数学演習（等差数列）Ｈ２４．１０．４

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

１．一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の初めの 5 項を求めよ。

(1)　$a_n=4n-1$　　(2)　$a_n=n^2-1$　　(3)　$a_n=\dfrac{6}{n+4}$　　(4)　$a_n=3(-2)^n$

２．次の数列の一般項 a_n を推定せよ。

(1)　1，-8，27，-64，……

(2)　$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{9}{5}$，$\dfrac{27}{6}$，$\dfrac{81}{7}$，……　　(3)　$1\cdot1$，$3\cdot4$，$5\cdot9$，$7\cdot16$，……

３．(1)　数列 $\{5-3n\}$ の初めの 6 項を求めよ。

(2)　数列 $1+1$，$2+\dfrac{1}{2}$，$3+\dfrac{1}{3}$，$4+\dfrac{1}{4}$，…… の一般項 a_n を推定せよ。

４．次のような等差数列の初めの 5 項を求めよ。

(1)　初項 3，公差 5　　(2)　初項 6，公差 -7

５．次の等差数列の公差を求めよ。また，$\boxed{}$ に適する数を求めよ。

(1)　2，5，8，$\boxed{}$，$\boxed{}$，……　　(2)　9，$\boxed{}$，5，3，$\boxed{}$，……

６．次のような等差数列の一般項を求めよ。また，第 8 項を求めよ。

(1)　初項 7，公差 -4　　(2)　-5，-2，1，4，……

7. 初項が 3，第 10 項が 30 である等差数列がある。この数列の公差および一般項を求めよ。

8. 公差が -3，第 8 項が 6 である等差数列 $\{a_n\}$ において，初項を求めよ。また，第 20 項を求めよ。

9. 第 3 項が 10，第 6 項が 22 である等差数列の初項は ア$\boxed{}$，公差は イ$\boxed{}$ である。
また，第 30 項は ウ$\boxed{}$，50 は第 エ$\boxed{}$ 項である。

10. 第 6 項が 33，第 11 項が 63 である等差数列において，第 16 項を求めよ。また，200 より大きくなるのは第何項からか。

11. 第 5 項が 20，第 8 項が 2 である等差数列がある。次の数のうち，この数列の項であるものはどれか。また，項であるものは第何項であるかを求めよ。

(1) 0　(2) 8　(3) 32　(4) -20

1．一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の初めの 5 項を求めよ。

(1) $a_n=4n-1$　(2) $a_n=n^2-1$　(3) $a_n=\dfrac{6}{n+4}$　(4) $a_n=3(-2)^n$

解答　(1) $a_1=3,\ a_2=7,\ a_3=11,\ a_4=15,\ a_5=19$

(2) $a_1=0,\ a_2=3,\ a_3=8,\ a_4=15,\ a_5=24$

(3) $a_1=\dfrac{6}{5},\ a_2=1,\ a_3=\dfrac{6}{7},\ a_4=\dfrac{3}{4},\ a_5=\dfrac{2}{3}$

(4) $a_1=-6,\ a_2=12,\ a_3=-24,\ a_4=48,\ a_5=-96$

(1) $a_1=4\cdot1-1=3,\ a_2=4\cdot2-1=7,\ a_3=4\cdot3-1=11,\ a_4=4\cdot4-1=15,$
$a_5=4\cdot5-1=19$

(2) $a_1=1^2-1=0,\ a_2=2^2-1=3,\ a_3=3^2-1=8,\ a_4=4^2-1=15,\ a_5=5^2-1=24$

(3) $a_1=\dfrac{6}{1+4}=\dfrac{6}{5},\ a_2=\dfrac{6}{2+4}=1,\ a_3=\dfrac{6}{3+4}=\dfrac{6}{7},$
$a_4=\dfrac{6}{4+4}=\dfrac{3}{4},\ a_5=\dfrac{6}{5+4}=\dfrac{2}{3}$

(4) $a_1=3(-2)=-6,\ a_2=3(-2)^2=12,\ a_3=3(-2)^3=-24,\ a_4=3(-2)^4=48,$
$a_5=3(-2)^5=-96$

2．次の数列の一般項 a_n を推定せよ。

(1) $1,\ -8,\ 27,\ -64,\ \cdots\cdots$

(2) $\dfrac{3}{4},\ \dfrac{9}{5},\ \dfrac{27}{6},\ \dfrac{81}{7},\ \cdots\cdots$　(3) $1\cdot1,\ 3\cdot4,\ 5\cdot9,\ 7\cdot16,\ \cdots\cdots$

解答　(1) $a_n=(-1)^{n+1}\cdot n^3$　(2) $a_n=\dfrac{3^n}{n+3}$　(3) $a_n=(2n-1)n^2$

(1) 各項の符号を取り去った数列 1, 8, 27, 64, …… では,
初項が 1^3，第 2 項が 2^3，第 3 項が 3^3，第 4 項が 4^3，…… であるから，第 n 項は n^3
と推定できる。
また，符号は ＋，－，＋，－，…… と交互に続くから，第 n 項の符号は $(-1)^{n+1}$
と推定できる。
よって，一般項 a_n は　$a_n=(-1)^{n+1}\cdot n^3$

注意　$a_n=(-1)^{n-1}\cdot n^3$ と答えてもよい。

(2) 各項の分子を取り出した数列 3, 9, 27, 81, …… の第 n 項は　3^n
各項の分母を取り出した数列 4, 5, 6, 7, …… の第 n 項は　$n+3$
と推定できる。
よって，一般項 a_n は　$a_n=\dfrac{3^n}{n+3}$

(3) ・の左側の数を取り出した数列 1, 3, 5, 7, …… の第 n 項は　$2n-1$
・の右側の数を取り出した数列 1, 4, 9, 16, …… の第 n 項は　n^2
と推定できる。
よって，一般項 a_n は　$a_n=(2n-1)n^2$

3．(1) 数列 $\{5-3n\}$ の初めの 6 項を求めよ。

(2) 数列 $1+1,\ 2+\dfrac{1}{2},\ 3+\dfrac{1}{3},\ 4+\dfrac{1}{4},\ \cdots\cdots$ の一般項 a_n を推定せよ。

解答　(1) $2,\ -1,\ -4,\ -7,\ -10,\ -13$　(2) $a_n=n+\dfrac{1}{n}$

(1) $a_n=5-3n$ とおくと
$a_1=5-3\cdot1=2,\ a_2=5-3\cdot2=-1,\ a_3=5-3\cdot3=-4,\ a_4=5-3\cdot4=-7,$
$a_5=5-3\cdot5=-10,\ a_6=5-3\cdot6=-13$

(2) ＋ の左側の数を取り出した数列 1, 2, 3, 4, …… の第 n 項は　n
＋ の右側の数を取り出した数列 $1,\ \dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{4},\ \cdots\cdots$ の第 n 項は　$\dfrac{1}{n}$
と推定できる。
よって，一般項 a_n は　$a_n=n+\dfrac{1}{n}$

4．次のような等差数列の初めの 5 項を求めよ。

(1) 初項 3，公差 5　(2) 初項 6，公差 -7

解答　(1) $3,\ 8,\ 13,\ 18,\ 23$　(2) $6,\ -1,\ -8,\ -15,\ -22$

与えられた数列を $\{a_n\}$ とする。

(1) $a_1=3,\ a_2=a_1+5=3+5=8,\ a_3=a_2+5=8+5=13,$
$a_4=a_3+5=13+5=18,\ a_5=a_4+5=18+5=23$

(2) $a_1=6,\ a_2=a_1-7=6-7=-1,\ a_3=a_2-7=-1-7=-8,$
$a_4=a_3-7=-8-7=-15,\ a_5=a_4-7=-15-7=-22$

5．次の等差数列の公差を求めよ。また，$\boxed{}$ に適する数を求めよ。

(1) $2,\ 5,\ 8,\ \boxed{},\ \boxed{},\ \cdots\cdots$　(2) $9,\ \boxed{},\ 5,\ 3,\ \boxed{},\ \cdots\cdots$

解答　(1) 公差 3，$\boxed{}$ に適する数：11，14

(2) 公差 -2，$\boxed{}$ に適する数：7，1

与えられた数列を $\{a_n\}$ とする。

(1) 公差は　$5-2=3$
よって　$a_4=8+3=11,\ a_5=11+3=14$

(2) 公差は　$3-5=-2$
よって　$a_2=9+(-2)=7,\ a_5=3+(-2)=1$

6．次のような等差数列の一般項を求めよ。また，第 8 項を求めよ。

(1) 初項 7，公差 -4　(2) $-5,\ -2,\ 1,\ 4,\ \cdots\cdots$

解答　一般項，第 8 項の順に　(1) $-4n+11,\ -21$　(2) $3n-8,\ 16$

(1) 一般項を a_n とすると　$a_n=7+(n-1)\times(-4)=-4n+11$
よって　$a_8=-4\cdot8+11=-21$

(2) 公差は　$-2-(-5)=3$
よって，一般項を a_n とすると　$a_n=-5+(n-1)\times3=3n-8$
したがって　$a_8=3\cdot8-8=16$

7．初項が 3，第 10 項が 30 である等差数列がある。この数列の公差および一般項を求めよ。

解答　公差 3，一般項 $3n$

公差を d とすると，第 10 項が 30 であるから　$3+(10-1)\times d=30$
したがって　$d=3$　すなわち，公差は　3
よって，一般項は　$3+(n-1)\times3=3n$

8．公差が -3，第 8 項が 6 である等差数列 $\{a_n\}$ において，初項を求めよ。また，第 20 項を求めよ。

解答　初項 27，第 20 項 -30

初項を a とすると，$a_8=6$ であるから　$a+(8-1)\times(-3)=6$
よって　$a=27$
すなわち　初項は　27
したがって　$a_{20}=27+(20-1)\times(-3)=-30$

9．第 3 項が 10，第 6 項が 22 である等差数列の初項は ${}^{ア}\boxed{}$，公差は ${}^{イ}\boxed{}$ である。
また，第 30 項は ${}^{ウ}\boxed{}$，50 は第 ${}^{エ}\boxed{}$ 項である。

解答　(ア) 2　(イ) 4　(ウ) 118　(エ) 13

与えられた数列を $\{a_n\}$ とし，その初項を a，公差を d とする。
$a_3=10$ であるから　$a+2d=10$　……①
$a_6=22$ であるから　$a+5d=22$　……②
①，② を解いて　$a=2,\ d=4$
よって，初項は ${}^{ア}2$，公差は ${}^{イ}4$ である。
また，一般項 a_n は　$a_n=2+(n-1)\times4=4n-2$
したがって　$a_{30}=4\cdot30-2={}^{ウ}118$
更に，$a_n=50$ とすると　$4n-2=50$　よって　$n=13$
したがって，50 は 第 ${}^{エ}13$ 項 である。

10．第 6 項が 33，第 11 項が 63 である等差数列において，第 16 項を求めよ。また，200 より大きくなるのは第何項からか。

解答　(前半) 93　(後半) 第 34 項

与えられた数列を $\{a_n\}$ とし，その初項を a，公差を d とする。
$a_6=33$ であるから　$a+5d=33$　……①
$a_{11}=63$ であるから　$a+10d=63$　……②
①，② を解いて　$a=3,\ d=6$
よって　$a_n=3+(n-1)\times6=6n-3$
したがって　$a_{16}=6\cdot16-3=93$
また，$a_n>200$ とすると　$6n-3>200$　よって　$n>\dfrac{203}{6}=33.8\cdots\cdots$　……①
① を満たす最小の自然数 n は　$n=34$
よって，200 より大きくなるのは第 34 項からである。

11．第 5 項が 20，第 8 項が 2 である等差数列がある。次の数のうち，この数列の項であるものはどれか。また，項であるものは第何項であるかを求めよ。

(1) 0　(2) 8　(3) 32　(4) -20

解答　(2) (第 7 項)，(3) (第 3 項)

与えられた数列を $\{a_n\}$ とし，その初項を a，公差を d とする。
$a_5=20$ であるから　$a+4d=20$　……①
$a_8=2$　であるから　$a+7d=2$　……②
①，② を解いて　$a=44,\ d=-6$
よって　$a_n=44+(n-1)\times(-6)=-6n+50$

(1) $a_n=0$ とすると　$-6n+50=0$　……③
ここで，③ を満たす自然数 n はない。
したがって，0 は数列 $\{a_n\}$ の項ではない。

(2) $a_n=8$ とすると　$-6n+50=8$
よって　$n=7$
したがって，8 は数列 $\{a_n\}$ の第 7 項である。

(3) $a_n=32$ とすると　$-6n+50=32$
よって　$n=3$
したがって，32 は数列 $\{a_n\}$ の第 3 項である。

(4) $a_n=-20$ とすると　$-6n+50=-20$　……④
ここで，④ を満たす自然数 n はない。
したがって，-20 は数列 $\{a_n\}$ の項ではない。

以上から　(2) (第 7 項)　(3) (第 3 項)