

1 . 関数 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ において、x の値が 2 から $2 + h$ まで変化するときの平均変化率を求めよ。 2 . 関数 $f(x) = x^2 - 6x + 7$ の $x = a$ における微分係数を定義に従って求めよ。	3 . 関数 $y = -2x^2 + 4x + 1$ のグラフについて、次の接線の方程式を求めよ。 (1) 点 (0, 1) における接線 (2) 傾きが -4 である接線 4 . 関数 $y = x^2 - x$ のグラフに点 C (1, -1) から引いた接線の方程式を求めよ。	5 . 次の関数の増減を調べ、極値を求めよ。また、そのグラフをかけ。 (1) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ (2) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$
---	---	--

6. 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + (3a - 6)x + 5$ が極値をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

7. 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ は、 $x = -1$ で極大値 9 をとる。このとき、定数 a 、 b の値を求めよ。また、極小値を求めよ。

8. 次の関数の最大値，最小値を求めよ。 $y = -x^3 - 3x^2 + 5$ ($-3 \leq x \leq 2$)

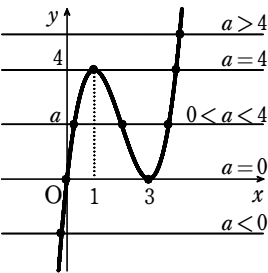
9. 3 次方程式 $x^3 - 6x^2 + 9x = a$ の異なる実数解の個数が，定数 a のとる値によって，どのように変わるか調べよ。

10. 次の不等式が成り立つことを証明せよ。 $x > 0$ のとき $x^3 + 16 \geq 12x$

11. a を 2 と異なる定数とする。関数 $f(x) = 2x^3 - 3(a + 2)x^2 + 12ax$ について，極大値を a を用いて表せ。

$f(x)$ の増減表と $y=f(x)$ のグラフは、右のようになる。
 このグラフと直線 $y=a$ の共有点の個数が、方程式の実数解の個数に一致するから

$a<0, 4<a$ のとき 1 個 ;
 $a=0, 4$ のとき 2 個 ;
 $0<a<4$ のとき 3 個



10. 次の不等式が成り立つことを証明せよ。 $x>0$ のとき $x^3+16\geq 12x$

解答 略

解説

$y=(x^3+16)-12x$ とすると

$$y'=3x^2-12=3(x^2-4)=3(x+2)(x-2)$$

$y'=0$ とすると $x=\pm 2$

$x>0$ における y の増減表は、右のようになる。

ゆえに、 $x>0$ において、 y は $x=2$ で最小値 0 をとる。

よって、 $x>0$ のとき $y\geq 0$

したがって $x^3-12x+16\geq 0$

x	0	...	2	...
y'		-	0	+
y		↘	極小 0	↗

11. a を 2 と異なる定数とする。関数 $f(x)=2x^3-3(a+2)x^2+12ax$ について、極大値を a を用いて表せ。

解答 $a<2$ のとき $-a^3+6a^2$, $a>2$ のとき $12a-8$

解説

[1] $a<2$ のとき

$f(x)$ の増減表は、次のようになる。

x	...	a	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

よって、極大値は $f(a)=-a^3+6a^2$

[2] $a>2$ のとき

$f(x)$ の増減表は、次のようになる。

x	...	2	...	a	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

よって、極大値は $f(2)=12a-8$