

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

4 x の 2 次不等式 $x^2 - x - 6 > 0 \cdots ①$ と $x^2 - ax - 2a^2 \leq 0 \cdots ②$ がある。ただし, a は正の定数とする。。

- (1) 2 次不等式①を解け。
- (2) 2 次不等式②を解け。また, 不等式①, ②を同時に満たす x が存在するときの, 定数 a の値の範囲を求めよ。
- (3) 不等式①, ②を同時に満たす x の整数値のうち, 正のものが 10 個あるときの a の値の範囲を求めよ。また, そのとき不等式①, ②を同時に満たす負の整数値は何個あるか。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

5 2次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + b$ (a, b は定数) があり, $f(x)$

の最小値は 2 である。ただし, $a > 0$ であるとする。

(1) b を a で表せ。

(2) $x \geq 2$ における $f(x)$ の最小値が 4 であるような a の値
を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値の差が 3 で
あるような a の値を求めよ。

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

6 2つの x についての 2 次不等式

$$x^2 - 5x \geq 0 \cdots ①, \quad (x-a)(x-a-3) \leq 0 \cdots ②$$

がある。ただし, a は定数とする。

- (1) 2次不等式 $①$ を解け。
- (2) 2次不等式 $②$ を解け。また, $①$, $②$ を同時に満たす x の値が存在するような定数 a の値の範囲を求めよ。
- (3) 2つの不等式 $①$, $②$ を同時に満たす x の整数値が 2 つだけとなるような a の値の範囲を求めよ。

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

7 2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + a^2 - 3$ (a は正の定数) が

あり, $f(0) = f(2)$ を満たしている。

(1) b を a で表せ。また, $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を
 a で表せ。

(2) $0 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値が 7 のとき, a の値
を求めよ。

(3) (2) のとき, $k \leq x \leq 2k$ (k は正の定数) における $f(x)$
の最小値を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

8 方程式 $|x^2 - x - 2| = 2x + k$ ⋯ ① がある。ただし, k

は定数である。

- (1) 2次不等式 $x^2 - x - 2 \geq 0$ を解け。
- (2) 関数 $y = |x^2 - x - 2| - 2x$ のグラフを書け。
- (3) 方程式①が4つの解を持つとき, 定数 k の値の範囲を定めよ。また, このとき, 方程式①の4つの解の和を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

9 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2(a+1)x - 2a + 6$ (a は定数) が
ある。

(1) $f(-1)$ の値を求めよ。また, $f(3) < 0$ となるような a
の値の範囲を求めよ。

(2) $y = f(x)$ のグラフが, $-1 < x < 3$ の範囲で, x 軸と接
するような a の値を求めよ。

(3) $y = f(x)$ のグラフが, $-1 < x < 3$ の範囲では, x 軸と
ただ 1 つの共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

10 x の2次不等式 $x^2 - ax + (a-4)^2 < 0 \cdots ①$ がある。た

だし、 a は定数とする。

(1) $x = 4$ が不等式①を満たすような a の値の範囲を求
めよ。

(2) 不等式①が解を持たないような a の値の範囲を求めよ。

(3) $2 \leq x \leq 4$ のすべての x が不等式①を満たすような a
の値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

11 x についての 2 次関数 $f(x) = x^2 + 4x - 1$, $g(x) = x^2 - 4px + 7p^2$ がある。ただし, $p > 0$ とする。

(1) $y = f(x)$, $y = g(x)$ のグラフの頂点の座標をそれぞれ求めよ。

(2) $p \leq x \leq p + 1$ における $f(x)$ の最大値が 11 となるとき, p の値を求めよ。

(3) $p \leq x \leq p + 1$ における $f(x)$, $g(x)$ の最小値が一致するとき, p の値を求めよ。

2次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

12 a を正の定数とする。 x についての 2 次不等式 $x^2 -$

$3ax + 2a^2 < 0 \cdots ①$ と、2 次方程式 $x^2 - (a+6)x +$

$5(a+1) = 0 \cdots ②$ がある。

(1) 2 次不等式①を解け。

(2) 2 次方程式②が重解をもつときの a の値を求めよ。また
そのとき、2 次不等式①を満たす整数をすべて求めよ。

(3) 2 次不等式①を満たす整数がちょうど 3 個存在し、その
中に整数 4 および 5 が含まれるような a の値の範囲を求
めよ。

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

13 x の 2 次不等式 $x^2 - 2x \leq 0 \cdots ①$, $x^2 - ax - 2a^2 < 0 \cdots ②$ がある。ただし, a は定数とする。

(1) 2 次不等式①を解け。

(2) $0 < a < 1$ のとき, 不等式②を解け。またこのとき, 不等式①, ②を同時に満たす x の値の範囲を求めよ。

(3) 不等式①, ②を同時に満たす x の整数値が, ちょうど 2 個存在するとき, a のとりうる値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

14 放物線 $y = x^2 - 2ax + 2a + 15 \cdots ①$ がある。ただし、

a は定数とする。

- (1) 放物線①の頂点の座標を a を用いて表せ。
- (2) 放物線①が x 軸に接するときの a の値を求めよ。
- (3) 放物線①が x 軸の正の部分と異なる 2 点で交わるよう
な a の値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

15 x の2次不等式 $x^2 - ax + a + 2 \geq 0 \cdots ①$ がある。ただし, a は定数とする。

(1) ①の解が $x \leq -2$, $b \leq x$ となるとき, a , b の値を求めよ。ただし $b > -2$ とする。

(2) ①の解が, すべての実数となるような a の値の範囲を求めよ。

(3) $x \leq 2$ であるすべての x が, ①を満たすような a の値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

16 x の 2 次関数 $y = x^2 - 4x + a \cdots ①$ がある。ただし, a

は正の定数である。

- (1) 2 次関数①のグラフの頂点の座標を a で表せ。
- (2) $0 \leq x \leq 3$ のとき, 2 次関数①の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。
- (3) $0 \leq x \leq a$ のとき, 2 次関数①の最大値は最小値より 9 だけ大きい。このとき a の値を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

17 2次関数 $y = x^2 - 4ax + 4 \cdots ①$ がある。ただし, a は

定数とする。

- (1) 関数①のグラフの頂点の座標を a で表せ。
- (2) $a = 1$ のとき, $0 \leq x \leq 4$ における関数①の最大値と最小値を求めよ。また, そのときの x の値を求めよ。
- (3) $a > 0$ とする。 $0 \leq x \leq 4$ における関数①の最大値と最小値の和が 0 であるとき, a の値を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

18 x の不等式 $x^2 - (a^2 + a)x + a^3 < 0 \cdots ①$ がある。ただし

a は正の定数とする。

(1) $x^2 - (a^2 + a)x + a^3$ を因数分解せよ。

(2) 不等式①を解け。

(3) 不等式①を満たす整数 x が 4 個だけ存在するような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

19 2 次関数 $f(x) = ax^2 + 2ax - a^2 + 1$ ($-2 \leq x \leq 2$) が

ある。ただし, a は 0 でない定数とする。

(1) $a = 1$ のとき, $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

(2) $a < 0$ のとき, $f(x)$ の最大値と最小値を a を用いて
表せ。

(3) $f(x)$ の最小値が -1 のとき, a の値を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

20 x の 2 次方程式 $x^2 + 2ax + 2a^2 - a - 6 = 0 \cdots ①$ があ

る。ただし, a は定数である。

(1) 方程式①が異なる 2 つの解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

(2) 方程式①が $x > -1$ の範囲に異なる 2 つの解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

(3) 方程式①が $x > -1$ の範囲に少なくとも 1 つの解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

21 2次関数 $f(x) = ax^2 - 3ax + 2a + 1$ がある。ただし、

a は 0 でない定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を a を用いて表せ。

(2) $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値が $a^2 - 14$ であるとき、 a の値を求めよ。

(3) $y = f(x)$ のグラフを x 軸方向に a だけ平行移動したグラフを表す 2次関数を $y = g(x)$ とする。 $0 \leq x \leq 2$ における関数 $g(x)$ の最大値を a を用いて表せ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

22 2次不等式 $x^2 - 4x \leq 0 \cdots ①$ と 2次関数 $f(x) = x^2 -$

$2x + a^2 - 3a - 17$ (a は定数) がある。

(1) 不等式①を解け。

(2) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 個の共有点をもつ
とき, a の値の範囲を求めよ。

(3) $a = 5$ のとき, $y = f(x)$ のグラフが x 軸と交わる点を
A, B とする。線分 AB の長さを求めよ。

(4) (1) で求めた x の範囲内で $y = f(x)$ のグラフが x 軸と
共有点をもつとき, a の値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

23 2次関数 $f(x) = -2x^2 + 4ax - 4a + 10$ がある。ただし、 a は定数とする。

(1) $f(x)$ の最大値を a を用いて表せ。

(2) $0 \leq x \leq 2$ において、 $f(x)$ は $x = 2$ で最小値をとり、最大値は $\frac{17}{2}$ である。このとき、 a の値を求めよ。

(3) $a = \frac{1}{2}$ とする。 $-t \leq x \leq 2t$ における $f(x)$ の最小値が -4 であるような定数 t の値を求めよ。ただし、 $t > 0$ とする。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

24 2次関数 $f(x) = x^2 - 4ax + b$ (a, b は定数) があり、

$y = f(x)$ のグラフは点 $(1, 1)$ を通っている。

(1) b を a で表せ。

(2) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と接するとき、 a の値を求めよ。また、そのときの接点の座標を求めよ。

(3) $x \geq 1$ において、つねに不等式 $f(x) > 0$ が成り立つとき、 a のとりうる値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

25 2次関数 $f(x) = x^2 - (a+1)x + a^2 + a - 1$ (a は定数)

がある。 $-1 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値を M , 最小値を m とする。

- (1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。
- (2) M を a を用いて表せ。
- (3) $a > 0$ のとき , $M - 4m = 0$ となるような a の値を求めるよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

26 2次関数 $y = x^2 + 2ax + 2a^2 + 4a - 5 \cdots ①$ がある。た

だし, a は定数である。

- (1) ①のグラフが原点 $(0, 0)$ を通るとき, a の値を求めよ。
- (2) ①のグラフが x 軸と共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。
- (3) ①のグラフが x 軸の正の部分と共有点を 1 つだけもつとき, a のとりうる値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

27 2次関数 $f(x) = x^2 - ax + b$ があり, $f(0) = f(2)$ を満

たしている。ただし, a, b は定数とする。

(1) a の値を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値と最小値を b を用い
て表せ。

(3) k を正の定数とする。 $0 \leq x \leq k$ における $f(x)$ の最大
値が 6, 最小値が 2 であるような b と k の値をそれぞれ
求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

28 2次関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ があり, $f(-2) = f(-1) =$

1 を満たしている。ただし, a, b, c は定数であり,
 $a \neq 0, a > -2$ とする。

(1) b, c を a を用いて表せ。

(2) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。

(3) $-2 \leq x \leq a$ における $f(x)$ の最大値を M , 最小値を m
とするとき, $M - m$ を a を用いて表せ。

2次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

29 関数 $f(x) = 2x^2 - ax + b$ (a, b は定数) がある。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) $0 < a < 8$ とする。関数 $f(x)$ が $0 \leq x \leq 4$ において最大値 9 をとり, $0 \leq x \leq 2$ において最大値 1 をとるととき, a, b の値を求めよ。

(3) $a > 0$ とする。関数 $f(x)$ が $0 \leq x \leq \frac{a}{4} + 1$ において最大値 9, 最小値 1 をとるととき, a, b の値を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

30 2次関数 $f(x) = ax^2 - 4ax + 4a + b - 5$ がある。ただし

a, b は定数で $a \neq 0$ とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) $y = f(x)$ のグラフが点 $(1, 2)$ を通るとき, $0 \leq x \leq 3$

を満たすすべての x に対して $f(x) \geq 0$ であるような a
のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $a = \frac{1}{2}$, $b > 2$ とする。点 $O(0, 0)$, $A(2b, 0)$,
 $B(0, 21)$, $C(b, 21)$ に対し, $y = f(x)$ のグラフが平行な 2 本の線分 OA , BC (ただし, 両端の点を含む) の
いずれとも共有点をもたないとき, b のとりうる値の範囲を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

31 2 次関数 $f(x) = ax^2 + 4ax + 5a + 2$ がある。ただし、

a は 0 でない定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と異なる 2 点で交わるとき、 a

のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $-1 \leq x \leq 1$ において常に $f(x) \geq 0$ が成り立つとき、 a

のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $a \leq x \leq a + 1$ における $f(x)$ の最大値を a を用いて

表せ。

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

32 2つの2次不等式 $x^2 + x - 2 \geq 0 \cdots ①$, $x^2 - (a+3)x +$

$3a < 0 \cdots ②$ がある。ただし, a は定数である。

(1) 不等式①を解け。

(2) 不等式②を解け。

(3) 2つの不等式①, ②を同時に満たす整数 x がちょうど

5個存在するような a の値の範囲を求めよ。

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

33 放物線 $y = x^2 - 2ax + a^2 + 3a - 4 \cdots ①$ (a は 0 でない定数) がある。この放物線①と y 軸との交点を P とする

と、点 P は y 軸の負の部分にある。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を求めよ。

(2) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 放物線①の頂点を Q, 放物線①の軸と x 軸との交点を R とする。三角形 PQR の面積が $\frac{1}{2}$ であるときの a の値を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

34 2 次関数 $f(x) = ax^2 - 6ax + 6a - 4$ がある。ただし，

a は定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点を求めよ。

(2) $2 \leq x \leq 6$ における $f(x)$ の最大値が 8 のとき， a の値を求めよ。

(3) $a > 0$ とする。 $p \leq x \leq 3p$ ($0 < p < 3$) における $f(x)$ の最大値と最小値の差が $3a$ となるとき，定数 p の値を求めよ。

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

35 x の 2 次関数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$, $g(x) = x^2 - ax + a + 3$

がある。ただし, a は定数とする。

- (1) 不等式 $f(x) < 0$ を解け。
- (2) すべての x に対して $g(x) > 0$ となるような定数 a の値の範囲を求めよ。
- (3) $f(x) < 0$ を満たすすべての x について, $g(x) > 0$ となるような定数 a の値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

36 2次関数 $f(x) = x^2 + x + a$ があり, $f(-1) = -1$ を満

たしている。

(1) a の値を求めよ。

(2) $f(x) \leq 1$ となる x の値の範囲を求めよ。

(3) (2) における x の範囲で, $f(x) = kx$ を満たす異なる
2つの x の値が存在するような定数 k の値の範囲を求
めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

37 2 次関数 $f(x) = ax^2 - 2ax - 4a + 2$ がある。ただし、

a は 0 でない定数とする。

(1) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の座標を a を用いて表せ。

(2) $-2 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値が 10 となるよう
な a の値を求めよ。また、そのときの $f(x)$ の最小値を
求めよ。

(3) $a = 2$ のとき、 $t \leq x \leq 2t + 1$ ($0 < t < 3$) における
 $f(x)$ の最大値を M 、最小値を m とする。 $M = \frac{4}{5}|m|$
を満たす t の値を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

38 不等式 $x^2 - x - 2 \leq 0 \cdots ①$ と 2 次関数 $f(x) = x^2 +$

$2ax + 3a + 4$ がある。ただし, a は定数とする。

(1) 不等式①を解け。

(2) 不等式①を満たすすべての x に対して, $f(x) \leq 0$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(3) 不等式①と不等式 $f(x) \leq 0$ をともに満たす x が存在するような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

39 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + b$ (a, b は定数) があり ,

$f(1) = 1$ である。

(1) b を a を用いて表せ。

(2) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と共有点をもつような a の値
の範囲を求めよ。

(3) 方程式 $x^2 - 2ax + b = 0$ が $-1 < x < 1$ の範囲に解を
もつような a の値の範囲を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

40 2つの2次関数 $f(x) = -x^2 + 6x - 4$ と $g(x) = ax^2 -$

$4ax + b$ がある。

(1) $1 \leq x \leq 4$ の範囲における $f(x)$ の最大値, 最小値を求めるよ。

(2) 方程式 $f(x) = k$ が $1 \leq x \leq 4$ の範囲において, 異なる2つの解をもつような定数 k のとりうる値の範囲を求めるよ。

(3) $1 \leq x \leq 4$ において, $f(x)$ と $g(x)$ の値域が一致するような定数 a, b の値を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

41 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2x - 2$, $g(x) = x^2 - (2a+2)x +$

$3a + 7$ がある。ただし, a は定数とする。

(1) $f(x) < 0$ となる x の値の範囲を求めよ。

(2) $g(x)$ の最小値が 0 以下であるような a の値の範囲を求めよ。

(3) $a < 0$ とする。 $f(x) < 0$ と $g(x) \leq 0$ を同時に満たす整数が 1 つだけであるような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

42 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + b$ があり, 放物線 $y = f(x)$

は点 $(2a + 1, 2)$ を通っている。ただし, a, b は定数である。

- (1) b を a を用いて表せ。
- (2) 放物線 $y = f(x)$ が x 軸の正の部分と共有点をもたない
ような a の値の範囲を求めよ。
- (3) 放物線 $y = f(x)$ が x 軸の正の部分とただ 1 点だけを共
有するような a の値の範囲を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

43 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + a^2 - a - 5$ (a は定数) が

あり, 放物線 $y = f(x)$ は x 軸と異なる 2 点 $P(\alpha, 0)$,
 $Q(\beta, 0)$ で交わっている。ただし, $\alpha < \beta$ とする。

(1) a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $\alpha > 1$ かつ $\beta > 1$ のとき, a のとりうる値の範囲を求
めよ。

(3) $|\alpha| > 1$ かつ $|\beta| > 1$ のとき, a のとりうる値の範囲を求
めよ。

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

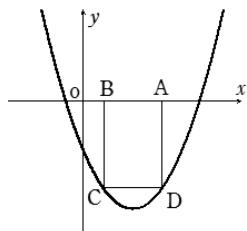
44 放物線 $y = 2x^2 - 4x + a^2 + 2a - 1$ (a は定数) ① は

x 軸と異なる 2 点で交わっている。

(1) 放物線①の頂点の座標を求めよ。また, a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 放物線①が x 軸から切り取る線分の長さが $2\sqrt{2}$ のとき, a の値を求めよ。また, そのとき, 放物線①と x 軸との交点の座標を求めよ。

(3) (2) のとき, 放物線①と x 軸で囲まれた部分に長方形 ABCD を図のように A, B が x 軸上にあるように内接させる。長方形 ABCD の周の長さ L の最大値, および, そのときの A の座標を求めよ。



2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

45 関数 $f(x) = (x^2 + 4x - 5)^2 + a(x^2 + 4x - 5)$ があり、

$t = x^2 + 4x - 5$ とおく。ただし、 a は定数とする。

(1) t のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $a = 20$ のとき、関数 $f(x)$ の最小値とそのときの x の値を求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ の最小値が -90 となるとき、 a の値を求めよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

46 関数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ がある。 $a \leq x \leq a + 2$ における

関数 $f(x)$ の最大値を $M(a)$ 、最小値を $m(a)$ とする。

ただし、 a は定数とする。

(1) $m(a)$ を a で表せ。

(2) $M(a)$ を a で表せ。

(3) 関数 $b = m(a)$ および $b = M(a)$ のグラフを ab 平面上に
それぞれ図示せよ。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

47 x の不等式 $|x^2 - 7x| < x - 3 \cdots ①$ について考える。

- (1) $y = |x^2 - 7x|$ のグラフを書け。
- (2) 方程式 $|x^2 - 7x| = x - 3$ を場合分けをして解け。
- (3) 不等式①を解け。

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

48 次の条件を満たすグラフをもつ2次関数を求めよ。

- (1) 放物線 $y = 2x^2 - x + 3$ を平行移動したもので, 点(2, 4)を通り, 頂点が直線 $y = 2x - 4$ 上にある
- (2) x 軸に接し, 2点(1, -3), (-5, -75) を通る
- (3) x 軸に関して対称移動し, 続いて x 軸方向に -1, y 軸方向に 2 だけ平行移動し, さらに y 軸に関して対称移動すると放物線 $y = -x^2 - x - 2$ になる
- (4) 放物線 $y = x^2 - x + 1$ を平行移動したもので, 点(1, 2)を通り, x 軸から切り取る線分の長さが $2\sqrt{2}$ である

2次関数

平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

49 次の2次不等式を解け。ただし, a は定数とする。

- (1) $ax^2 \leq ax$
- (2) $x^2 - 3ax + 2a^2 + a - 1 > 0$
- (3) $ax^2 - (a + 1)x + 1 < 0$

2次関数 平成 ____ 年 ____ 月 ____ 日

50 a を正の実数とする。2次関数 $f(x) = ax^2 - 2(a +$

1) $x + 1$ に対して, 次の問い合わせよ。[千葉大]

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq 2$ における最大値とそのときの x の値を求めよ。

(3) $0 \leq x \leq 2$ における最小値とそのときの x の値を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

51 放物線 $y = x^2 + ax + b \cdots ①$ があり, その軸は直線
 $x = \frac{3}{2}$ である。ただし, a, b は定数である。

(1) a の値を求めよ。
(2) 放物線①が x 軸の $x > -1$ の部分と異なる 2 点で交わ
るような b の値の範囲を求めよ。
(3) (2) のとき, 放物線頂点を A, 放物線①と x 軸との交点
を B, C とする。 ABC が正三角形となるような b の
値を求めよ。

2 次関数 平成 _____ 年 _____ 月 _____ 日

52 2 次関数 $f(x) = -4x^2 + 8ax + 2$ の $-1 \leq x \leq 1$ に

おける最大値を $M(a)$ とする。ただし, a は正の定数とする。

(1) $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。

(2) $M(a)$ を求めよ。

(3) $M(a) = 3|4a - 3|$ を満たす a の値を求めよ。