数学演習(加法定理)R１.７.１６　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　)

$\boxed{1}$ 加法定理を用いて，次の値を求めよ。

(1) $\sin 15^\circ$　　(2) $\tan 75^\circ$　　(3) $\cos\dfrac{\pi}{12}$

$\boxed{2}$ (1) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$ を用いて，加法定理の他の公式が成り立つことを示せ。

(2) 加法定理を用いて，次の値を求めよ。

(ア) $\sin 105^\circ$　　(イ) $\cos 165^\circ$　　(ウ) $\tan\dfrac{7}{12}\pi$

$\boxed{3}$ (1) $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$，$\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$，$\sin\beta=\dfrac{12}{13}$ のとき，$\sin(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha-\beta)$，$\tan(\alpha-\beta)$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\sin\alpha-\sin\beta=\dfrac{5}{4}$，$\cos\alpha+\cos\beta=\dfrac{5}{4}$ のとき，$\cos(\alpha+\beta)$ の値を求めよ。

$\boxed{4}$ (1) α は鋭角，β は鈍角とする。$\tan\alpha=1$，$\tan\beta=-2$ のとき，$\tan(\alpha-\beta)$，$\cos(\alpha-\beta)$，$\sin(\alpha-\beta)$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $2(\sin x-\cos y)=\sqrt{3}$，$\cos x-\sin y=\sqrt{2}$ のとき，$\sin(x+y)$ の値を求めよ。

$\boxed{5}$ (1)　2 直線 $\sqrt{3}x-2y+2=0$，$3\sqrt{3}x+y-1=0$ のなす鋭角 θ を求めよ。

(2)　直線 $y=2x-1$ と $\dfrac{\pi}{4}$ の角をなす直線の傾きを求めよ。

$\boxed{6}$ (1)　2 直線 $x+3y-6=0$，$x-2y+2=0$ のなす鋭角 θ を求めよ。

(2)　直線 $y=-x+1$ と $\dfrac{\pi}{3}$ の角をなし，点 $(1,\ \sqrt{3})$ を通る直線の方程式を求めよ。

$\boxed{7}$ 点 $\mathrm{P}(3,\ 1)$ を，点 $\mathrm{A}(1,\ 4)$ を中心として $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転させた点を Q とする。

(1)　点 A が原点 O に移るような平行移動により，点 P が点 P′ に移るとする。点 P′ を原点 O を中心として $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転させた点 Q′ の座標を求めよ。

(2)　点 Q の座標を求めよ。

$\boxed{8}$ (1)　点 $\mathrm{P}(-2,\ 3)$ を，原点を中心として $\dfrac{5}{6}\pi$ だけ回転させた点 Q の座標を求めよ。

(2)　点 $\mathrm{P}(3,\ -1)$ を，点 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$ を中心として $-\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転させた点 Q の座標を求めよ。

1 加法定理を用いて，次の値を求めよ。

(1) $\sin 15^\circ$　　(2) $\tan 75^\circ$　　(3) $\cos\dfrac{\pi}{12}$

解答 (1) $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　(2) $2+\sqrt{3}$　(3) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

解説

(1) $\sin 15^\circ=\sin(60^\circ-45^\circ)=\sin 60^\circ\cos 45^\circ-\cos 60^\circ\sin 45^\circ$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

別解 $\sin 15^\circ=\sin(45^\circ-30^\circ)=\sin 45^\circ\cos 30^\circ-\cos 45^\circ\sin 30^\circ$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

(2) $\tan 75^\circ=\tan(45^\circ+30^\circ)=\dfrac{\tan 45^\circ+\tan 30^\circ}{1-\tan 45^\circ\tan 30^\circ}$

$$=\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\div\left(1-1\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=2+\sqrt{3}$$

(3) $\cos\dfrac{\pi}{12}=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\dfrac{\pi}{3}\cos\dfrac{\pi}{4}+\sin\dfrac{\pi}{3}\sin\dfrac{\pi}{4}$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

別解 $\cos\dfrac{\pi}{12}=\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos\dfrac{\pi}{4}\cos\dfrac{\pi}{6}+\sin\dfrac{\pi}{4}\sin\dfrac{\pi}{6}$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

2 (1) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$ を用いて，加法定理の他の公式が成り立つことを示せ。

(2) 加法定理を用いて，次の値を求めよ。

(ア) $\sin 105^\circ$　　(イ) $\cos 165^\circ$　　(ウ) $\tan\dfrac{7}{12}\pi$

解答 (1) 略　(2) (ア) $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　(イ) $-\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　(ウ) $-2-\sqrt{3}$

解説

(1) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$ ……① とする。

等式①の両辺の β を $-\beta$ でおき換えると

$\cos(-\beta)=\cos\beta$，$\sin(-\beta)=-\sin\beta$ ……② であるから

$\cos\{\alpha-(-\beta)\}=\cos\alpha\cos(-\beta)+\sin\alpha\sin(-\beta)$

ゆえに　$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

等式①の両辺の α を $\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)$ でおき換えると

$$\cos\left\{\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\beta\right\}=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cos\beta+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\beta$$

一般に，$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta$，$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$ であるから

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ ……③

等式③の両辺の β を $-\beta$ でおき換えると，② から

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

また　$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}=\dfrac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta}$

分母と分子を $\cos\alpha\cos\beta$ で割ると

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{1-\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

ゆえに　$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$ ……④

等式④の両辺の β を $-\beta$ でおき換えると　$\tan(-\beta)=-\tan\beta$ から

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

(2) (ア) $\sin 105^\circ=\sin(60^\circ+45^\circ)=\sin 60^\circ\cos 45^\circ+\cos 60^\circ\sin 45^\circ$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

(イ) $\cos 165^\circ=\cos(120^\circ+45^\circ)=\cos 120^\circ\cos 45^\circ-\sin 120^\circ\sin 45^\circ$

$$=-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

(ウ) $\tan\dfrac{7}{12}\pi=\tan\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\tan\dfrac{\pi}{3}+\tan\dfrac{\pi}{4}}{1-\tan\dfrac{\pi}{3}\tan\dfrac{\pi}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}\cdot 1}$

$$=-\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=-\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=-2-\sqrt{3}$$

3 (1) $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$，$\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$，$\sin\beta=\dfrac{12}{13}$ のとき，$\sin(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha-\beta)$，$\tan(\alpha-\beta)$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $\sin\alpha-\sin\beta=\dfrac{5}{4}$，$\cos\alpha+\cos\beta=\dfrac{5}{4}$ のとき，$\cos(\alpha+\beta)$ の値を求めよ。

解答 (1) $\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{16}{65}$，$\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{33}{65}$，$\tan(\alpha-\beta)=-\dfrac{56}{33}$　(2) $\dfrac{9}{16}$

解説

(1) $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$ であるから　$\cos\alpha>0$，$\cos\beta<0$

ゆえに　$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^2}=\dfrac{3}{5}$

$\cos\beta=-\sqrt{1-\sin^2\beta}=-\sqrt{1-\left(\dfrac{12}{13}\right)^2}=-\dfrac{5}{13}$

よって　$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{4}{5}\cdot\left(-\dfrac{5}{13}\right)+\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{12}{13}=\dfrac{16}{65}$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\dfrac{3}{5}\cdot\left(-\dfrac{5}{13}\right)+\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{12}{13}=\dfrac{33}{65}$

また　$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{4}{3}$，$\tan\beta=\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}=-\dfrac{12}{5}$

ゆえに　$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{\dfrac{4}{3}-\left(-\dfrac{12}{5}\right)}{1+\dfrac{4}{3}\cdot\left(-\dfrac{12}{5}\right)}=-\dfrac{56}{33}$

(2) 条件の式をそれぞれ 2 乗すると

$\sin^2\alpha-2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta=\dfrac{25}{16}$ ……①

$\cos^2\alpha+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta=\dfrac{25}{16}$ ……②

①＋② から　$2+2(\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta)=\dfrac{25}{8}$

ゆえに　$2+2\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{25}{8}$　よって　$\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{9}{16}$

4 (1) α は鋭角，β は鈍角とする。$\tan\alpha=1$，$\tan\beta=-2$ のとき，$\tan(\alpha-\beta)$，$\cos(\alpha-\beta)$，$\sin(\alpha-\beta)$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $2(\sin x-\cos y)=\sqrt{3}$，$\cos x-\sin y=\sqrt{2}$ のとき，$\sin(x+y)$ の値を求めよ。

解答 (1) $\tan(\alpha-\beta)=-3$，$\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$，$\sin(\alpha-\beta)=-\dfrac{3}{\sqrt{10}}$　(2) $-\dfrac{3}{8}$

解説

(1) $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{1-(-2)}{1+1\cdot(-2)}=-3$

$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi$ から　$-\pi<\alpha-\beta<0$

また，$\tan(\alpha-\beta)<0$ であるから　$-\dfrac{\pi}{2}<\alpha-\beta<0$

ゆえに　$\cos(\alpha-\beta)>0$

したがって　$\cos(\alpha-\beta)=\sqrt{\dfrac{1}{1+\tan^2(\alpha-\beta)}}=\sqrt{\dfrac{1}{1+(-3)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

また　$\sin(\alpha-\beta)=\tan(\alpha-\beta)\cos(\alpha-\beta)=-3\cdot\dfrac{1}{\sqrt{10}}=-\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

(2) 条件の式は　$\sin x-\cos y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos x-\sin y=\sqrt{2}$

両辺を 2 乗すると，それぞれ

$\sin^2 x-2\sin x\cos y+\cos^2 y=\dfrac{3}{4}$

$\cos^2 x-2\cos x\sin y+\sin^2 y=2$

辺々加えて　$2-2(\sin x\cos y+\cos x\sin y)=\dfrac{11}{4}$

ゆえに　$2-2\sin(x+y)=\dfrac{11}{4}$　よって　$\sin(x+y)=-\dfrac{3}{8}$

5 (1) 2 直線 $\sqrt{3}x-2y+2=0$，$3\sqrt{3}x+y-1=0$ のなす鋭角 θ を求めよ。

(2) 直線 $y=2x-1$ と $\dfrac{\pi}{4}$ の角をなす直線の傾きを求めよ。

解答 (1) $\theta=\dfrac{\pi}{3}$　(2) -3，$\dfrac{1}{3}$

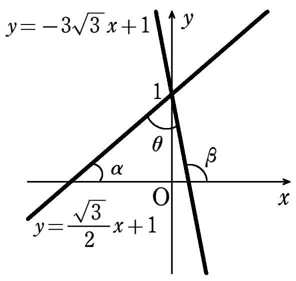
解説

(1) 2 直線の方程式を変形すると

$y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+1$，$y=-3\sqrt{3}x+1$

図のように，2 直線と x 軸の正の向きとのなす角を，それぞれ α，β とすると，求める鋭角 θ は

$\theta=\beta-\alpha$



$\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\beta=-3\sqrt{3}$ で，

$\tan\theta=\tan(\beta-\alpha)=\dfrac{\tan\beta-\tan\alpha}{1+\tan\beta\tan\alpha}$

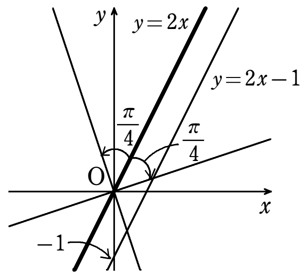
$$=\left(-3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\div\left\{1+(-3\sqrt{3})\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}=\sqrt{3}$$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ であるから　$\theta=\dfrac{\pi}{3}$

別解 2直線は垂直でないから　$\tan\theta=\left|\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}-(-3\sqrt{3})}{1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot(-3\sqrt{3})}\right|=\dfrac{7\sqrt{3}}{2}\div\dfrac{7}{2}=\sqrt{3}$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ であるから　$\theta=\dfrac{\pi}{3}$

(2) 直線 $y=2x-1$ と x 軸の正の向きとのなす角を α とすると　$\tan\alpha=2$



$$\tan\left(\alpha\pm\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\dfrac{\pi}{4}}{1\mp\tan\alpha\tan\dfrac{\pi}{4}}=\frac{2\pm1}{1\mp2\cdot1}$$

（複号同順）

であるから，求める直線の傾きは　$-3,\ \dfrac{1}{3}$

6 (1) 2直線 $x+3y-6=0$，$x-2y+2=0$ のなす鋭角 θ を求めよ。

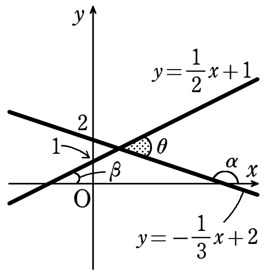
(2) 直線 $y=-x+1$ と $\dfrac{\pi}{3}$ の角をなし，点 $(1,\ \sqrt{3})$ を通る直線の方程式を求めよ。

解答 (1) $\theta=\dfrac{\pi}{4}$　(2) $y=(2+\sqrt{3})x-2,\ y=(2-\sqrt{3})x-2+2\sqrt{3}$

解説

(1) 2直線の方程式を変形すると

$$y=-\frac{1}{3}x+2,\quad y=\frac{1}{2}x+1$$



図のように，2直線と x 軸の正の向きとのなす角を，それぞれ α，β とすると，求める鋭角 θ は

$$\theta=(\pi-\alpha)+\beta=\pi-(\alpha-\beta)$$

$\tan\alpha=-\dfrac{1}{3}$，$\tan\beta=\dfrac{1}{2}$ から

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}}{1+\left(-\dfrac{1}{3}\right)\cdot\dfrac{1}{2}}=-1$$

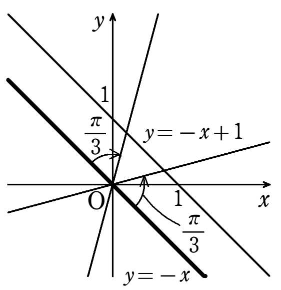
よって　$\tan\theta=\tan\{\pi-(\alpha-\beta)\}=-\tan(\alpha-\beta)=1$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ であるから　$\theta=\dfrac{\pi}{4}$

別解 2直線は垂直でないから　$\tan\theta=\left|\dfrac{-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}}{1+\left(-\dfrac{1}{3}\right)\cdot\dfrac{1}{2}}\right|=1$

$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ から　$\theta=\dfrac{\pi}{4}$

(2) 直線 $y=-x+1$ と x 軸の正の向きとのなす角を α とすると　$\tan\alpha=-1$



$$\tan\left(\alpha\pm\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\dfrac{\pi}{3}}{1\mp\tan\alpha\tan\dfrac{\pi}{3}}=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{1\mp(-1)\cdot\sqrt{3}}$$

（複号同順）

$\dfrac{-1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3})^2-1^2}=2-\sqrt{3}$，

$\dfrac{-1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3})^2-1^2}=2+\sqrt{3}$ であるから，求める直線の方程式は

$$y-\sqrt{3}=(2+\sqrt{3})(x-1),\quad y-\sqrt{3}=(2-\sqrt{3})(x-1)$$

整理して　$y=(2+\sqrt{3})x-2$，$y=(2-\sqrt{3})x-2+2\sqrt{3}$

7 点 P$(3,\ 1)$ を，点 A$(1,\ 4)$ を中心として $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転させた点を Q とする。

(1) 点 A が原点 O に移るような平行移動により，点 P が点 P′ に移るとする。点 P′ を原点 O を中心として $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転させた点 Q′ の座標を求めよ。

(2) 点 Q の座標を求めよ。

解答 (1) $\left(\dfrac{2+3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{2\sqrt{3}-3}{2}\right)$　(2) $\left(\dfrac{4+3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{2\sqrt{3}+5}{2}\right)$

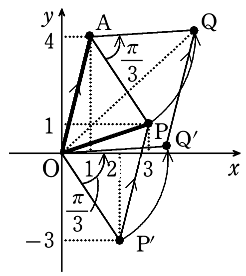
解説

(1) 点 A が原点 O に移るような平行移動により，点 P は点 P′$(2,\ -3)$ に移る。

次に，点 Q′ の座標を $(x',\ y')$ とする。

また，OP′$=r$ とし，動径 OP′ と x 軸の正の向きとのなす角を α とすると

$$2=r\cos\alpha,\quad -3=r\sin\alpha$$



よって　$x'=r\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=r\cos\alpha\cos\dfrac{\pi}{3}-r\sin\alpha\sin\dfrac{\pi}{3}$

$=2\cdot\dfrac{1}{2}-(-3)\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2+3\sqrt{3}}{2}$

$y'=r\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=r\sin\alpha\cos\dfrac{\pi}{3}+r\cos\alpha\sin\dfrac{\pi}{3}$

$=-3\cdot\dfrac{1}{2}+2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}-3}{2}$

したがって，点 Q′ の座標は　$\left(\dfrac{2+3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{2\sqrt{3}-3}{2}\right)$

(2) 点 Q′ は，原点が点 A に移るような平行移動によって，点 Q に移るから，点 Q の座標は

$\left(\dfrac{2+3\sqrt{3}}{2}+1,\ \dfrac{2\sqrt{3}-3}{2}+4\right)$ から　$\left(\dfrac{4+3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{2\sqrt{3}+5}{2}\right)$

8 (1) 点 P$(-2,\ 3)$ を，原点を中心として $\dfrac{5}{6}\pi$ だけ回転させた点 Q の座標を求めよ。

(2) 点 P$(3,\ -1)$ を，点 A$(-1,\ 2)$ を中心として $-\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転させた点 Q の座標を求めよ。

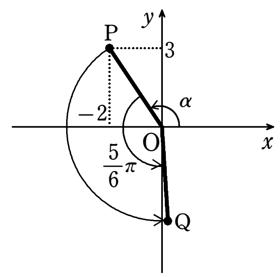
解答 (1) $\left(\dfrac{2\sqrt{3}-3}{2},\ -\dfrac{3\sqrt{3}+2}{2}\right)$　(2) $\left(\dfrac{2-3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1-4\sqrt{3}}{2}\right)$

解説

点 Q の座標を $(x,\ y)$ とする。

(1) 原点を O，OP$=r$ とし，動径 OP と x 軸の正の向きとのなす角を α とすると

$$-2=r\cos\alpha,\quad 3=r\sin\alpha$$



よって　$x=r\cos\left(\alpha+\dfrac{5}{6}\pi\right)$

$=r\cos\alpha\cos\dfrac{5}{6}\pi-r\sin\alpha\sin\dfrac{5}{6}\pi$

$=-2\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)-3\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}-3}{2}$

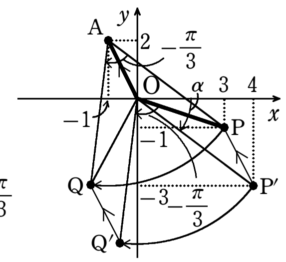
$y=r\sin\left(\alpha+\dfrac{5}{6}\pi\right)$

$=r\sin\alpha\cos\dfrac{5}{6}\pi+r\cos\alpha\sin\dfrac{5}{6}\pi$

$=3\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)+(-2)\cdot\dfrac{1}{2}=-\dfrac{3\sqrt{3}+2}{2}$

したがって，点 Q の座標は　$\left(\dfrac{2\sqrt{3}-3}{2},\ -\dfrac{3\sqrt{3}+2}{2}\right)$

(2) 点 A が原点 O に移るような平行移動により，点 P は点 P′$(4,\ -3)$ に移る。



次に，点 Q′ の座標を $(x',\ y')$ とする。また，OP′$=r$ とし，動径 OP′ と x 軸の正の向きとのなす角を α とすると　$4=r\cos\alpha$，$-3=r\sin\alpha$

よって　$x'=r\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)=r\cos\alpha\cos\dfrac{\pi}{3}+r\sin\alpha\sin\dfrac{\pi}{3}$

$=4\cdot\dfrac{1}{2}+(-3)\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4-3\sqrt{3}}{2}$

$y'=r\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)=r\sin\alpha\cos\dfrac{\pi}{3}-r\cos\alpha\sin\dfrac{\pi}{3}$

$=-3\cdot\dfrac{1}{2}-4\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=-\dfrac{4\sqrt{3}+3}{2}$

したがって，点 Q′ の座標は　$\left(\dfrac{4-3\sqrt{3}}{2},\ -\dfrac{4\sqrt{3}+3}{2}\right)$

点 Q′ は，原点が点 A に移るような平行移動によって，点 Q に移るから，点 Q の座標は　$\left(\dfrac{4-3\sqrt{3}}{2}-1,\ -\dfrac{4\sqrt{3}+3}{2}+2\right)$　すなわち　$\left(\dfrac{2-3\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{1-4\sqrt{3}}{2}\right)$