

1. 次の計算をせよ。

(1) $\log_2 \frac{4}{3} + \log_2 12$

(2) $\log_3 7 - \log_3 21$

(3) $\log_{10} 4 + \log_{10} 200 - 3\log_{10} 2$

(4) $2\log_3 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_3 6 + \log_3 \frac{\sqrt{6}}{3}$

2. 底の変換公式を用いて、次の値を求めよ。

(1) $\log_8 32$

(2) $\log_2 5 \cdot \log_5 2$

(3) $\log_3 8 \cdot \log_4 3$

3. 次の計算をせよ。

(1) $\log_5 10 - \log_5 2\sqrt{5}$

(3) $\log_{\sqrt{5}} 125$

(2) $\log_{10} 5\sqrt{5} + \frac{1}{2}\log_{10} \frac{4}{5}$

(4) $\log_5 9 \cdot \log_9 25$

4. 次の値を求めよ。

(1) $10^{\log_{10} 3}$

(2) $3^{-2\log_3 4}$

(3) $16^{\log_2 10}$

5. 次の計算をせよ。

(1) $\frac{1}{2}\log_5 2 + 3\log_5 \sqrt{2} - \log_5 4$

(2) $\log_3 4 \cdot \log_4 27$

6. $\log_{10} 2 = a, \log_{10} 3 = b$ とおくとき、次の値を a, b で表せ。

(1) $\log_{10} \frac{1}{12}$

(2) $\log_{10} 15$

(3) $\log_{10} \sqrt{0.75}$

(4) $\log_2 27$

(5) $\log_{18} \sqrt[3]{24}$

1. 次の計算をせよ。

(1) $\log_2 \frac{4}{3} + \log_2 12$

(2) $\log_3 7 - \log_3 21$

(3) $\log_{10} 4 + \log_{10} 200 - 3\log_{10} 2$

(4) $2\log_3 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_3 6 + \log_3 \frac{\sqrt{6}}{3}$

解答 (1) 4 (2) -1 (3) 2 (4) 0**解説**

(1) (与式) = $\log_2 \left(\frac{4}{3} \times 12 \right) = \log_2 16 = 4$

(2) (与式) = $\log_3 \frac{7}{21} = \log_3 \frac{1}{3} = -1$

(3) (与式) = $\log_{10} \frac{4 \times 200}{2^3} = \log_{10} 100 = 2$

(4) (与式) = $\log_3 (\sqrt{3})^2 - \log_3 6^{\frac{1}{2}} + \log_3 \frac{\sqrt{6}}{3} = \log_3 \left(\frac{3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{3} \right) = \log_3 1 = 0$

2. 底の変換公式を用いて、次の値を求めよ。

(1) $\log_8 32$

(2) $\log_2 5 \cdot \log_5 2$

(3) $\log_3 8 \cdot \log_4 3$

解答 (1) $\frac{5}{3}$ (2) 1 (3) $\frac{3}{2}$ **解説**

(1) $\log_8 32 = \frac{\log_2 32}{\log_2 8} = \frac{\log_2 2^5}{\log_2 2^3} = \frac{5}{3}$

(2) $\log_2 5 \cdot \log_5 2 = \log_2 5 \cdot \frac{\log_2 2}{\log_2 5} = \log_2 2 = 1$

(3) $\log_3 8 \cdot \log_4 3 = \frac{\log_2 8}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_2 3}{\log_2 4} = \frac{\log_2 2^3}{\log_2 2^2} = \frac{3}{2}$

別解 $\log_3 8 \cdot \log_4 3 = \log_3 8 \cdot \frac{\log_3 3}{\log_3 4} = \log_3 2^3 \cdot \frac{1}{\log_3 2^2} = \frac{3\log_3 2}{2\log_3 2} = \frac{3}{2}$

3. 次の計算をせよ。

(1) $\log_5 10 - \log_5 2\sqrt{5}$

(2) $\log_{10} 5\sqrt{5} + \frac{1}{2}\log_{10} \frac{4}{5}$

(3) $\log_{\sqrt{5}} 125$

(4) $\log_5 9 \cdot \log_9 25$

解答 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) 6 (4) 2**解説**

(1) (与式) = $\log_5 \frac{10}{2\sqrt{5}} = \log_5 \sqrt{5} = \log_5 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

(2) (与式) = $\log_{10} \left[5\sqrt{5} \times \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = \log_{10} \left(5\sqrt{5} \times \frac{2}{\sqrt{5}} \right) = \log_{10} 10 = 1$

(3) (与式) = $\frac{\log_5 125}{\log_5 \sqrt{5}} = \frac{\log_5 5^3}{\log_5 5^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 3 \div \frac{1}{2} = 3 \times 2 = 6$

別解 (与式) = $\log_{\sqrt{5}} (\sqrt{5})^6 = 6$

(4) (与式) = $\log_5 9 \cdot \frac{\log_5 25}{\log_5 9} = \log_5 25 = 2$

4. 次の値を求めよ。

(1) $10^{\log_{10} 3}$

(2) $3^{-2\log_3 4}$

(3) $16^{\log_2 10}$

解答 (1) 3 (2) $\frac{1}{16}$ (3) 10000**解説**

(1) $x = 10^{\log_{10} 3}$ とおいて、両辺の 10 を底とする対数をとると

$$\log_{10} x = \log_{10} 3 \cdot \log_{10} 10 \quad \text{すなはち} \quad \log_{10} x = \log_{10} 3$$

よって $x = 3$

(2) $x = 3^{-2\log_3 4}$ とおいて、両辺の 3 を底とする対数をとると

$$\log_3 x = -2\log_3 4 \cdot \log_3 3 \quad \text{すなはち} \quad \log_3 x = \log_3 4^{-2}$$

よって $x = \frac{1}{16}$

(3) $x = 16^{\log_2 10}$ とおいて、両辺の 2 を底とする対数をとると

$$\log_2 x = \log_2 10 \cdot \log_2 16 \quad \text{すなはち} \quad \log_2 x = 4\log_2 10$$

ゆえに $\log_2 x = \log_2 10^4 \quad \text{よって} \quad x = 10000$

5. 次の計算をせよ。

(1) $\frac{1}{2}\log_5 2 + 3\log_5 \sqrt{2} - \log_5 4$ (2) $\log_3 4 \cdot \log_4 27$

解答 (1) 0 (2) 3**解説**

(1) $\frac{1}{2}\log_5 2 + 3\log_5 \sqrt{2} - \log_5 4 = \log_5 2^{\frac{1}{2}} + \log_5 (2^{\frac{1}{2}})^3 - \log_5 2^2$

$$= \log_5 2^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2} = \log_5 2^0 = \log_5 1 = 0$$

(2) $\log_3 4 \cdot \log_4 27 = \log_3 4 \cdot \frac{\log_3 27}{\log_3 4} = \log_3 27 = \log_3 3^3 = 3$

6. $\log_{10} 2 = a, \log_{10} 3 = b$ とおくとき、次の値を a, b で表せ。

(1) $\log_{10} \frac{1}{12}$ (2) $\log_{10} 15$ (3) $\log_{10} \sqrt{0.75}$

(4) $\log_2 27$ (5) $\log_{18} \sqrt[3]{24}$

解答 (1) $-2a - b$ (2) $1 - a + b$ (3) $\frac{b}{2} - a$ (4) $\frac{3b}{a}$ (5) $\frac{3a+b}{3a+6b}$ **解説**

(1) $\log_{10} \frac{1}{12} = -\log_{10} (2^2 \times 3) = -(\log_{10} 2^2 + \log_{10} 3) = -\log_{10} 2^2 - \log_{10} 3$
$$= -2\log_{10} 2 - \log_{10} 3 = -2a - b$$

(2) $\log_{10} 15 = \log_{10} (5 \times 3) = \log_{10} 5 + \log_{10} 3 = \log_{10} \frac{10}{2} + \log_{10} 3$

$$= \log_{10} 10 - \log_{10} 2 + \log_{10} 3 = 1 - a + b$$

(3) $\log_{10} \sqrt{0.75} = \frac{1}{2} \log_{10} \frac{3}{4} = \frac{1}{2} (\log_{10} 3 - \log_{10} 2^2)$

$$= \frac{1}{2} (\log_{10} 3 - 2\log_{10} 2) = \frac{1}{2} (b - 2a) = \frac{b}{2} - a$$

(4) $\log_2 27 = \frac{\log_{10} 27}{\log_{10} 2} = \frac{\log_{10} 3^3}{\log_{10} 2} = \frac{3\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = \frac{3b}{a}$

(5) $\log_{18} \sqrt[3]{24} = \frac{1}{3} \log_{10} \frac{24}{18} = \frac{1}{3} \log_{10} \frac{24}{18} = \frac{\log_{10} (2^3 \times 3)}{3\log_{10} (2 \times 3^2)}$
$$= \frac{3\log_{10} 2 + \log_{10} 3}{3(\log_{10} 2 + 2\log_{10} 3)} = \frac{3a+b}{3a+6b}$$