

1．次の値を求めよ。

- (1) 10^0
- (2) 2^{-4}
- (3) $(-2)^{-3}$
- (4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$
- (5) 0.5^{-4}

2．次の値を求めよ。

- (1) $\sqrt[3]{-125}$
- (2) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$
- (3) $\sqrt[3]{-0.008}$

3．次の計算をせよ。ただし、 $a \neq 0$ 、 $b \neq 0$ とする。

- (1) $a^{-3}a^5$
- (2) $(a^{-2})^3$
- (3) $(a^{-1})^3 \times (a^{-2})^2$
- (4) $(a^3)^{-2} \div a^{-4}$
- (5) $a^2b \div a^{-1}b^3$
- (6) $(a^{-1}b)^{-2} \div (a^3b^{-1})^2$

4．次の値を求めよ。

- (1) $\sqrt[4]{16}$
- (2) $\sqrt[3]{343}$
- (3) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$
- (4) $\sqrt[5]{0.00001}$
- (5) $\sqrt[6]{4^3}$
- (6) $\sqrt[4]{3}\sqrt[4]{27}$
- (7) $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{3}}$
- (8) $\sqrt[4]{\sqrt{256}}$

5．次の計算をせよ。

- (1) $8^{\frac{1}{3}}$
- (2) $16^{\frac{3}{4}}$
- (3) $81^{-\frac{5}{4}}$
- (4) $\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$
- (5) $0.01^{-\frac{3}{2}}$

6．次の計算をせよ。

- (1) $2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{5}{6}} \div 2^{\frac{1}{3}}$
- (2) $(9^{\frac{2}{3}} \times 3^{-2})^{\frac{9}{2}}$
- (3) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{16}$
- (4) $\sqrt{3} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[6]{3}$
- (5) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[8]{25} \div \sqrt[12]{5}$

7. 次の計算をせよ。

- (1) $2^0 \div 2^{-4}$
- (2) $\sqrt[4]{64} \div \sqrt[4]{4}$
- (3) $0.125^{-\frac{2}{3}}$
- (4) $\left(8^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$
- (5) $\sqrt{6} \times \sqrt[4]{54} \div \sqrt[4]{6}$
- (6) $\left\{\left(\frac{5}{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right\}^{\frac{3}{2}} \div 5^{-3}$
- (7) $\sqrt{\sqrt[3]{2}} \times \sqrt[3]{\sqrt{32}}$

8. 次の計算をせよ。

- (1) $8^{\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{3}{2}}$
- (2) $2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{5}{6}} \div 2^{\frac{1}{3}}$
- (3) $\left(3^{-2} \times 9^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$
- (4) $\sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{8}$
- (5) $\sqrt[3]{5} \div \sqrt[12]{5} \times \sqrt[8]{25}$
- (6) $\sqrt{6} \times \sqrt[4]{54} \div \sqrt[4]{6}$

- (1) $a > 0$, $a^x = 2$ のとき, $(a^{3x} + a^{-3x}) \div (a^x + a^{-x})$ の値を求めよ。
- (2) $2^x - 2^{-x} = 1$ のとき, $4^x + 4^{-x}$, $8^x - 8^{-x}$ の値を求めよ。

9. 次の計算をせよ。ただし, $a > 0$ とする。

- (1) $27^{\frac{1}{3}} \times 25^{\frac{3}{2}}$
- (2) $a^{\frac{1}{x}} \div a^{\frac{1}{y}}$
- (3) $(a^2 \times \sqrt[3]{a^2})^{\frac{1}{x}}$

11. 次の式を簡単にせよ。ただし, $a > 0$, $b > 0$ とする。

- (1) $(a^{\frac{1}{x}} - b^{-\frac{1}{x}})(a^{\frac{2}{x}} + a^{\frac{1}{x}}b^{-\frac{1}{x}} + b^{-\frac{2}{x}})$
- (2) $(a^{\frac{1}{x}} - b^{\frac{1}{x}})(a^{\frac{1}{x}} + b^{\frac{1}{x}})(a^{\frac{1}{x}} + b^{\frac{1}{x}})(a + b)$

1．次の値を求めよ。

- (1) 10^0 (2) 2^{-4} (3) $(-2)^{-3}$ (4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$ (5) 0.5^{-4}

【解答】 (1) 1 (2) $\frac{1}{16}$ (3) $-\frac{1}{8}$ (4) 9 (5) 16

【解説】

- (1) $10^0=1$
(2) $2^{-4}=\frac{1}{2^4}=\frac{1}{16}$
(3) $(-2)^{-3}=\frac{1}{(-2)^3}=-\frac{1}{8}$
(4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{1}{\frac{1}{9}}=1\div\frac{1}{9}=1\times 9=9$

【別解】 $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}=(-1)^{-2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=1\times(3^{-1})^{-2}=1\times 3^2=9$

- (5) $0.5^{-4}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4}=\frac{1}{\frac{1}{16}}=16$

【別解】 $0.5^{-4}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=(2^{-1})^{-4}=2^4=16$

2．次の値を求めよ。

- (1) $\sqrt[3]{-125}$ (2) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$ (3) $\sqrt[3]{-0.008}$

【解答】 (1) -5 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) -0.2

【解説】

- (1) $\sqrt[3]{-125}=\sqrt[3]{(-5)^3}=-5$
(2) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}=\sqrt[5]{\left(-\frac{1}{2}\right)^5}=-\frac{1}{2}$
(3) $\sqrt[3]{-0.008}=\sqrt[3]{(-0.2)^3}=-0.2$

3．次の計算をせよ。ただし、 $a\neq 0$ 、 $b\neq 0$ とする。

- (1) $a^{-3}a^5$ (2) $(a^{-2})^3$ (3) $(a^{-1})^3\times(a^{-2})^2$
(4) $(a^3)^{-2}\div a^{-4}$ (5) $a^2b\div a^{-1}b^3$ (6) $(a^{-1}b)^{-2}\div(a^3b^{-1})^2$

【解答】 (1) a^2 (2) a^{-6} (3) a^{-7} (4) a^{-2} (5) a^3b^{-2} (6) a^{-4}

【解説】

- (1) $a^{-3}a^5=a^{-3+5}=a^2$
(2) $(a^{-2})^3=a^{-2\cdot 3}=a^{-6}$
(3) $(a^{-1})^3\times(a^{-2})^2=a^{-3}\times a^{-4}=a^{-3+(-4)}=a^{-7}$
(4) $(a^3)^{-2}\div a^{-4}=a^{-6}\div a^{-4}=a^{-6-(-4)}=a^{-2}$
(5) $a^2b\div a^{-1}b^3=a^{2-(-1)}b^{1-3}=a^3b^{-2}$
(6) $(a^{-1}b)^{-2}\div(a^3b^{-1})^2=(a^{-1})^{-2}b^{-2}\div(a^3)^2(b^{-1})^2=a^2b^{-2}\div a^6b^{-2}$

$$=a^{2-6}b^{-2-(-2)}=a^{-4}b^0=a^{-4}$$

4．次の値を求めよ。

- (1) $\sqrt[4]{16}$ (2) $\sqrt[3]{343}$ (3) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ (4) $\sqrt[5]{0.00001}$
(5) $\sqrt[6]{4^3}$ (6) $\sqrt[4]{3}\sqrt[4]{27}$ (7) $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{3}}$ (8) $\sqrt[4]{\sqrt{256}}$

【解答】 (1) 2 (2) 7 (3) $\frac{1}{2}$ (4) 0.1 (5) 2 (6) 3 (7) $2\sqrt[3]{2}$
(8) 2

【解説】

- (1) $\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=2$
(2) $\sqrt[3]{343}=\sqrt[3]{7^3}=7$
(3) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3}=\frac{1}{2}$
(4) $\sqrt[5]{0.00001}=\sqrt[5]{0.1^5}=0.1$
(5) $\sqrt[6]{4^3}=\sqrt[6]{(2^2)^3}=\sqrt[6]{2^6}=2$
(6) $\sqrt[4]{3}\sqrt[4]{27}=\sqrt[4]{3\times 27}=\sqrt[4]{3^4}=3$
(7) $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{3}}=\sqrt[3]{\frac{48}{3}}=\sqrt[3]{2^4}=2\sqrt[3]{2}$
(8) $\sqrt[4]{\sqrt{256}}=\left\{\left(256^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}}\right\}=\left\{\left(2^8\right)^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{4}}=2^{8\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}}=2^1=2$
【別解】 $\sqrt[4]{\sqrt{256}}=\sqrt[4]{2\times\sqrt[3]{256}}=\sqrt[8]{256}=2$ （公式より）。

5．次の計算をせよ。

- (1) $8^{\frac{1}{3}}$ (2) $16^{\frac{3}{4}}$ (3) $81^{-\frac{5}{4}}$ (4) $\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$ (5) $0.01^{-\frac{3}{2}}$

【解答】 (1) 2 (2) 8 (3) $\frac{1}{243}$ (4) $\frac{5}{4}$ (5) 1000

【解説】

- (1) $8^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2$
【別解】 $8^{\frac{1}{3}}=(2^3)^{\frac{1}{3}}=2$
(2) $16^{\frac{3}{4}}=(\sqrt[4]{16})^3=(\sqrt[4]{2^4})^3=2^3=8$
【別解】 $16^{\frac{3}{4}}=(2^4)^{\frac{3}{4}}=2^3=8$
(3) $81^{-\frac{5}{4}}=\frac{1}{81^{\frac{5}{4}}}=\frac{1}{(\sqrt[4]{81})^5}=\frac{1}{(\sqrt[4]{3^4})^5}=\frac{1}{3^5}=\frac{1}{243}$
【別解】 $81^{-\frac{5}{4}}=(3^4)^{-\frac{5}{4}}=3^{-5}=\frac{1}{243}$
(4) $\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{\frac{125}{64}}=\sqrt[3]{\left(\frac{5}{4}\right)^3}=\frac{5}{4}$

【別解】 $\left(\frac{125}{64}\right)^{\frac{1}{3}}=\left\{\left(\frac{5}{4}\right)^3\right\}^{\frac{1}{3}}=\frac{5}{4}$

- (5) $0.01^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{0.01^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{(\sqrt{0.01})^3}=\frac{1}{0.1^3}=\frac{1}{0.001}=1000$

【別解】 $0.01^{-\frac{3}{2}}=(0.1^2)^{-\frac{3}{2}}=0.1^{-3}=1000$

6．次の計算をせよ。

- (1) $2^{-\frac{1}{2}}\times 2^{\frac{5}{6}}\div 2^{\frac{1}{3}}$ (2) $\left(9^{\frac{2}{3}}\times 3^{-2}\right)^{\frac{9}{2}}$ (3) $\sqrt[3]{2}\times \sqrt[6]{16}$
(4) $\sqrt{3}\times \sqrt[3]{3}\times \sqrt[6]{3}$ (5) $\sqrt[3]{5}\times \sqrt[8]{25}\div \sqrt[12]{5}$

【解答】 (1) 1 (2) $\frac{1}{27}$ (3) 2 (4) 3 (5) $\sqrt{5}$

【解説】

- (1) $2^{-\frac{1}{2}}\times 2^{\frac{5}{6}}\div 2^{\frac{1}{3}}=2^{-\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}=2^0=1$
(2) $\left(9^{\frac{2}{3}}\times 3^{-2}\right)^{\frac{9}{2}}=\left\{(3^2)^{\frac{2}{3}}\times 3^{-2}\right\}^{\frac{9}{2}}=(3^{\frac{4}{3}-2})^{\frac{9}{2}}=(3^{-\frac{2}{3}})^{\frac{9}{2}}=3^{-3}=\frac{1}{27}$
(3) $\sqrt[3]{2}\times \sqrt[6]{16}=2^{\frac{1}{3}}\times (2^4)^{\frac{1}{6}}=2^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}=2^1=2$
(4) $\sqrt{3}\times \sqrt[3]{3}\times \sqrt[6]{3}=3^{\frac{1}{2}}\times 3^{\frac{1}{3}}\times 3^{\frac{1}{6}}=3^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}=3^1=3$
(5) $\sqrt[3]{5}\times \sqrt[8]{25}\div \sqrt[12]{5}=5^{\frac{1}{3}}\times (5^2)^{\frac{1}{8}}\div 5^{\frac{1}{12}}=5^{\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{1}{4}}\div 5^{\frac{1}{12}}=5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}}=5^{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$

7．次の計算をせよ。

- (1) $2^0\div 2^{-4}$ (2) $\sqrt[4]{64}\div \sqrt[4]{4}$ (3) $0.125^{-\frac{2}{3}}$ (4) $\left(8^{\frac{1}{2}}\times 4^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$

- (5) $\sqrt{6}\times \sqrt[4]{54}\div \sqrt[4]{6}$ (6) $\left\{\left(\frac{5}{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right\}^{\frac{9}{2}}\div 5^{-3}$ (7) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}\times \sqrt[3]{\sqrt{32}}$

【解答】 (1) 16 (2) 2 (3) 4 (4) 2 (5) $3\sqrt{2}$ (6) 8 (7) 2

【解説】

- (1) $2^0\div 2^{-4}=2^{0-(-4)}=2^4=16$
(2) $\sqrt[4]{64}\div \sqrt[4]{4}=\sqrt[4]{\frac{64}{4}}=\sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2^4}=2$
(3) $0.125^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{0.125^{\frac{2}{3}}}=\frac{1}{(\sqrt[3]{0.125})^2}=\frac{1}{(\sqrt[3]{0.5^3})^2}=\frac{1}{0.5^2}=4$
【別解】 $0.125^{-\frac{2}{3}}=(0.5^3)^{-\frac{2}{3}}=0.5^{-2}=4$
(4) $\left(8^{\frac{1}{2}}\times 4^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}=\left\{(2^3)^{\frac{1}{2}}\times (2^2)^{\frac{1}{4}}\right\}^{\frac{1}{2}}=(2^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}=(2^2)^{\frac{1}{2}}=2$
(5) $\sqrt{6}\times \sqrt[4]{54}\div \sqrt[4]{6}=\sqrt{6}\times \sqrt[4]{\frac{54}{6}}=\sqrt{6}\times \sqrt[4]{3^2}=\sqrt{6}\times \sqrt{3}=3\sqrt{2}$

$$(6) \quad \left\{ \left(\frac{5}{2} \right)^{-\frac{2}{3}} \right\}^{\frac{9}{2}} \div 5^{-3} = \left(\frac{5}{2} \right)^{-\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2}} \times 5^3 = \left(\frac{5}{2} \right)^{-3} \times 5^3 = \frac{2^3}{5^3} \times 5^3 = 8$$

$$(7) \quad \sqrt[3]{3/2} \times \sqrt[3]{\sqrt{32}} = \sqrt[6]{2} \times \sqrt[6]{32} = \sqrt[6]{2 \times 32} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

$$\text{別解} \quad \sqrt[3]{3/2} \times \sqrt[3]{\sqrt{32}} = (2^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} \times \{(32)^{\frac{1}{2}}\}^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} \times (2^5)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}} \times 2^{5 \cdot \frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{6} + \frac{5}{6}} = 2$$

8. 次の計算をせよ。

$$(1) \quad 8^{\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{3}{2}} \qquad (2) \quad 2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{5}{6}} \div 2^{\frac{1}{3}} \qquad (3) \quad (3^{-2} \times 9^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} \\ (4) \quad \sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{8} \qquad (5) \quad \sqrt[3]{5} \div \sqrt[12]{5} \times \sqrt[8]{25} \qquad (6) \quad \sqrt{6} \times \sqrt[4]{54} \div \sqrt[4]{6}$$

$$\text{解答} \quad (1) \quad 32 \qquad (2) \quad 1 \qquad (3) \quad \frac{1}{3} \qquad (4) \quad 2 \qquad (5) \quad \sqrt{5} \qquad (6) \quad 3\sqrt{2}$$

解説

$$(1) \quad 8^{\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{3}{2}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} \times (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^2 \times 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$$

$$(2) \quad 2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{5}{6}} \div 2^{\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{5}{6}} \times 2^{-\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - \frac{1}{3}} = 2^0 = 1$$

$$(3) \quad (3^{-2} \times 9^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = \{3^{-2} \times (3^2)^{\frac{2}{3}}\}^{\frac{3}{2}} = (3^{-2 + \frac{4}{3}})^{\frac{3}{2}} = (3^{-\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$(4) \quad \sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{8} = 4^{\frac{1}{4}} \times 8^{\frac{1}{6}} = (2^2)^{\frac{1}{4}} \times (2^3)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 2$$

$$(5) \quad \sqrt[3]{5} \div \sqrt[12]{5} \times \sqrt[8]{25} = 5^{\frac{1}{3}} \times 5^{-\frac{1}{12}} \times 25^{\frac{1}{8}} = 5^{\frac{1}{3}} \times 5^{-\frac{1}{12}} \times (5^2)^{\frac{1}{8}} \\ = 5^{\frac{1}{3} - \frac{1}{12} + \frac{1}{4}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$$

$$(6) \quad \sqrt{6} \times \sqrt[4]{54} \div \sqrt[4]{6} = (2 \cdot 3)^{\frac{1}{2}} \times (2 \cdot 3^3)^{\frac{1}{4}} \times (2 \cdot 3)^{-\frac{1}{4}} \\ = (2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{2}}) \times (2^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{3}{4}}) \times (2^{-\frac{1}{4}} \cdot 3^{-\frac{1}{4}}) \\ = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 3 = 3\sqrt{2}$$

$$\text{別解} \quad (\text{与式}) = \sqrt{6} \times \sqrt[4]{\frac{54}{6}} = \sqrt{6} \times \sqrt[4]{9} = \sqrt{6} \times \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{6} \times \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{6} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{2}$$

9. 次の計算をせよ。ただし、 $a > 0$ とする。

$$(1) \quad 27^{\frac{1}{3}} \times 25^{\frac{3}{2}} \qquad (2) \quad a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{1}{3}} \qquad (3) \quad (a^2 \times \sqrt[3]{a^2})^{\frac{1}{4}}$$

$$\text{解答} \quad (1) \quad 375 \qquad (2) \quad a^{\frac{1}{6}} \qquad (3) \quad a^{\frac{2}{3}}$$

解説

$$(1) \quad 27^{\frac{1}{3}} \times 25^{\frac{3}{2}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} \times (5^2)^{\frac{3}{2}} = 3^{3 \cdot \frac{1}{3}} \times 5^{2 \cdot \frac{3}{2}} = 3^1 \times 5^3 = 375$$

$$(2) \quad a^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{6}}$$

$$(3) \quad (a^2 \times \sqrt[3]{a^2})^{\frac{1}{4}} = (a^2 \times a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}} = (a^{2 + \frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{2}{3}}$$

10. (1) $a > 0$, $a^x = 2$ のとき, $(a^{3x} + a^{-3x}) \div (a^x + a^{-x})$ の値を求めよ。

(2) $2^x - 2^{-x} = 1$ のとき, $4^x + 4^{-x}$, $8^x - 8^{-x}$ の値を求めよ。

$$\text{解答} \quad (1) \quad \frac{13}{4} \qquad (2) \quad \text{順に } 3, 4$$

解説

$$(1) \quad (a^{3x} + a^{-3x}) \div (a^x + a^{-x}) = \frac{(a^x)^3 + (a^{-x})^3}{a^x + a^{-x}} \\ = \frac{(a^x + a^{-x})(a^{2x} - a^x \cdot a^{-x} + a^{-2x})}{a^x + a^{-x}} \\ = (a^x)^2 - 1 + (a^x)^{-2} = 2^2 - 1 + \frac{1}{2^2} = \frac{13}{4}$$

$$(2) \quad 4^x + 4^{-x} = (2^2)^x + (2^2)^{-x} = (2^x)^2 + (2^{-x})^2 = (2^x - 2^{-x})^2 + 2 \cdot 2^x \cdot 2^{-x} \\ = (2^x - 2^{-x})^2 + 2 = 1^2 + 2 = 3 \\ 8^x - 8^{-x} = (2^3)^x - (2^3)^{-x} = (2^x)^3 - (2^{-x})^3 = (2^x - 2^{-x})(2^{2x} + 2^x \cdot 2^{-x} + 2^{-2x}) \\ = (2^x - 2^{-x})(2^{2x} + 2^{-2x} + 1) = 1 \cdot (3 + 1) = 4$$

11. 次の式を簡単にせよ。ただし、 $a > 0$, $b > 0$ とする。

$$(1) \quad (a^{\frac{1}{3}} - b^{-\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{2}{3}}) \qquad (2) \quad (a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a + b)$$

$$\text{解答} \quad (1) \quad a - b^{-1} \qquad (2) \quad a^2 - b^2$$

解説

$$(1) \quad (a^{\frac{1}{3}} - b^{-\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} + b^{-\frac{2}{3}}) = (a^{\frac{1}{3}})^3 - (b^{-\frac{1}{3}})^3 = a - b^{-1}$$

$$(2) \quad (a^{\frac{1}{4}} - b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a + b) = \{(a^{\frac{1}{4}})^2 - (b^{\frac{1}{4}})^2\}(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a + b) \\ = (a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})(a + b) \\ = \{(a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}})^2\}(a + b) \\ = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$