数学発展課題

Symmetry

(　　)年(　　)組(　　　)番　氏名(　　　　　　　　　　　　　　　　)

数と式

平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

$\boxed{\mathbf{1}}$ $x = \dfrac{4}{3+\sqrt{5}},\ y = \dfrac{4}{3-\sqrt{5}}$ とする。

(1) $x+y,\ xy$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2$ の値を求めよ。

(3) $\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ の値を求めよ。

数と式　　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

2 a，b は実数で，$a+b=x$，$ab=2$ を満たしている。

(1) a^2+b^2 を x で表せ。

(2) $a^2+b^2+3a+3b=0$ を満たすとき，x の値を求めよ。
また，このとき，$(a-b)^2$ の値を求めよ。

(3) (2) のとき，$a^2+a+1+\dfrac{2}{a}+\dfrac{4}{a^2}$ の値を求めよ。

数と式　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

$\boxed{\mathbf{3}}$ $a > b > 0$ で，$a^2 + b^2 = 7$，$ab = 1$ を満たす実数 a，b がある。また，$x = a^2 - 3b$，$y = b^2 - 3a$ とする。

(1) $(a+b)^2$ および $a-b$ の値を求めよ。

(2) $x+y$ および $x-y$ の値を求めよ。

(3) $x^3y - xy^3 + 4x^2 - 4y^2$ の値を求めよ。

数と式　　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

4 $x = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$，$y = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ とする。

（1） $x+y$，xy の値を求めよ。

（2） $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}$，$\dfrac{y^2}{x}+\dfrac{x^2}{y}$ の値を求めよ。

（3） x の整数部分を a，小数部分を b とする。
不等式 $|b^2-a-b| < p < k\left(\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}\right)$ を満たす整数 p がちょうど5個あるように，定数 k のとりうる値の範囲を求めよ。

数と式　　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

$\boxed{\mathbf{5}}$ $p = \dfrac{1}{2}|(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 - 1|$ とする。

(1) p を計算せよ。

(2) $p + \dfrac{2}{p},\ p^3 + \dfrac{8}{p^3}$ の値を求めよ。

(3) $p^5 + \dfrac{32}{p^5}$ の値を求めよ。

$\boxed{6}$ $p = \dfrac{4}{\sqrt{5}+1}$ とする。

(1) p の分母を有理化せよ。

(2) p の整数部分を a，小数部分を b とする。a，b を求めよ。

(3) (2) の a，b に対し，x の不等式 $bx > \dfrac{x}{p} + a \cdots$ ①を考える。不等式①を満たす整数 x のうち，最大のものを求めよ。

数と式　平成 ＿＿ 年 ＿＿ 月 ＿＿ 日

$\boxed{\mathbf{7}}$ $a > 0$ とし，$x = 2a + 1$，$P = \sqrt{x^2 - 8x + 16}$，$Q = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ とする。

(1) $x^2 - 8x + 16 = (\boxed{\text{（ア）}}\,a + \boxed{\text{（イ）}})^2$ となるような $\boxed{\text{（ア）}}$，$\boxed{\text{（イ）}}$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $a = 2$ のとき，P の値を求めよ。また，$a = \sqrt{2}$ のとき，P の値を求めよ。

(3) $P + Q = 7$ を満たす a の値を求めよ。

数と式　　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

$\boxed{\mathbf{8}}$ $x-y=2,\ xy=\sqrt{2}$ とする。

(1) x^2+y^2 の値を求めよ。

(2) x^3-y^3 の値を求めよ。

(3) $(x^2+y^3)(x^3-y^2)$ の値を求めよ。

数と式　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

9 x の 2 次方程式 $2x^2-3(a+2)x-(2a^2-17a+8)=0\cdots$①がある。ただし，$a$ は定数である。

（1）$2a^2-17a+8$ を因数分解せよ。

（2）①の左辺を因数分解せよ。

（3）方程式①が異なる 2 つの自然数の解を持つとき，a の値と 2 つの解を求めよ。

数と式　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

10 $x,\ y$ は実数で $x+y=3,\ xy=1$ を満たしている。ただし，$x<y$ とする。

(1) x^2+y^2 の値を求めよ。

(2) $x^3-2x^2y+2xy^2-y^3$ の値を求めよ。

(3) $\dfrac{y}{\sqrt{x}}-\dfrac{x}{\sqrt{y}}$ の値を求めよ。

数と式　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

11 2次方程式 $x^2-2x-1=0\cdots$①がある。

(1) 方程式①を解け。

(2) 方程式①のうち，小さい方を p，大きい方を q とする。
$\dfrac{p}{q}$ の値を求めよ。また，$\left|\dfrac{q}{p}\right|$ の値を求めよ。

(3) (2) のとき，$\left|\dfrac{p}{q}\right|^3+\left|\dfrac{q}{p}\right|^3$ を計算せよ。

数と式　　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

12 $\alpha = \left(\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)^2 - 3\left(\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}\right)$ とする。

(1) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ の分母を有理化し，簡単にせよ。

(2) α の小数部分を p とするとき，$p+\dfrac{2}{p}$，$p^2+\dfrac{4}{p^2}$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) (2) の p に対して，
不等式 $\left(p-p^2+\dfrac{2}{p}-\dfrac{4}{p^2}\right)n > \dfrac{p^3}{2}+\dfrac{4}{p^3}-24$ を満たす自然数 n の個数を求めよ。

数と式　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

13 実数 a, b を $a = \dfrac{2}{3-\sqrt{5}}$，$b = |a-3|$ とし，$A = a^2 - b$，$B = b^2 - a$ とおく。

（1）a の分母を有理化し簡単にせよ。また，b の値を求めよ。

（2）$A + B$ の値を求めよ。

（3）$A^3 + B^3$ の値を求めよ。

数と式　　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

14 2次方程式 $x^2-4x-3=0$ の2つの解を p, q とする。
ただし，$p<q$ とする。

(1) p, q の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\dfrac{1}{p}$ の分母を有理化せよ。また，$\left|\dfrac{1}{p}\right|$ の小数部分を求めよ。

(3) $\left|\dfrac{1}{p}\right|$ の小数部分を a, $\left|\dfrac{1}{q}\right|$ の小数部分を b とする。このとき $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2+4\left(\dfrac{b}{a}\right)^2$ の値を求めよ。

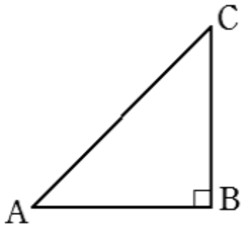
方程式と不等式　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

15 $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = 10$, $\angle \mathrm{B} = 90^\circ$ の△ ABC がある。2 点 P, Q をそれぞれ辺 AB, AC 上に $\mathrm{AP} = x$, $\angle \mathrm{APQ} = 90^\circ$ となるようにとる。ただし，$0 < x < 10$ とする。さらに， 直線 PQ に関して点 A と対称な点 A' を直線 AB 上にとり，△ A'PQ と△ ABC の重なった部分を D とする。

(1) $x = 2$ のとき D の面積を求めよ。また，$x = 6$ のとき，D の面積を求めよ。

(2) D の面積が△ ABC の $\dfrac{1}{5}$ になるような x の値を求めよ。

(3) D の周の長さが三角形 ABC の周の長さの $\dfrac{4}{9}$ 以上 $\dfrac{5}{9}$ 以下になるような x の値の範囲を求めよ。



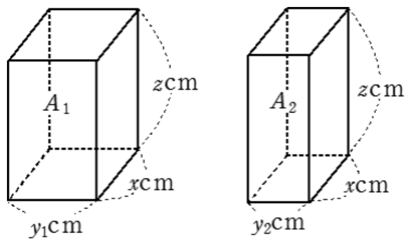
方程式と不等式　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

16 縦と横の和が 12cm，横と高さの和が 7cm の直方体 A がある。

（1）直方体 A の縦，横，高さをそれぞれ $x$cm，$y$cm，$z$cm とするとき，y，z をそれぞれ x を用いて表せ。また，x のとりうる値に範囲を求めよ。

（2）直方体 A の表面積が 150cm^2 であるとき，この直方体の縦，横，高さをそれぞれ求めよ。

（3）直方体 A を，図のように，縦と高さは同じで，横の長さがそれぞれ $y_1$cm，$y_2$cm である 2 つの直方体 A_1，A_2 に切り分けたところ，$y_1 : y_2 = 5 : 3$ であり，直方体 A_1 の表面積は直方体 A_2 の表面積よりも 22cm^2 大きかった。このとき，もとの直方体の縦，横，高さをそれぞれ求めよ。



方程式と不等式　　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

17 長さが $3a$cm の針金がある。これを長短 2 つの針金に切り，長い方の針金を折り曲げて一辺の長さが $x$cm の正三角形を作り，短い方の針金を折り曲げて正六角形を作る。

(1) 正六角形の一辺の長さを a, x を用いて表せ。また，x の値の範囲を a を用いて表せ。

(2) $a = 2\sqrt{5}$ で，正三角形と正六角形の面積の和が $\dfrac{25\sqrt{3}}{8}$cm^2 のとき，x の値を求めよ。

(3) 正三角形と正六角形の面積が等しいとき，長い方の針金の長さは短い方の針金の長さの何倍か。

18 A 商店では，１個の仕入れ値が７５円の商品を定価２００円で売ると，１日あたり１００個売れている。今，１個の売り値を２円値下げするごとに，１日あたりの売り上げ個数が２個ずつ増加することが分かった。ただし，２円きざみに値下げをし，売り値は定価の半額以上定価以下となるようにする。また，１日の途中で売り値を変えることはないものとし，さらに１日の仕入れ個数と売れる個数は等しいものとする。消費税は考えないものとする。

(1) 定価から $2x$ 円値下げして売ったとき，この日の売上金額を x を用いて表せ。また，x のとりうる値の範囲を求めよ。ただし，x は整数とし，売上金額とはこの商品のこの日に売り上げた総額のことである。

(2) この商品の１日の売上金額から仕入れ金額を引いた残金が，１２６００円となるような売り値を求めよ。

(3) この商品を１２０個より多く仕入れた場合，１２０個をこえた分については１個の仕入れ値が４０円となる。この商品の１日の売上金額から仕入れ金額を引いた残金が，１２７００円となるような売り値を求めよ。

方程式と不等式

平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

19 a は 2 でない定数とする。x についての 3 つの不等式

$$\frac{1}{3}x + 1 > \frac{3x+5}{6} \quad \cdots\cdots ①$$
$$2x - 4 > ax - a^2 \quad \cdots\cdots ②$$
$$2x - 3 > x - 4 \quad \cdots\cdots ③$$

がある。

(1) 不等式①を解け。

(2) $a < 2$ のとき，不等式②を解け。

(3) 不等式①と不等式③を同時に満たす x の範囲が，不等式②の解に含まれるように，定数 a のとりうる値の範囲を定めよ。

20 2つの x の不等式

$$\frac{x-1}{3} > \frac{x-2}{5} \quad \cdots\cdots ①$$
$$2ax \leqq 3a - a^2 \quad \cdots\cdots ②$$

がある。ただし，a は 0 ではない定数である。

(1) 不等式①を解け。

(2) $a = \sqrt{2}$ のとき，不等式①，②をともに満たす x の値の範囲を求めよ。

(3) 不等式①，②をともに満たす自然数のうち1桁の自然数 x は1つだけであるとき，a のとりうる値の範囲を求めよ。

方程式と不等式

平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

21 2つの x の不等式

$$x-5 \geqq \frac{x-13}{3} \qquad \cdots\cdots①$$
$$2a-4 \leqq 2x \leqq 5a+2 \qquad \cdots\cdots②$$

がある。ただし，a は正の定数てある。

(1) 不等式①を解け。

(2) $x=2$ が不等式②を満たすとき，a の値の範囲を求めよ。

(3) x の2次方程式 $x^2-(3a+1)x+6a-2=0$ の解がすべて，不等式①，②の両方を満たすとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

方程式と不等式　　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

22　2次方程式 $x^2 + 2x - 4 = 0 \cdots$ ①がある。

(1) ①を解け。

(2) ①の解のうち，正の方を a とする。このとき
1次不等式 $(a+1)x > 2a + 7 \cdots$ ②を解け。

(3) (2) の a，②に対して，②と不等式 $2x - k + 1 < 0$ をともに満たす整数 x の値が3個だけであるとき，整数 k の値をすべて求めよ。

数と式　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

23 $x = \dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。

(1) x の分母を有理化せよ。

(2) a，b の値を求めよ。また，$b - \dfrac{1}{b}$ の値を求めよ。

(3) $b^3 - b^2 + \dfrac{1}{b^2} - \dfrac{1}{b^3}$ の値を求めよ。

数と式　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

24 $x = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1},\ y = \dfrac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$ とする。

(1) $x-y,\ xy$ の値を求めよ。

(2) $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y},\ \dfrac{y}{x^2}-\dfrac{x}{y^2}$ の値を求めよ。

(3) $\dfrac{yx^2-(y^2-2y+1)x+y-2}{x^5y-xy^5}$ の値を求めよ。

数と式　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

$\boxed{\textbf{25}}$ $P = |a-3|$ とする。

(1) $a=\sqrt{7}$ のとき，P と $\dfrac{1}{P}$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) (1) のとき，$P^2+\dfrac{4}{P^2}$ と $P^4+\dfrac{16}{P^4}$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) P の小数第 1 位を四捨五入すると 3 になるような a の値の範囲を求めよ。

数と式　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

26 2つの等式 $a-b=\sqrt{3}$, $ab=1$ を満たす正の数 a, b がある。

(1) a^2+b^2 の値と，$a+b$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $x=a^2-\sqrt{7}b$, $y=b^2-\sqrt{7}a$ のとき，$x+y$ の値と $x-y$ の値をそれぞれ求めよ。

(3) (2) のとき，$\dfrac{x}{|y|}+\dfrac{y}{|x|}$ の値を求めよ。

数と式　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

$\boxed{\textbf{27}}$ $x = 4 + \sqrt{7},\ y = 4 - \sqrt{7}$ である。

（1）xy の値と，$x^2 + y^2$ の値をそれぞれ求めよ。

（2）$\sqrt{x} - \sqrt{y}$ の値を求めよ。

（3）(2) のとき，$y\sqrt{y} - x\sqrt{x}$ の値を求めよ。

数と式　　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

$\boxed{\mathbf{28}}$ $x=\dfrac{5}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{5}{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ である。

（1）$x+y$ の値と，xy の値をそれぞれ求めよ。

（2）$\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ の値を求めよ。

（3）$\dfrac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{x\sqrt{x}-y\sqrt{y}}$ の値を求めよ。

29 $x=\sqrt{3}+a$, $y=\sqrt{3}-a$ とする。ただし，a は正の定数である。

(1) $a=1$ のとき，x^2+y^2, $\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $a=2$ のとき，$\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}$ の値を求めよ。

(3) $\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}=5$ となるような a の値を求めよ。

$\boxed{\mathbf{30}}$ $f(x) = \sqrt{x+6+4\sqrt{x+2}} - \sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}}$ について以下の問いに答えよ。ただし，$x \geqq -2$ とする。

(1) $x = 3$ のとき，$f(x)$ の値を求めよ。

(2) $x = \dfrac{1}{2}$ のとき，$f(x)$ の値を求めよ。

(3) $f(x) = 2$ となる x の値を求めよ。

数と式　　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

31 $a,\ b,\ c$ が３つの等式を満たす。

$$a+b+c=1,\ a^2+b^2+c^2=3,\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$$

（1）$ab+bc+ca$ の値を求めよ。また，abc の値を求めよ。

（2）$a^3+b^3+c^3$ の値を求めよ。

（3）$\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}$ の値を求めよ。

方程式と不等式

平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

32 x についての 2 次方程式 $3x^2+6x-a=0\cdots$①と，1 次不等式 $\dfrac{a-x}{2}<2x+\dfrac{5}{2}\cdots$②がある。ただし，$a$ は実数の定数である。

(1) 方程式①が異なる 2 つの実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

(2) $x=-1$ が不等式②を満たすような a の値の範囲を求めよ。

(3) (1)，(2) をともに満たす整数 a に対して，方程式①の解のうち，不等式②も満たすものを求めよ。

方程式と不等式　　平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

33 2次方程式 $3x^2 - (5a - 5b)x - 5a + 4b = 0 \cdots$ ①は $x = -1$ を解にもっている。ただし，a, b は定数とする。

(1) b の値を求めよ。

(2) 方程式①を解け。

(3) a は正の整数とする。①の2つの解の和の整数部分が a となるとき，a の値を求めよ。

方程式と不等式　平成＿＿年＿＿月＿＿日

34　２次方程式 $x^2-6x+2=0\cdots$①がある。

（1）２次方程式①を解け。

（2）２次方程式①の２つの解のうち，小さい方を α とする。
$n<\dfrac{1}{\alpha}<n+1$ を満たす整数 n の値を求めよ。

（3）x の１次不等式 $4x-3k+5>0$(k は実数の定数) を満たす整数 x の最小値が (2) で求めた n であるとき，k の値の範囲を求めよ。

方程式と不等式　平成＿＿＿年＿＿＿月＿＿＿日

35 不等式 $3(ax+1) < 2ax + a \cdots$ ①と，２次方程式 $x^2 + 4bx - 4b + 3 = 0 \cdots$ ②があり，方程式②は重解 α をもつ。ただし，a，b は定数で，$a \neq 0$，$b > 0$ とする。

(1) $a = 2$ のとき，不等式①を解け。

(2) b の値と，重解 α の値を求めよ。

(3) $x = \alpha$ が不等式①を満たし，かつ $|x + 2a| < \sqrt{5}$ も満たすような a の値の範囲を求めよ。

36 2 次方程式 $x^2-2x-2=0$ の 2 つの解を α, β (ただし，$\alpha<\beta$) とする。

(1) α, β の値をそれぞれ求めよ。また，$\dfrac{\alpha}{\beta}$ の値を計算して簡単にせよ。

(2) 次の 2 つの不等式①，②を同時に満たす x の値の範囲を求めよ。

$$\begin{cases} \beta x > \alpha & \cdots \text{①} \\ 2\alpha\beta < 2x < \alpha+\beta & \cdots \text{②} \end{cases}$$

(3) $x=\dfrac{2m}{|\alpha|+|\beta|}$ が (2) の①，②を同時に満たすような整数 m の値をすべて求めよ。

37 $x=1$ を解にもつ2次方程式 $x^2+px+p-3=0\cdots①$
がある。ただし，p は定数である。

(1) p の値と①の他の解を求めよ。

(2) x に関する連立不等式

$$\begin{cases} 3x+4>x+a \\ -x+a>x-3 \end{cases}$$

を解け。ただし，a は定数である。

(3) 方程式①の2つの解がともに (2) の連立不等式を満たすとき，定数 a のとりうる値の範囲を求めよ。

$\boxed{\mathbf{38}}$ $a=\dfrac{1}{2-\sqrt{2}},\ b=\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}$ とする。

（1） $a+b,\ ab$ の値を求めよ。

（2） $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ の値を求めよ。

（3） $n \leqq \dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}k$ を満たす自然数 n がちょうど 2 個存在するような定数 k の値の範囲を求めよ。

方程式と不等式

平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

$\boxed{\textbf{39}}$ a, x, y, z は正の数とする。

(1) a の整数部分が 3 である。a の値の範囲を答えよ。また，$\dfrac{a+\sqrt{5}}{5}$ の整数部分を求めよ。

(2) x の小数第 1 位を四捨五入すると 3 であり，y の小数第 1 位を四捨五入すると 2 である。このとき，x の値の範囲を答えよ。また，$\dfrac{x+2y}{5}$ の整数部分を求めよ。

(3) $5z$ は整数とする。$\dfrac{9}{4}(z+1)$ の小数第 1 位を四捨五入すると $5z+1$ となるような z の値を求めよ。

方程式と不等式

平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

40 2つの不等式

$$\frac{8x-10}{3}-\frac{7x-15}{2}\leqq 5 \qquad \cdots \text{①}$$
$$-3a+3\leqq 3x-6\leqq -2a+2 \qquad \cdots \text{②}$$

がある。ただし，a は $a>1$ の定数である。

(1) 不等式①を解け。

(2) 不等式②を解け。

(3) ①，②を同時に満たす x が存在するような a の値の範囲を求めよ。また，そのとき，①，②を同時に満たす x の値の範囲を求めよ。

41 2次方程式 $3x^2+(2-3k)x-2k=0\cdots$①がある。ただし，k は定数とする。

(1) ①が重解をもつときの k の値を求めよ。また，その重解を求めよ。

(2) ①の解を α, β $(\alpha \leqq \beta)$ とするとき，α, β の差が3以下となるような k の値の範囲を求めよ。

(3) ①の解 α, β $(\alpha \leqq \beta)$ に対して，$9\alpha^2-6\alpha\beta+\beta^2$ の値の整数部分が2桁となるような自然数 k の個数を求めよ。

方程式と不等式　　平成 ______ 年 ______ 月 ______ 日

42 連立不等式

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{4} > \dfrac{1}{3}x & \cdots \quad ① \\ 2(a-3)x < a^2 - 9 & \cdots \quad ② \end{cases}$$

がある。ただし，a は 3 でない定数である。

（1）不等式①を解け。

（2）不等式②を解け。

（3）a が正のとき，連立不等式の解に整数が 2 個だけ含まれるような a の値の範囲を求めよ。

43 2つの不等式

$$\frac{3x-2}{2} \geqq -4 \quad \cdots \quad ①$$
$$|x-1| \geqq \frac{1}{2} \quad \cdots \quad ②$$

がある。

(1) 不等式①を解け。

(2) 不等式①，②を同時に満たす x の値の範囲を求めよ。

(3) a を定数とする。2次方程式 $x^2-(2a+2)x+a(a+2)=0 \cdots$ ③を解け。また，方程式③の2つの解がともに (2) で求めた x の範囲に含まれるような a の値の範囲を求めよ。

方程式と不等式

平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

$\boxed{\textbf{44}}$ x についての 3 つの不等式

$$\frac{9-x}{3} > x+1 \qquad \cdots \quad ①$$
$$3(x+2a) \geqq -x+3a \qquad \cdots \quad ②$$
$$x-a < \frac{x}{3} < x+2 \qquad \cdots \quad ③$$

がある。ただし，a は定数とする。

(1) 不等式①を解け。

(2) 不等式②を解け。また，①，②を同時に満たす x が存在するような a の値の範囲を求めよ。

(3) ①，②をともに満たす x が存在し，そのすべての x が不等式③を満たすような a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{\textbf{45}}$ 2つの不等式

$$\frac{x+2}{2} > \frac{-2x-4}{3} \quad \cdots \quad ①$$
$$x^2 + a > (x-2a)^2 \quad \cdots \quad ②$$

がある。ただし，a は定数で，$a < 0$ である。

(1) 不等式①を解け。

(2) 不等式②を解け。また，①，②を同時に満たす x が存在するような a の値の範囲を求めよ。

(3) 方程式 $|x+1| + |x-2| = 4 \cdots$ ③を解け。また，③の解のうち，ただ1つの解だけが，①と②を同時に満たすような a の値の範囲を求めよ。

方程式と不等式

平成 ＿＿＿ 年 ＿＿＿ 月 ＿＿＿ 日

46 x についての方程式 $x^2-2(a-1)x+a^2-10=0 \cdots$ ①
(a は定数) と，不等式 $2(b-2)x > b^2-4 \cdots$ ② (b は $b \neq 2$ の定数) がある。

(1) 方程式①が実数の解をもつとき, a の値の範囲を求めよ。

(2) 不等式②を解け。

(3) a は 2 以上の整数とする。方程式①が 2 つの整数の解をもつとき，a の値を求めよ。また，この 2 つの整数の解がともに不等式②を満たすとき, b の値の範囲を求めよ。

方程式と不等式　平成 ＿＿ 年 ＿＿ 月 ＿＿ 日

47 2つの不等式

$$x-3<\frac{1-x}{2} \qquad \cdots \quad ①$$
$$|2x-3|<x-\frac{1}{2} \quad \cdots \quad ②$$

がある。

(1) 不等式①を解け。

(2) 不等式②を解け。

(3) n を自然数とする。$x=\sqrt{n}$ が不等式①と②をともに満たしている。このような自然数 n をすべて求めよ。

方程式と不等式　平成 ＿＿ 年 ＿＿ 月 ＿＿ 日

48 次の３つの不等式がある。

$$x^2-2x-3 \leqq 0 \qquad \cdots \quad ①$$
$$\frac{x-1}{2}+a \geqq \frac{2x+a}{3} \qquad \cdots \quad ②$$
$$x^2-2bx+b^2>0 \qquad \cdots \quad ③$$

ただし，a，b は定数である。

(1) 不等式①を解け。

(2) $a=1$ のとき，不等式①，②を同時に満たす x の値の範囲を求めよ。

(3) 不等式①を満たすすべての実数 x が不等式②を満たすような a の値の範囲を求めよ。

(4) ２つの不等式①，③を同時に満たす整数 x がちょうど４個あるような b の値をすべて求めよ。