数学演習（接線の方程式･関数の増減）Ｈ２４．６．７　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

１．x 座標が与えられた，次の曲線上の点における接線の方程式を求めよ。

(1)　$y=-2x^2+1$　$(x=1)$　　(2)　$y=x^3-3x$　$(x=1)$

(3)　$y=x^3+x^2-2$　$(x=-1)$　　(4)　$y=-x^3+4x$　$(x=0)$

２．次の曲線に，与えられた点から引いた接線の方程式と接点の座標を求めよ。

(1)　$y=x^2-3x+4$　(0，0)　　(2)　$y=-x^2+x-3$　(1，1)

(3)　$y=x^3+4$　(0，-12)

３．次の関数の極値を求め，グラフをかけ。

(1)　$y=x^3-3x^2-9x+11$　　(2)　$y=(x-1)^2(x+2)$

(3)　$y=-x^3+6x^2-12x+8$　　(4)　$y=-2x^3+12x^2-18x$

数学演習（接線の方程式•関数の増減）Ｈ２４．６．７

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

1．x 座標が与えられた，次の曲線上の点における接線の方程式を求めよ。

(1)　$y=-2x^2+1$　$(x=1)$　　(2)　$y=x^3-3x$　$(x=1)$

(3)　$y=x^3+x^2-2$　$(x=-1)$　　(4)　$y=-x^3+4x$　$(x=0)$

解答　(1)　$y=-4x+3$　(2)　$y=-2$　(3)　$y=x-1$　(4)　$y=4x$

解説

(1)　$y'=-4x$ であるから，$x=1$ における接線の傾きは　$-4\cdot1=-4$

$x=1$ のとき　$y=-1$ であるから，接線の方程式は

$$y-(-1)=-4(x-1)$$

すなわち　$y=-4x+3$

(2)　$y'=3x^2-3$ であるから，$x=1$ における接線の傾きは　$3\cdot1^2-3=0$

$x=1$ のとき　$y=-2$ であるから，接線の方程式は

$$y-(-2)=0\cdot(x-1)$$

すなわち　$y=-2$

(3)　$y'=3x^2+2x$ であるから，$x=-1$ における接線の傾きは

$$3\cdot(-1)^2+2\cdot(-1)=1$$

$x=-1$ のとき　$y=-2$ であるから，接線の方程式は

$$y-(-2)=x-(-1)$$

すなわち　$y=x-1$

(4)　$y'=-3x^2+4$ であるから，$x=0$ における接線の傾きは　$-3\cdot0^2+4=4$

$x=0$ のとき　$y=0$ であるから，接線の方程式は　$y=4x$

2．次の曲線に，与えられた点から引いた接線の方程式と接点の座標を求めよ。

(1)　$y=x^2-3x+4$　$(0,\ 0)$　　(2)　$y=-x^2+x-3$　$(1,\ 1)$

(3)　$y=x^3+4$　$(0,\ -12)$

解答　順に　(1)　$y=-7x$，$(-2,\ 14)$；$y=x$，$(2,\ 2)$

(2)　$y=3x-2$，$(-1,\ -5)$；$y=-5x+6$，$(3,\ -9)$

(3)　$y=12x-12$，$(2,\ 12)$

解説

(1)　$y'=2x-3$

接点の座標を $(a,\ a^2-3a+4)$ とすると，接線の方程式は

$$y-(a^2-3a+4)=(2a-3)(x-a)$$

すなわち　$y=(2a-3)x-a^2+4$　……①

この直線が点 $(0,\ 0)$ を通るから　$0=(2a-3)\cdot0-a^2+4$

これを解いて　$a=\pm2$

$a=2$ のとき，接点の座標は　$(2,\ 2)$

①から，接線の方程式は　$y=x$

$a=-2$ のとき，接点の座標は　$(-2,\ 14)$

①から，接線の方程式は　$y=-7x$

(2)　$y'=-2x+1$

接点の座標を $(a,\ -a^2+a-3)$ とすると，接線の方程式は

$$y-(-a^2+a-3)=(-2a+1)(x-a)$$

すなわち　$y=(-2a+1)x+a^2-3$　……①

この直線が点 $(1,\ 1)$ を通るから　$1=(-2a+1)\cdot1+a^2-3$

よって　$a^2-2a-3=0$

これを解いて　$a=-1,\ 3$

$a=-1$ のとき，接点の座標は　$(-1,\ -5)$

①から，接線の方程式は　$y=3x-2$

$a=3$ のとき，接点の座標は　$(3,\ -9)$

①から，接線の方程式は　$y=-5x+6$

(3)　$y'=3x^2$

接点の座標を $(a,\ a^3+4)$ とすると，接線の方程式は

$$y-(a^3+4)=3a^2(x-a)$$

すなわち　$y=3a^2x-2a^3+4$　……①

この直線が点 $(0,\ -12)$ を通るから　$-12=3a^2\cdot0-2a^3+4$

よって　$a^3=8$

a は実数であるから　$a=2$

$a=2$ のとき，接点の座標は　$(2,\ 12)$

①から，接線の方程式は　$y=12x-12$

3．次の関数の極値を求め，グラフをかけ。

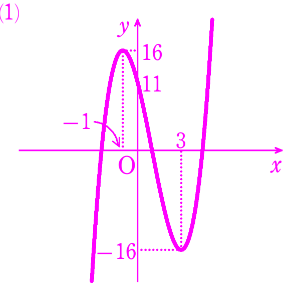
(1)　$y=x^3-3x^2-9x+11$　　(2)　$y=(x-1)^2(x+2)$

(3)　$y=-x^3+6x^2-12x+8$　　(4)　$y=-2x^3+12x^2-18x$

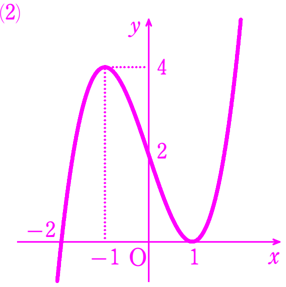
解答　(1)　$x=-1$ のとき極大値 16，$x=3$ のとき極小値 -16，[図]

(2)　$x=-1$ のとき極大値 4，$x=1$ のとき極小値 0，[図]

(1)



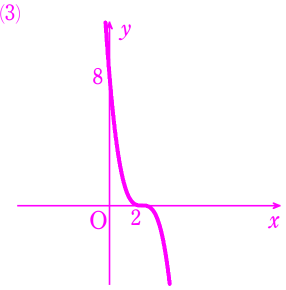
(2)



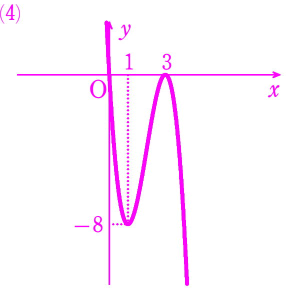
(3)　極値なし，[図]

(4)　$x=1$ のとき極小値 -8，$x=3$ のとき極大値 0，[図]

(3)



(4)



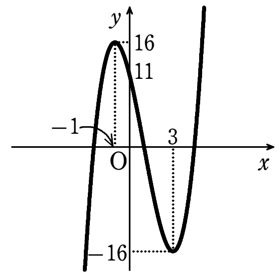
解説

(1)　$y'=3x^2-6x-9=3(x+1)(x-3)$

$y'=0$ とすると　$x=-1,\ 3$

y の増減表は，次のようになる。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	極大 16	↘	極小 -16	↗



よって，$x=-1$ のとき極大値 16，

$x=3$ のとき極小値 -16　をとる。

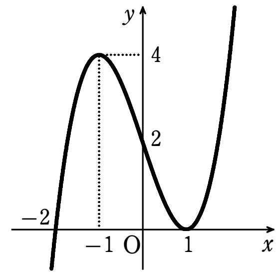
また，グラフは [図]

(2)　$y=x^3-3x+2$ であるから　$y'=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$

$y'=0$ とすると　$x=\pm1$

y の増減表は，次のようになる。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	極大 4	↘	極小 0	↗



よって，$x=-1$ のとき極大値 4，

$x=1$ のとき極小値 0　をとる。

また，グラフは [図]

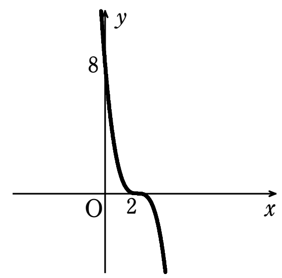
(3)　$y'=-3x^2+12x-12=-3(x-2)^2$

常に $y'\leqq0$ であるから，y は常に減少し，

極値をもたない。

また，$x=2$ のとき　$y=0$

したがって，グラフは [図]

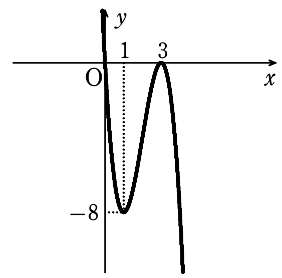


(4)　$y'=-6x^2+24x-18=-6(x-1)(x-3)$

$y'=0$ とすると　$x=1,\ 3$

y の増減表は，次のようになる。

x	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘	極小 -8	↗	極大 0	↘



よって，$x=1$ のとき極小値 -8，

$x=3$ のとき極大値 0　をとる。

また，グラフは [図]