高校２年　８組文型＆９組　数学　第４回定期考査　～指数関数～　H20/12/12

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

1 次の数を累乗根（$\sqrt[n]{a}$）や分数を用いた形で表せ。

(1) $3^{\frac{1}{3}}$　(2) $4^{-\frac{1}{5}}$　(3) $7^{\frac{2}{3}}$

2 次の値を求めよ。ただし，指数を用いずに答えること。

(1) $\sqrt[5]{32}$　(2) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{64}}$　(3) $\sqrt[5]{8}\times\sqrt[5]{4}$

(4) $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$　(5) $(\sqrt[6]{7})^3$　(6) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

(7) $8^{\frac{2}{3}}$　(8) $\left(\dfrac{16}{25}\right)^{-\frac{3}{2}}$　(9) $3^7\times9^{-3}\div3^{-2}$

(10) $9^{\frac{1}{3}}\div9^{\frac{5}{6}}$　(11) $\sqrt[4]{4}\times\sqrt[6]{8}$　(12) $\sqrt[6]{32}\div\sqrt[3]{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

3 次の各組の数の大小を比較せよ。

(1) $\sqrt[3]{9}$，$\sqrt[4]{27}$，$\sqrt{3}$　(2) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$，$\dfrac{1}{2}$，$(0.5)^2$

4 次の方程式と不等式を解け。

(1) $3^x=\dfrac{1}{81}$　(2) $25^x=5^{3x-1}$

(3) $2^x<8$　(4) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x\geqq\dfrac{1}{32}$

5 方程式 $2^{2x}+2^x-6=0$ について，以下の問いに答えよ。

(1) $2^x=t$ として，与式をtを用いて表せ。

(2) (1)のとき，t の取り得る値の範囲を書け。

(3) (2)のもとで (1) の方程式を解き，x の値を求めよ。

6 関数 $y=4^x-2^{x+2}$ について，以下の問いに答えよ。

(1) $2^x=t$ として，yをtを用いて表せ。

(2) (1)のとき，t の取り得る値の範囲を書け。

(3) (2)のもとで，関数 yの最小値とそのときのxの値を求めよ。

高校２年　８組文型＆９組　数学　第４回定期考査　～指数関数～　H20/12/12

（　　）組（　　）番　名前（　こたえ　）

---

1 次の数を累乗根（$\sqrt[n]{a}$）や分数を用いた形で表せ。

(1) $3^{\frac{1}{3}}$

$\sqrt[3]{3}$

(2) $4^{-\frac{1}{5}}$

$\frac{1}{4^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{4}}$

(3) $7^{\frac{2}{3}}$

$\sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{49}$

2 次の値を求めよ。ただし，指数を用いずに答えること。

(1) $\sqrt[5]{32}$

$32^{\frac{1}{5}} = (2^5)^{\frac{1}{5}}$

$= 2$

(2) $\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$

$\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{3}}$

$= \left\{\left(\frac{1}{4}\right)^3\right\}^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$

(3) $\sqrt[5]{8}\times\sqrt[5]{4}$

$= \sqrt[5]{8\times4}$

$= \sqrt[5]{32} = 2$

(4) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$

$= \sqrt[3]{\frac{81}{3}}$

$= \sqrt[3]{27} = 3$

(5) $(\sqrt[6]{7})^3$

$= (7^{\frac{1}{6}})^3$

$= 7^{\frac{3}{6}}$

$= 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$

(6) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$

$= \sqrt[3]{64^{\frac{1}{2}}}$

$= (64^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}}$

$= 64^{\frac{1}{6}}$

$= (2^6)^{\frac{1}{6}} = 2$

(7) $8^{\frac{2}{3}}$

$= (2^3)^{\frac{2}{3}}$

$= 2^{3\cdot\frac{2}{3}}$

$= 2^2 = 4$

(8) $\left(\frac{16}{25}\right)^{-\frac{3}{2}}$

$= \left\{\left(\frac{4}{5}\right)^2\right\}^{-\frac{3}{2}}$

$= \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$

$= \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$

(9) $3^7\times9^{-3}\div3^{-2}$

$= 3^7\times(3^2)^{-3}\times3^2$

$= 3^7\times3^{-6}\times3^2$

$= 3^{7-6+2} = 3^3 = 27$

(10) $9^{\frac{1}{3}}\div9^{\frac{5}{6}}$

$= 9^{\frac{1}{3}}\times9^{-\frac{5}{6}}$

$= 9^{\frac{1}{3}-\frac{5}{6}}$

$= 9^{\frac{-3}{6}}$

$= 9^{-\frac{1}{2}}$

$= (3^2)^{-\frac{1}{2}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

(11) $\sqrt[4]{4}\times\sqrt[6]{8}$

$= 4^{\frac{1}{4}}\times8^{\frac{1}{6}}$

$= (2^2)^{\frac{1}{4}}\times(2^3)^{\frac{1}{6}}$

$= 2^{\frac{1}{2}}\times2^{\frac{1}{2}}$

$= 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$

$= 2$

(12) $\sqrt[6]{32}\div\sqrt[3]{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$= 32^{\frac{1}{6}}\div2^{\frac{1}{3}}\times2^{-\frac{1}{2}}$

$= 2^{\frac{5}{6}}\times2^{-\frac{1}{3}}\times2^{-\frac{1}{2}}$

$= 2^{\frac{5}{6}-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}}$

$= 2^{\frac{5-2-3}{6}}$

$= 2^0 = 1$

3 次の各組の数の大小を比較せよ。

(1) $\sqrt[3]{9}$，$\sqrt[4]{27}$，$\sqrt{3}$

$\sqrt[3]{9} = 9^{\frac{1}{3}} = (3^2)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$

$\sqrt[4]{27} = 27^{\frac{1}{4}} = (3^3)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{3}{4}}$

$\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

ここで，$\frac{2}{3}$と$\frac{3}{4}$と$\frac{1}{2}$は

$\left(\frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{6}{12}\right)$

$\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$より，底が1より大きいので

$3^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{2}{3}} < 3^{\frac{3}{4}}$　∴　$\sqrt{3} < \sqrt[3]{9} < \sqrt[4]{27}$

(2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$，$\frac{1}{2}$，$(0.5)^2$

$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{2}{3}} = \left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{3}}$

$(0.5)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

よって $1 < \frac{4}{3} < 2$ であり，

底$\frac{1}{2}$は1より小さいので

$\left(\frac{1}{2}\right)^1 > \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4}{3}} > \left(\frac{1}{2}\right)^2$

∴

$(0.5)^2 < \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{2}{3}} < \frac{1}{2}$

4 次の方程式と不等式を解け。

(1) $3^x = \frac{1}{81}$

$3^x = 81^{-1}$

$= (3^4)^{-1}$

$= 3^{-4}$

∴ $x = -4$

(2) $25^x = 5^{3x-1}$

$(5^2)^x = 5^{3x-1}$

$5^{2x} = 5^{3x-1}$

∴ $2x = 3x-1$

$x = 1$

(3) $2^x < 8$

$2^x < 2^3$.

底が1より大きいので

$x < 3$

(4) $\left(\frac{1}{4}\right)^x \geqq \frac{1}{32}$

$\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}^x \geqq \left(\frac{1}{2}\right)^5$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} \geqq \left(\frac{1}{2}\right)^5$

底が1より小さいので

$2x \leqq 5$

$x \leqq \frac{5}{2}$

5 方程式 $2^{2x}+2^x-6=0$ について，以下の問いに答えよ。

(1) $2^x=t$ として，与式をtを用いて表せ。

$2^{2x} = (2^x)^2 = t^2$ より

$t^2+t-6=0$

(2) (1)のとき，tの取り得る値の範囲を書け。

$t=2^x$ より　$t>0$

(3) (2)のもとで(1)の方程式を解き，xの値を求めよ。

$t^2+t-6=0$

$(t+3)(t-2)=0$

∴ $t=-3, 2$

$t>0$ より

$t=2$.

ここで $t=2^x$ より

$2^x = 2$

∴ $x = 1$

6 関数 $y=4^x-2^{x+2}$ について，以下の問いに答えよ。

(1) $2^x=t$ として，yをtを用いて表せ。

$4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2 = t^2$.

$2^{x+2} = 2^x\cdot2^2 = 2^x\cdot4 = 4t$

∴ $y = t^2-4t$

(2) (1)のとき，tの取り得る値の範囲を書け。

$t=2^x$ より　$t>0$

(3) (2)のもとで，関数yの最小値とそのときのxの値を求めよ。

$y = t^2-4t$

$= (t-2)^2-4$

よって yは$t=2$の時，最小値-4.

ここで $t=2^x$ より

$2^x=2$　∴ $x=1$

よって

$x=1$の時

yは最小値

-4をとる