数学演習（数列）Ｈ２１．１．２３　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

$\boxed{1}$ 第１０項が３４，第３０項が－４６である等差数列 $\{a_n\}$ がある。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) この数列の一般項を求めよ。

(2) －２２はこの数列の第何項であるか答えよ。

(3) この数列において，初項から第何項までの和が最大になるか答えよ。

$\boxed{2}$ 次の等差数列の和を求めよ。　$50, 45, 40, 35, \cdots\cdots, -20$

$\boxed{3}$ 第３項が１２，第６項が９６である等比数列 $\{a_n\}$ がある。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) この数列の一般項を求めよ。

(2) この数列の初項から第１０項までの和を求めよ。

$\boxed{4}$ 初項から第３項までの和が７，第２項から第４項までの和が－２１である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{5}$ 数列 $8, a, b$ が等差数列，数列 $a, b, 36$ が等比数列となるように，a, b の値を定めよ。

$\boxed{6}$ 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=n^2-3n$ で表される数列の一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{7}$ 次の和を求めよ。

(1) $S=1\cdot1+2\cdot3+3\cdot5+4\cdot7+\cdots\cdots+n(2n-1)$

(2) $S=\dfrac{1}{1\cdot4}+\dfrac{1}{4\cdot7}+\dfrac{1}{7\cdot10}+\dfrac{1}{10\cdot13}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)}$

(3) $S=1\cdot1+2\cdot2+3\cdot2^2+4\cdot2^3+\cdots\cdots+n\cdot2^{n-1}$

$\boxed{8}$ 次の数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。　$10, 8, 4, -2, -10, \cdots\cdots$

第２回定期考査　2 - 1,2 B,C　数学

(　　)組(　　)番　名前(　解答　)

1 第10項が34，第30項が−46である等差数列$\{a_n\}$がある．このとき，以下の問に答えよ．

（1）この数列の一般項を求めよ．

初項 a，公差 d とすると．

$$\begin{cases} a+9d=34 & \text{—①} \\ a+29d=-46 & \text{—②} \end{cases}$$

①−② より　$-20d=80$

$d=-4$.

① より．$a-36=34$

$a=70$.

よって

$a_n=70-4(n-1)$.

$=-4n+74$ //　⑦

（2）−22はこの数列の第何項であるか答えよ．

$-4n+74=-22$.

$4n=96$.

$n=24$

第24項 //　⑦

（3）この数列において初項から第何項までの和が最大になるか答えよ．

項が初めて負になるのは．

$-4n+74<0$.

$4n>74$.

$n>\frac{74}{4}=18.5$.　第19項 である。

よって．初項から第18項までの和が最大になる。　②

2 次の等差数列の和を求めよ．

50，45，40，……，−20

初項 50，公差 −5．より．

一般項は．$-5n+55$.

$-5n+55=-20$

$-5n=-75$

$n=15$

項数は 15 である．

よって求める和は．

$\frac{1}{2}\times 15\times\{50+(-20)\}$

$=15\times 15$

$=225$

225 //　⑧

3 第３項が12，第６項が96である等比数列$\{a_n\}$がある．このとき，以下の問に答えよ．

（1）この数列の一般項を求めよ．

初項 a，公比 r とする．

$$\begin{cases} ar^2=12. \\ ar^5=96. \end{cases}$$

$ar^2\cdot r^3=96$.

$12r^3=96$.

$r^3=8$

$r=2$.　$a=3$.

よって．

$a_n=3\cdot 2^{n-1}$. //　⑦

（2）この数列の初項から第10項までの和を求めよ．

求める和は．

$\frac{3(2^{10}-1)}{2-1}$　3069

3069 //　⑦

4 初項から第３項までの和が7，第２項から第４項までの和が−21である等比数列$\{a_n\}$の一般項を求めよ．

初項 a，公比 r とする．

$$\begin{cases} a+ar+ar^2=7 \\ ar+ar^2+ar^3=-21. \end{cases}$$

$r(a+ar+ar^2)=-21$.

$7r=-21$

$r=-3$

$a=1$.

よって

$a_n=(-3)^{n-1}$ //　⑧

5 数列8，a，bが等差数列，数列a，b，36が等比数列となるように，a，bの値を定めよ．

8，a，b が等差数列なので．

$a-8=b-a$.

$2a=b+8$.

a，b，36 が等比数列なので

$\frac{b}{a}=\frac{36}{b}$.

$b^2=36a$.

$b^2=18(b+8)$.

$b^2-18b-144=0$.

$(b-24)(b+6)=0$.

$b=24,\ -6$

$b=-6$ のとき．$a=1$.

$b=24$ のとき　$a=16$.　⑧

6 初項から第n項までの和S_nが$S_n=n^2-3n$で表される数列の一般項a_nを求めよ．

$n=1$ のとき　$a_1=S_1=-2$.

$n\geqq 2$ のとき．

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=n^2-3n-\{(n-1)^2-3(n-1)\}$

$=n^2-3n-(n^2-2n+1-3n+3)$

$=2n-4$.

$2\cdot 1-4=-2$ より．a_n は $n=1$ のときも成立．

以上より．

$a_n=2n-4$.　⑧

7 次の和Sを求めよ．

（1）$S=1\cdot 1+2\cdot 3+3\cdot 5+4\cdot 7+\cdots\cdots+n(2n-1)$

$S=\sum_{k=1}^{n}k(2k-1)$.

$=\sum_{k=1}^{n}(2k^2-k)$

$=2\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)-\frac{1}{2}n(n+1)$

$=\frac{1}{6}n(n+1)\{2(2n+1)-3\}$

$=\frac{1}{6}n(n+1)(4n-1)$　⑧

（2）$S=\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 10}+\frac{1}{10\cdot 13}+\cdots\cdots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$

$=\frac{1}{3}\left\{\left(1-\cancel{\frac{1}{4}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{4}}-\cancel{\frac{1}{7}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{7}}-\frac{1}{10}\right)+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{3n-2}}-\frac{1}{3n+1}\right)\right\}$

$=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3n+1}\right)$.

$=\frac{n}{3n+1}$　⑧

（3）$S=1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\cdots\cdots+n\cdot 2^{n-1}$

$S=1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+\cdots+n\cdot 2^{n-1}$

$-)\ 2S=\quad 1\cdot 2+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+(n-1)2^{n-1}+n\cdot 2^n$

$-S=1\cdot 1+1\cdot 2+1\cdot 2^2+1\cdot 2^3+\cdots+1\cdot 2^{n-1}-n\cdot 2^n$

$-S=\frac{2^n-1}{2-1}-n\cdot 2^n$

$S=n\cdot 2^n-2^n+1$

$S=(n-1)\cdot 2^n+1$　⑧

8 次の数列$\{a_n\}$の一般項a_nを求めよ．

10，8，4，−2，−10，……

（差：−2，−4，−6，−8）

数列$\{a_n\}$の階差数列を$\{b_n\}$とする．

$\{b_n\}$は．初項 −2，公差 −2 の等差数列．

$b_n=-2n$

$n\geqq 2$ のとき．

$a_n=10+\sum_{k=1}^{n-1}(-2k)$

$=10-2\cdot\frac{1}{2}(n-1)\cdot n$.

$=-n^2+n+10$.

$-1^2+1-10=10$ より．$a_n=-n^2+n+10$ は．$n=1$ のときも成り立つ．

以上より．

$a_n=-n^2+n+10$.　⑧