数学演習（等差数列･等比数列の一般項）Ｈ２２．５．２８　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

1．次の数列が等差数列であるとき，その公差を求めよ。また，□ に適する数を求めよ。

(1)　1，8，15，□，□，……　　(2)　19，15，□，□，□，……

(3)　□，6，11，□，□，……　　(4)　□，15，□，9，□，……

2．次の等差数列の一般項を求めよ。また，その第 10 項を求めよ。

(1)　初項 3，公差 2　　(2)　初項 13，公差 -3

(3)　初項 1，公差 1　　(4)　初項 $\frac{1}{2}$，公差 $-\frac{1}{2}$

3．次の等差数列の一般項を求めよ。また，その第 10 項を求めよ。

(1)　1，5，9，13，……　　(2)　10，7，4，1，……

4．(1)　公差が 3，第 8 項が 12 である等差数列 $\{a_n\}$ の初項と一般項を求めよ。

(2)　初項が 10，第 10 項が 28 である等差数列 $\{a_n\}$ の公差と一般項を求めよ。

(3)　初項が 1，公差が 5 である等差数列 $\{a_n\}$ において，$a_l=76$ であるとき，l の値を求めよ。

5．第 16 項が -50，第 21 項が -80 である等差数列がある。

(1)　この等差数列の初項と公差を求めよ。

(2)　4 はこの数列の第何項か。

6．数列 a，3，a^2 が等差数列であるとき，a の値を求めよ。

7．次の数列が等比数列であるとき，その公比を求めよ。また，$\square$ に適する数を求めよ。

(1)　1，3，9，$\square$，$\square$，……

(2)　27，9，$\square$，$\square$，$\square$，……

(3)　3，$\square$，48，-192，$\square$，……

(4)　$-\sqrt{2}$，2，$-2\sqrt{2}$，$\square$，$\square$，……

8．次の等比数列の一般項を求めよ。また，その第 5 項を求めよ。

(1)　1，3，9，……

(2)　6，$2\sqrt{3}$，2，……

(3)　8，-12，18，……

(4)　1，$-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{4}$，……

9．次の等比数列で，指定されたものを求めよ。

(1)　初項が 5，公比が 2，項数が 8 のとき　末項

(2)　公比が 4，第 10 項が 4096 のとき　初項

10. 次の等比数列の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。

(1)　第 2 項が 14，第 5 項が 112 である等比数列

(2)　第 5 項が -48，第 7 項が -192 である等比数列

11. 数列 2，a，$\dfrac{9}{2}$ が等比数列であるとき，a の値を求めよ。

12. (1)　異なる数 x，y について，数列 $\sqrt{3}$，x，y は等差数列で，数列 x，$\sqrt{3}$，y は等比数列である。このとき，$x=$ ア $\square$，$y=$ イ $\square$ である。

(2)　初項 1 の等差数列 $\{a_n\}$ と初項 1 の等比数列 $\{b_n\}$ が $a_3=b_3$，$a_4=b_4$，$a_5 \neq b_5$ を満たすとき，一般項 a_n，b_n を求めよ。

1．次の数列が等差数列であるとき，その公差を求めよ。また，$\square$ に適する数を求めよ。

(1)　1，8，15，$\square$，$\square$，……　　(2)　19，15，$\square$，$\square$，$\square$，……

(3)　$\square$，6，11，$\square$，$\square$，……　　(4)　$\square$，15，$\square$，9，$\square$，……

解答　(1)　公差 7；順に 22，29　　(2)　公差 -4；順に 11，7，3

(3)　公差 5；順に 1，16，21　　(4)　公差 -3；順に 18，12，6

解説

(1)　公差は　$8-1=7$

ゆえに　1，8，15，$\boxed{22}$，$\boxed{29}$，……

(2)　公差は　$15-19=-4$

ゆえに　19，15，$\boxed{11}$，$\boxed{7}$，$\boxed{3}$，……

(3)　公差は　$11-6=5$

ゆえに　$\boxed{1}$，6，11，$\boxed{16}$，$\boxed{21}$，……

(4)　公差は　$(9-15)\div 2=-3$

ゆえに　$\boxed{18}$，15，$\boxed{12}$，9，$\boxed{6}$，……

2．次の等差数列の一般項を求めよ。また，その第 10 項を求めよ。

(1)　初項 3，公差 2　　(2)　初項 13，公差 -3

(3)　初項 1，公差 1　　(4)　初項 $\frac{1}{2}$，公差 $-\frac{1}{2}$

解答　一般項，第 10 項の順に

(1)　$2n+1$，21　　(2)　$-3n+16$，-14　　(3)　n，10　　(4)　$-\frac{1}{2}n+1$，-4

解説

(1)　一般項は　$3+(n-1)\cdot 2=2n+1$

第 10 項は　$2\cdot 10+1=21$

(2)　一般項は　$13+(n-1)(-3)=-3n+16$

第 10 項は　$-3\cdot 10+16=-14$

(3)　一般項は　$1+(n-1)\cdot 1=n$

第 10 項は　10

(4)　一般項は　$\frac{1}{2}+(n-1)\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}n+1$

第 10 項は　$-\frac{1}{2}\cdot 10+1=-4$

3．次の等差数列の一般項を求めよ。また，その第 10 項を求めよ。

(1)　1，5，9，13，……　　(2)　10，7，4，1，……

解答　一般項，第 10 項の順に

(1)　$4n-3$，37　　(2)　$-3n+13$，-17

解説

(1)　初項は 1，公差は $5-1=4$

よって，一般項は　$1+(n-1)\cdot 4=4n-3$

また，第 10 項は　$4\cdot 10-3=37$

(2)　初項は 10，公差は $7-10=-3$

よって，一般項は　$10+(n-1)(-3)=-3n+13$

また，第 10 項は　$-3\cdot 10+13=-17$

4．(1)　公差が 3，第 8 項が 12 である等差数列 $\{a_n\}$ の初項と一般項を求めよ。

(2)　初項が 10，第 10 項が 28 である等差数列 $\{a_n\}$ の公差と一般項を求めよ。

(3)　初項が 1，公差が 5 である等差数列 $\{a_n\}$ において，$a_l=76$ であるとき，l の値を求めよ。

解答　(1)　初項 -9，一般項 $3n-12$　　(2)　公差 2，一般項 $2n+8$　　(3)　$l=16$

解説

等差数列 $\{a_n\}$ の初項を a，公差を d とする。

このとき　$a_n=a+(n-1)d$

(1)　$a_8=a+7d$ であるから　$12=a+7\cdot 3$　よって　$a=-9$

また　$a_n=-9+(n-1)\cdot 3=3n-12$

(2)　$a_{10}=a+9d$ であるから　$28=10+9d$　よって　$d=2$

また　$a_n=10+(n-1)\cdot 2=2n+8$

(3)　$a_l=a+(l-1)d$ であるから　$76=1+5(l-1)$　よって　$l=16$

5．第 16 項が -50，第 21 項が -80 である等差数列がある。

(1)　この等差数列の初項と公差を求めよ。

(2)　4 はこの数列の第何項か。

解答　(1)　初項 40，公差 -6　　(2)　第 7 項

解説

(1)　この数列の初項を a，公差を d，第 n 項を a_n とすると　$a_n=a+(n-1)d$

$a_{16}=-50$，$a_{21}=-80$ であるから　$-50=a+15d$，$-80=a+20d$

これを解いて　$a=40$，$d=-6$

よって　初項 40，公差 -6

(2)　$a_n=40+(n-1)(-6)=-6n+46$

$a_n=4$ とすると　$4=-6n+46$

ゆえに　$n=7$

よって，4 はこの数列の第 7 項である。

6．数列 a，3，a^2 が等差数列であるとき，a の値を求めよ。

解答　$a=2$，-3

解説

数列 a，3，a^2 が等差数列であるから　$2\cdot 3=a+a^2$

整理すると　$a^2+a-6=0$

左辺を因数分解すると　$(a-2)(a+3)=0$

したがって　$a=2$，-3

7．次の数列が等比数列であるとき，その公比を求めよ。また，$\square$ に適する数を求めよ。

(1)　1，3，9，$\square$，$\square$，……

(2)　27，9，$\square$，$\square$，$\square$，……

(3)　3，$\square$，48，-192，$\square$，……

(4)　$-\sqrt{2}$，2，$-2\sqrt{2}$，$\square$，$\square$，……

解答　(1)　公比 3；順に 27，81　　(2)　公比 $\frac{1}{3}$；順に 3，1，$\frac{1}{3}$

(3)　公比 -4；順に -12，768　　(4)　公比 $-\sqrt{2}$；順に 4，$-4\sqrt{2}$

解説

(1)　公比は　$\frac{3}{1}=3$

ゆえに　1，3，9，$\boxed{27}$，$\boxed{81}$，……

(2)　公比は　$\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$

ゆえに　27，9，$\boxed{3}$，$\boxed{1}$，$\boxed{\frac{1}{3}}$，……

(3)　公比は　$\frac{-192}{48}=-4$

ゆえに　3，$\boxed{-12}$，48，-192，$\boxed{768}$，……

(4)　公比は　$\frac{2}{-\sqrt{2}}=-\sqrt{2}$

ゆえに　$-\sqrt{2}$，2，$-2\sqrt{2}$，$\boxed{4}$，$\boxed{-4\sqrt{2}}$，……

8．次の等比数列の一般項を求めよ。また，その第 5 項を求めよ。

(1)　1，3，9，……　　(2)　6，$2\sqrt{3}$，2，……

(3)　8，-12，18，……　　(4)　1，$-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，……

解答　順に　(1)　3^{n-1}，81　　(2)　$6\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-1}$，$\frac{2}{3}$　　(3)　$8\left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$，$\frac{81}{2}$

(4)　$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，$\frac{1}{16}$

解説

(1)　初項が 1，公比が 3 であるから，一般項は　$1\cdot 3^{n-1}=3^{n-1}$

また，第 5 項は　$3^{5-1}=81$

(2)　初項が 6，公比が $\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ であるから，一般項は　$6\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n-1}$

また，第 5 項は　$6\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{5-1}=\frac{2}{3}$

(3)　初項が 8，公比が $\frac{-12}{8}=-\frac{3}{2}$ であるから，一般項は　$8\left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

また，第 5 項は　$8\left(-\frac{3}{2}\right)^{5-1}=\frac{81}{2}$

(4)　初項が 1，公比が $-\frac{1}{2}$ であるから，一般項は　$1\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

また，第 5 項は　$\left(-\frac{1}{2}\right)^{5-1}=\frac{1}{16}$

9．次の等比数列で，指定されたものを求めよ。

(1)　初項が 5，公比が 2，項数が 8 のとき　末項

(2)　公比が 4，第 10 項が 4096 のとき　初項

解答　(1)　640　　(2)　$\frac{1}{64}$

解説

(1) 第 n 項は $5\cdot 2^{n-1}$ であるから，末項は　$5\cdot 2^{8-1}=640$

(2) 初項を a とすると，第 n 項は　$a\cdot 4^{n-1}$

第10項が4096であるから　$a\cdot 4^9=4096$

よって　$a=\dfrac{1}{64}$

10. 次の等比数列の一般項を求めよ。ただし，公比は実数とする。

(1) 第2項が14，第5項が112である等比数列

(2) 第5項が -48，第7項が -192 である等比数列

解答　(1) $7\cdot 2^{n-1}$　(2) $-3\cdot 2^{n-1}$ または $-3(-2)^{n-1}$

解説

初項を a，公比を r とする。

(1) 第2項，第5項について　$ar=14$，$ar^4=112$

$ar^4=(ar)r^3$ であるから　$14r^3=112$　よって　$r^3=8$

r は実数であるから　$r=2$　$ar=14$ から　$a=7$

よって，一般項は　$7\cdot 2^{n-1}$

(2) 第5項，第7項について　$ar^4=-48$，$ar^6=-192$

$ar^6=(ar^4)r^2$ であるから　$-48r^2=-192$

よって　$r^2=4$　ゆえに　$r=\pm 2$

$ar^4=-48$ から　$a=-3$

よって，一般項は　$-3\cdot 2^{n-1}$ または $-3(-2)^{n-1}$

11. 数列2，a，$\dfrac{9}{2}$ が等比数列であるとき，a の値を求めよ。

解答　$a=\pm 3$

解説

数列2，a，$\dfrac{9}{2}$ が等比数列であるから　$a^2=2\cdot\dfrac{9}{2}$

よって　$a=\pm 3$

12. (1) 異なる数 x，y について，数列 $\sqrt{3}$，x，y は等差数列で，数列 x，$\sqrt{3}$，y は等比数列である。このとき，$x=$ ア $\boxed{}$，$y=$ イ $\boxed{}$ である。

(2) 初項1の等差数列 $\{a_n\}$ と初項1の等比数列 $\{b_n\}$ が $a_3=b_3$，$a_4=b_4$，$a_5\neq b_5$ を満たすとき，一般項 a_n，b_n を求めよ。

解答　(1) (ア) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(イ) $-2\sqrt{3}$　(2) $a_n=-\dfrac{3}{8}n+\dfrac{11}{8}$，$b_n=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

解説

(1) 数列 $\sqrt{3}$，x，y は等差数列であるから　$2x=\sqrt{3}+y$

すなわち　$y=2x-\sqrt{3}$　…… ①

また，数列 x，$\sqrt{3}$，y は等比数列であるから　$(\sqrt{3})^2=xy$

すなわち　$xy=3$　…… ②

① を ② に代入して整理すると　$2x^2-\sqrt{3}x-3=0$

ゆえに　$(x-\sqrt{3})(2x+\sqrt{3})=0$　よって　$x=\sqrt{3}$，$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

① から　$x=\sqrt{3}$ のとき　$y=\sqrt{3}$　$x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき　$y=-2\sqrt{3}$

$x\neq y$ であるから　$x=$ ア $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$y=$ イ $-2\sqrt{3}$

(2) $\{a_n\}$ の公差を d，$\{b_n\}$ の公比を r とする。

$a_3=b_3$ から　$1+2d=r^2$ …… ①　$a_4=b_4$ から　$1+3d=r^3$ …… ②

①，② から　$3(r^2-1)=2(r^3-1)$　よって　$2r^3-3r^2+1=0$

ゆえに　$(2r+1)(r-1)^2=0$　したがって　$r=-\dfrac{1}{2}$，1

[1] $r=-\dfrac{1}{2}$ のとき，① から　$d=-\dfrac{3}{8}$

よって　$a_5=1+(5-1)\left(-\dfrac{3}{8}\right)=-\dfrac{1}{2}$　また　$b_5=1\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{5-1}=\dfrac{1}{16}$

このとき，$a_5\neq b_5$ を満たすから，適する。

[2] $r=1$ のとき，① から　$d=0$　よって　$a_5=1$

また　$b_5=1$　このとき，$a_5\neq b_5$ を満たさないから，不適。

[1]，[2] から　$a_n=1+(n-1)\left(-\dfrac{3}{8}\right)=-\dfrac{3}{8}n+\dfrac{11}{8}$，$b_n=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$