第４回定期考査　2年生数学（12/12）　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$ 次の$\boxed{}$に適する数･式を入れよ。（各３点）

(1) $8^{\frac{2}{3}}=4$, $5^{-2}=\dfrac{1}{25}$ を対数を用いて表すと，それぞれ

$\boxed{}$, $\boxed{}$ である。

(2) $6=\log_{\sqrt{2}}8$, $-\dfrac{1}{4}=\log_{16}\dfrac{1}{2}$ を指数を用いて表すと

$\boxed{}$, $\boxed{}$ である。

(3) 次の値を求めよ。

$\log_{10}\dfrac{1}{100}=\boxed{}$, $\log_{0.5}\sqrt{32}=\boxed{}$

$\log_3 15+2\log_3\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\boxed{}$, $2\log_2 2\sqrt{3}-\dfrac{1}{3}\log_2 27=\boxed{}$

$\log_{32}64=\boxed{}$, $\log_4 5\times\log_5 8=\boxed{}$

$\boxed{2}$ $\log_a x=p$, $\log_a y=q$, $\log_a z=r$ とするとき，$\log_a\dfrac{\sqrt[3]{xy^3}}{\sqrt[5]{z^3}}$ を p, q, r を用いて表せ。（5点）

$\boxed{3}$ $\log_2 3=a$, $\log_3 5=b$ とするとき，$\log_{20}80$ を a, b を用いて表せ。（10点）

$\boxed{4}$ 次の方程式･不等式を解け。

(1) $\log_2(3x-2)=-2$ （4点）

(2) $\log_{\frac{1}{3}}x\geqq -1$ （4点）

(3) $\log_{10}(x+2)(x+5)=1$ （8点）

(4) $\log_2 x+\log_2(x-1)<0$ （8点）

(5) $2^x>3^{x+1}$ （6点）

$\boxed{5}$ $\log_4 9$, $\log_9 25$, 1.5 の大小を，不等号を用いて表せ。（5点）

$\boxed{6}$ $y=(\log_3 x)^2-4\log_3 x+3$ （$1\leqq x\leqq 27$）の最大値･最小値とそのときの x の値を求めよ。（10点）

$\boxed{7}$ 3^{60} は何桁の自然数か。常用対数 $\log_{10}3=0.4771$ を用いて調べよ。（10点）

第４回定期考査　2年生数学（12/12）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$ 次の$\boxed{}$に適する数・式を入れよ。（各３点）

(1) $8^{\frac{2}{3}}=4$，$5^{-2}=\frac{1}{25}$ を対数を用いて表すと，それぞれ

$\boxed{\frac{2}{3}=\log_8 4}$ ，$\boxed{-2=\log_5\frac{1}{25}}$ である。

(2) $6=\log_{\sqrt{2}}8$，$-\frac{1}{4}=\log_{16}\frac{1}{2}$ を指数を用いて表すと

$\boxed{(\sqrt{2})^6=8}$ ，$\boxed{16^{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}}$ である。

(3) 次の値を求めよ。

$\log_{10}\frac{1}{100}=\boxed{-2}$ ，$\log_{0.5}\sqrt{32}=\boxed{-\frac{5}{2}}$

$\log_3 15+2\log_3\frac{3}{\sqrt{5}}=\boxed{3}$ ，$2\log_2 2\sqrt{3}-\frac{1}{3}\log_2 27=\boxed{2}$

$\log_{32}64=\boxed{\frac{6}{5}}$ ，$\log_4 5\times\log_5 8=\boxed{\frac{3}{2}}$

$\boxed{2}$ $\log_a x=p$，$\log_a y=q$，$\log_a z=r$ とするとき，$\log_a\frac{\sqrt[3]{xy^3}}{\sqrt[5]{z^3}}$ を p,q,r を用いて表せ。（5点）

$$\log_a\frac{\sqrt[3]{xy^3}}{\sqrt[5]{z^3}}=\log_a\frac{x^{\frac{1}{3}}y}{z^{\frac{3}{5}}}=\log_a x^{\frac{1}{3}}+\log_a y-\log_a z^{\frac{3}{5}}$$

$$=\frac{1}{3}\log_a x+\log_a y-\frac{3}{5}\log_a z$$

$$=\frac{1}{3}p+q-\frac{3}{5}r$$

$\boxed{3}$ $\log_2 3=a$，$\log_3 5=b$ とするとき，$\log_{20}80$ を a,b を用いて表せ。（10点）

底を２に変換すると　$\log_3 5=\frac{\log_2 5}{\log_2 3}$　より　$\log_2 5=\log_2 3\log_3 5=ab$　３点

$$\log_{20}80=\frac{\log_2 80}{\log_2 20}$$

$$=\frac{\log_2(2^4\times 5)}{\log_2(2^2\times 5)}$$

$$=\frac{\log_2 2^4+\log_2 5}{\log_2 2^2+\log_2 5}$$

$$=\frac{4\log_2 2+\log_2 5}{2\log_2 2+\log_2 5}$$　３点

$$=\frac{4+ab}{2+ab}$$

$\boxed{4}$ 次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_2(3x-2)=-2$（4点）

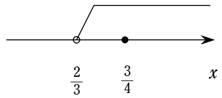
真数条件より　$3x-2>0$　よって　$x>\frac{2}{3}$　……①　２点

$-2=\log_2 2^{-2}=\log_2\frac{1}{4}$　より　$\log_2(3x-2)=\log_2\frac{1}{4}$

底２が同じであるから，真数を比べて

$3x-2=\frac{1}{4}$ ，$3x=\frac{9}{4}$ ，$x=\frac{3}{4}$　……②

②は①を満たすから　$x=\frac{3}{4}$　２点



(2) $\log_{\frac{1}{3}}x\geqq -1$（4点）

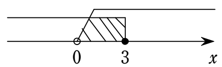
真数条件より　$x>0$　……①　２点

$-1=\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=\log_{\frac{1}{3}}3$　より　$\log_{\frac{1}{3}}x\geqq\log_{\frac{1}{3}}3$

底$\frac{1}{3}$が同じで，底$\frac{1}{3}$は１より小さいから，真数を比べて

$x\leqq 3$　……②

①②より　$0<x\leqq 3$　２点



(3) $\log_{10}(x+2)(x+5)=1$（8点）

真数条件より　$(x+2)(x+5)>0$　よって　$x<-5,-2<x$　……①　２点

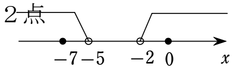
$1=\log_{10}10$　より　$\log_{10}(x+2)(x+5)=\log_{10}10$　２点

底10が同じであるから，真数を比べて

$(x+2)(x+5)=10$ ，$x^2+7x+10=10$ ，$x^2+7x=0$

よって　$x=0,x=-7$　……②　２点

①②より　$x=0,x=-7$　２点



(4) $\log_2 x+\log_2(x-1)<0$（8点）

真数条件より　$x>0$　かつ　$x-1>0$　よって　$x>1$　……①　２点

$0=\log_2 1$ ，$\log_2 x+\log_2(x-1)=\log_2 x(x-1)$　より

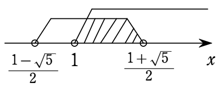
$\log_2 x(x-1)<\log_2 1$　２点

底２が同じで，底２は１より大きいから，真数を比べて

$x(x-1)<1$ ，$x^2-x-1<0$

これを解いて　$\frac{1-\sqrt{5}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　……②　２点

①②より　$1<x<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$　２点



(5) $2^x>3^{x+1}$（6点）

底を２として両辺の対数を考えると

底は１より大きいから

$\log_2 2^x>\log_2 3^{x+1}$　２点

よって

$x>(x+1)\log_2 3$

$(1-\log_2 3)x>\log_2 3$　２点

$\log_2 3>\log_2 2=1$　より　$1-\log_2 3<0$

よって　$x<\frac{\log_2 3}{1-\log_2 3}$　２点

$\boxed{5}$ $\log_4 9$，$\log_9 25$，1.5 の大小を，不等号を用いて表せ。（5点）

1.5を底を２とする対数で表すと

$1.5=\frac{3}{2}\log_2 2=\log_2 2^{\frac{3}{2}}=\log_2\sqrt{8}$　……①

1.5を底を③とする対数で表すと

$1.5=\frac{3}{2}\log_3 3==\log_3 3^{\frac{3}{2}}=\log_3\sqrt{27}$　……②

$\log_4 9=\frac{\log_2 9}{\log_2 4}=\frac{2\log_2 3}{2}=\log_2 3=\log_2\sqrt{9}$　……③

$\log_9 25=\frac{\log_3 25}{\log_3 9}=\frac{2\log_3 5}{2}=\log_3 5=\log_3\sqrt{25}$　……④

２点

①③より　$\sqrt{8}<\sqrt{9}$　で対数の底２は１より大きいから　$1.5<\log_4 9$　……⑤

②④より　$\sqrt{25}<\sqrt{27}$　で対数の底③は１より大きいから　$\log_9 25<1.5$　……⑥

⑤⑥より　$\log_9 25<1.5<\log_4 9$　２点

$\boxed{6}$ $y=(\log_3 x)^2-4\log_3 x+3$　（$1\leqq x\leqq 27$）の最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ。（10点）

２点

$\log_3 x=t$ とおくと　$1\leqq x\leqq 27$　より　$0\leqq t\leqq 3$　……①

$y=t^2-4t+3$

$=(t-2)^2-1$　２点

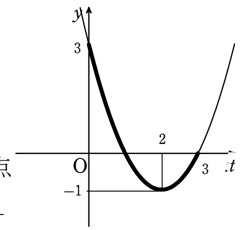
右のグラフより

$t=\log_3 x=0$　のとき　３点

$x=1$　で　最大値　$y=3$

$t=\log_3 x=2$　のとき　３点

$x=9$　で　最小値　$y=-1$



$\boxed{7}$ 3^{60} は何桁の自然数か。常用対数 $\log_{10}3=0.4771$ を用いて調べよ。（10点）

$\log_{10}3^{60}=60\log_{10}3=60\times 0.4771=28.626$　であるから

$28<\log_{10}3^{60}<29$

$\log_{10}10^{28}<\log_{10}3^{60}<\log_{10}10^{29}$　３点

底10は１より大きいから

$10^{28}<3^{60}<10^{29}$　３点

10^{28} は29桁の最小の自然数で，10^{29} は30桁の最大の自然数であるから

3^{60} は29桁の自然数である。４点