第５回定期考査（微分法）Ｈ２１．３．７　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　　）

１．次の平均変化率を求めよ。

(1) 関数 $f(x)=2x+3$ の，$x=2$ から $x=4$ までの平均変化率

(2) 関数 $f(x)=x^2-x$ の，$x=a$ から $x=b$ までの平均変化率

２．関数 $f(x)=x^3$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ を，定義に従って（つまり，極限を用いて）求めよ。

３．次の関数 $f(x)$ について，与えられた微分係数を求めよ。

(1) $f(x)=x^3-2x^2+1$ ，$f'(-2)$　　　(2) $f(x)=(x-1)^3$，$f'(1)$

４．次の関数を微分せよ。また，(5)～(6)は[ ]内の文字について微分せよ。

(1) $y=-3$　　　(2) $y=-2x+5$

(3) $y=(2x-1)(4x^2+2x+1)$　　　(4) $y=-\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{2}{3}x^3-2x^2+x$

(5) $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$　[r]　　　(6) $s=ax^2+bt^2$　[t]

５．次の曲線上の，与えられた点 A における接線の方程式を求めよ。

(1) $y=-2x^2+4x+1$ ，$A(2,1)$

(2) $y=3x^2-x^3$ ，$A(-1,4)$

６．次の条件を満たす２次関数 $f(x)$ を求めよ。　$f(2)=-2$，$f'(0)=3$，$f'(1)=-1$

７．関数 $y=x^2+3$ のグラフに点 $(1,0)$ から引いた接線の方程式と，接点の座標を求めよ。

８．関数 $f(x)=x^3-3x$ 上のグラフ上の接線で，x 軸に平行なものの方程式と接点の座標を求めよ。

第5回定期考査（微分法）Ｈ２１．３．７　　　（　　）組（　　）番　名前（ こたえ ）

1．次の平均変化率を求めよ。

(1) 関数 $f(x)=2x+3$ の，$x=2$ から $x=4$ までの平均変化率

$\frac{f(4)-f(2)}{4-2} = \frac{(2\cdot 4+3)-(2\cdot 2+3)}{2} = \frac{11-7}{2} = 2$ //

5

(2) 関数 $f(x)=x^2-x$ の，$x=a$ から $x=b$ までの平均変化率

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{(b^2-b)-(a^2-a)}{b-a} = \frac{(b^2-a^2)-(b-a)}{b-a} = \frac{(b-a)(b+a)-(b-a)}{b-a} = b+a-1$ //

5

2．関数 $f(x)=x^3$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ を，定義に従って（つまり，極限を用いて）求めよ。

$f'(a) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{(a+h)^3-a^3}{h}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{a^3+3a^2h+3ah^2+h^3-a^3}{h}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{3a^2h+3ah^2+h^3}{h}$

$= \lim_{h\to 0}(3a^2+3ah+h^2)$

$= 3a^2$ //

8

（lim 抜け −2）

3．次の関数 $f(x)$ について，与えられた微分係数を求めよ。

(1) $f(x)=x^3-2x^2+1$，$f'(-2)$

$f'(x)=3x^2-4x$ より

$f'(-2)=3(-2)^2-4(-2)$

$=12+8$

$=20$ //

5

(2) $f(x)=(x-1)^3$，$f'(1)$

$f(x)=x^3-3x^2+3x-1$ より

$f'(x)=3x^2-6x+3$

よって

$f'(1)=3-6+3=0$ //

5

4．次の関数を微分せよ。また，(5)～(6)は[ ]内の文字について微分せよ。

(1) $y=-3$

$y'=0$ //

5

(2) $y=-2x+5$

$y'=-2$ //

5

(3) $y=(2x-1)(4x^2+2x+1)$

$=8x^3-1$

$\therefore y'=24x^2$ //

5

(4) $y=-\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{3}x^3-2x^2+x$

$y'=-x^3+2x^2-4x+1$ //

5

(5) $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ [r]

$V'=4\pi r^2$ //

5

(6) $s=ax^2+bt^2$ [t]

$s'=2bt$ //

5

5．次の曲線上の，与えられた点 A における接線の方程式を求めよ。

(1) $y=-2x^2+4x+1$，$A(2,1)$

$y'=-4x+4$ より

点 $(2,1)$ における接線の

傾きは $y'=-4\cdot 2+4=-4$

$\therefore y-1=-4(x-2)$

より $y=-4x+9$ //

6

(2) $y=3x^2-x^3$，$A(-1,4)$

$y'=6x-3x^2$

点 $(-1,4)$ における接線の

傾きは $y'=6(-1)-3(-1)^2=-9$

$\therefore y-4=-9(x+1)$

より $y=-9x-5$ //

6

6．次の条件を満たす２次関数 $f(x)$ を求めよ。　$f(2)=-2$，$f'(0)=3$，$f'(1)=-1$

$f(x)=ax^2+bx+c$ とおくと

$f'(x)=2ax+b$ となる。

$f(2)=a\cdot 2^2+b\cdot 2+c=-2$

$f'(0)=2a\cdot 0+b=3$

$f'(1)=2a\cdot 1+b=-1$

より $\begin{cases} 4a+2b+c=-2 \\ b=3 \\ 2a+b=-1 \end{cases}$

解いて

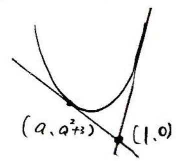
$a=-2,\ b=3,\ c=0$

8

$\therefore f(x)=-2x^2+3x$ //

10

7．関数 $y=x^2+3$ のグラフに点 $(1,0)$ から引いた接線の方程式と，接点の座標を求めよ。



接点の座標を (a, a^2+3)

とおくと，$y'=2x$ より，この点における

接線の傾きは $2a$ となる。

よって，接線の方程式は

$y-(a^2+3)=2a(x-a)$ …(*)

とおける。この直線上に点 $(1,0)$

があるので

$0-(a^2+3)=2a(1-a)$

整理して

$a^2-2a-3=0$

$(a-3)(a+1)=0$

$\therefore a=3,\ -1$

・$a=3$ の時

(*)に $a=3$ を代入して

$y-12=6(x-3)$

$\therefore y=6x-6$ 4

また接点は $(3,12)$

・$a=-1$ の時

(*)に $a=-1$ を代入して

$y-4=-2(x+1)$

$\therefore y=-2x+2$ //

また接点は $(-1,4)$ //

10

8．関数 $f(x)=\cancel{x^3-x}$ x^3-3x 上のグラフ上の接線で，x 軸に平行なものの方程式と接点の座標を求めよ。

接点の座標を (a, a^3-3a)

とする時，この点における

接線の傾きは $f'(x)=3x^2-3$

より $f'(a)=3a^2-3$ である。

x 軸に平行な接線とは

傾きが 0 であるので

$3a^2-3=0$

$\therefore a=\pm 1$

が成り立つ。

・$a=1$ の時

接点の座標は

$(1,-2)$ //

であり，

接線の方程式は

$y=-2$ //

・$a=-1$ の時

接点の座標は

$(-1,2)$ 4

であり，接線の方程式は

$y=2$ // 4

10