数学演習（指数方程式）Ｈ２４．６．７　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　)

1．次の方程式と不等式を解け。

(1) $4^x=64$　(2) $5^{2x}=\dfrac{1}{125}$　(3) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x+1}=\dfrac{1}{81}$　(4) $16^x=2$

(5) $2^x<32$　(6) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x>\dfrac{1}{243}$　(7) $6^{3x}\geqq\dfrac{1}{216}$　(8) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^x\leqq125$

2．次の方程式と不等式を解け。

(1) $\left(\dfrac{1}{32}\right)^x=16$　(2) $9^{1-3x}=\dfrac{1}{27}$　(3) $8^{2x+3}=2^{3x+5}$

(4) $243^x<3^{2x+3}$　(5) $(0.5)^{2x-1}<\sqrt[4]{32}$　(6) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x\geqq2^{x-3}$

3．次の方程式を解け。

(1) $4^x-3\cdot2^{x+1}-16=0$　(2) $9^x-10\cdot3^x+9=0$　(3) $4^x-64=3\cdot2^{x+2}$

数学演習（指数方程式）Ｈ２４．６．７　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

1．次の方程式と不等式を解け。

(1) $4^x=64$　(2) $5^{2x}=\frac{1}{125}$　(3) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}=\frac{1}{81}$　(4) $16^x=2$

(5) $2^x<32$　(6) $\left(\frac{1}{3}\right)^x>\frac{1}{243}$　(7) $6^{3x}\geqq\frac{1}{216}$　(8) $\left(\frac{1}{5}\right)^x\leqq125$

解答　(1) $x=3$　(2) $x=-\frac{3}{2}$　(3) $x=3$　(4) $x=\frac{1}{4}$　(5) $x<5$

(6) $x<5$　(7) $x\geqq-1$　(8) $x\geqq-3$

解説

(1) $4^x=64$ から　$4^x=4^3$　よって　$x=3$

(2) $5^{2x}=\frac{1}{125}$ から　$5^{2x}=5^{-3}$

よって　$2x=-3$　したがって　$x=-\frac{3}{2}$

(3) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}=\frac{1}{81}$ から　$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$

よって　$x+1=4$　したがって　$x=3$

(4) $16^x=2$ から　$2^{4x}=2^1$

よって　$4x=1$　したがって　$x=\frac{1}{4}$

(5) $2^x<32$ から　$2^x<2^5$

底 2 は 1 より大きいから　$x<5$

(6) $\left(\frac{1}{3}\right)^x>\frac{1}{243}$ から　$\left(\frac{1}{3}\right)^x>\left(\frac{1}{3}\right)^5$

底 $\frac{1}{3}$ は 1 より小さいから　$x<5$

(7) $6^{3x}\geqq\frac{1}{216}$ から　$6^{3x}\geqq6^{-3}$

底 6 は 1 より大きいから　$3x\geqq-3$

したがって　$x\geqq-1$

(8) $\left(\frac{1}{5}\right)^x\leqq125$ から　$\left(\frac{1}{5}\right)^x\leqq\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

底 $\frac{1}{5}$ は 1 より小さいから　$x\geqq-3$

別解　$\left(\frac{1}{5}\right)^x\leqq125$ から　$5^{-x}\leqq5^3$

底 5 は 1 より大きいから　$-x\leqq3$

したがって　$x\geqq-3$

2．次の方程式と不等式を解け。

(1) $\left(\frac{1}{32}\right)^x=16$　(2) $9^{1-3x}=\frac{1}{27}$　(3) $8^{2x+3}=2^{3x+5}$

(4) $243^x<3^{2x+3}$　(5) $(0.5)^{2x-1}<\sqrt[4]{32}$　(6) $\left(\frac{1}{4}\right)^x\geqq2^{x-3}$

解答　(1) $x=-\frac{4}{5}$　(2) $x=\frac{5}{6}$　(3) $x=-\frac{4}{3}$　(4) $x<1$　(5) $x>-\frac{1}{8}$

(6) $x\leqq1$

解説

(1) $\left(\frac{1}{32}\right)^x=16$ から　$(32^{-1})^x=16$　より　$(2^{-5})^x=2^4$　なので　$2^{-5x}=2^4$

ゆえに　$-5x=4$　よって　$x=-\frac{4}{5}$

(2) $9^{1-3x}=\frac{1}{27}$ から　$3^{2(1-3x)}=3^{-3}$

ゆえに　$2(1-3x)=-3$　よって　$x=\frac{5}{6}$

(3) $8^{2x+3}=2^{3x+5}$ から　$2^{3(2x+3)}=2^{3x+5}$

ゆえに　$3(2x+3)=3x+5$　よって　$x=-\frac{4}{3}$

(4) $243^x<3^{2x+3}$ から　$(3^5)^x<3^{2x+3}$　より　$3^{5x}<3^{2x+3}$

底 3 は 1 より大きいから　$5x<2x+3$

よって　$x<1$

(5) $(0.5)^{2x-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}=2^{-(2x-1)}$，$\sqrt[4]{32}=\sqrt[4]{2^5}=2^{\frac{5}{4}}$ であるから，不等式は

$2^{-2x+1}<2^{\frac{5}{4}}$

底 2 は 1 より大きいから　$-2x+1<\frac{5}{4}$

よって　$x>-\frac{1}{8}$

(6) $\left(\frac{1}{4}\right)^x\geqq2^{x-3}$ から　$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}\geqq2^{x-3}$

ゆえに　$2^{-2x}\geqq2^{x-3}$

底 2 は 1 より大きいから　$-2x\geqq x-3$

よって　$x\leqq1$

3．次の方程式を解け。

(1) $4^x-3\cdot2^{x+1}-16=0$　(2) $9^x-10\cdot3^x+9=0$　(3) $4^x-64=3\cdot2^{x+2}$

解答　(1) $x=3$　(2) $x=0$，2　(3) $x=4$

解説

(1) $4^x=(2^x)^2$，$2^{x+1}=2\times2^x$ であるから，方程式は　$(2^x)^2-3\times2\times2^x-16=0$

$2^x=t$ とおくと　$t^2-3\times2\times t-16=0$　$t^2-6t-16=0$

よって　$(t+2)(t-8)=0$

2^xは正の数なので$t>0$ であるから

$t=8$　すなわち　$2^x=8$　ゆえに　$2^x=2^3$　から　$x=3$

(2) 方程式を変形すると　$(3^x)^2-10\cdot3^x+9=0$

$3^x=t$ とおくと　$t^2-10t+9=0$

ゆえに　$(t-1)(t-9)=0$

よって　$t=1$，9　すなわち　$3^x=1$，9

したがって　3^0は1なので　$3^x=3^0$，3^2　から　$x=0$，2

(3) 方程式を変形すると　$(2^x)^2-64=3\times2^x\times2^2$　より　$(2^x)^2-64=3\times2^x\times4$

よって　$(2^x)^2-12\times2^x-64=0$

$2^x=t$ とおくと　$t^2-12t-64=0$

ゆえに　$(t+4)(t-16)=0$

$t>0$ であるから　$t=16$　すなわち　$2^x=16$

よって　$x=4$