数学演習（三角関数）Ｈ２２．１２．２２　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

1．次の角を，度数は弧度に，弧度は度数に，それぞれ書き直せ。

(1) 60°　(2) 90°　(3) 150°　(4) 270°　(5) 720°

(6) $\frac{3}{4}\pi$　(7) $\frac{5}{2}\pi$　(8) $\frac{3}{8}\pi$　(9) $\frac{\pi}{12}$　(10) 3π

2．θ が次の値のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(1) $\frac{5}{4}\pi$　(2) $-\frac{4}{3}\pi$　(3) $\frac{23}{6}\pi$　(4) $-\frac{3}{2}\pi$

3．次のような θ の動径は，第何象限にあるか。

(1) $\sin\theta>0$ かつ $\cos\theta<0$　(2) $\sin\theta<0$ かつ $\tan\theta<0$

(3) $\sin\theta\cos\theta>0$

4．$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ のうち1つが次のように与えられたとき，他の2つの値を求めよ。ただし，[　]内は θ の動径が属する象限を表す。

(1) $\sin\theta=\frac{3}{5}$　[第2象限]　(2) $\sin\theta=-\frac{12}{13}$　[第3象限]

(3) $\cos\theta=\frac{4}{5}$　[第1象限]　(4) $\tan\theta=-\sqrt{3}$　[第4象限]

5．(1) $\sin\theta=-\frac{3}{4}$ のとき，$\cos\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ。

(2) $\tan\theta=3$ のとき，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値を求めよ。

6．(1) $\tan\theta=-\frac{1}{2}$ $(\pi<\theta<2\pi)$ のとき，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値を求めよ。

(2) $\cos\theta=-\frac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ。

7．$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$\sin\theta\cos\theta$　　(2)　$\sin^3\theta+\cos^3\theta$

8．$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{1}{4}$ のとき，次の式の値を求めよ。ただし，$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$ とする。

(1)　$\sin\theta-\cos\theta$　　(2)　$\sin\theta+\cos\theta$　　(3)　$\sin\theta$，$\cos\theta$

9．(1)　$\tan\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$(\sin\theta+\cos\theta)^2$ の値を求めよ。

(2)　$\tan\theta=2$ のとき，$\dfrac{1}{1+\sin\theta}+\dfrac{1}{1-\sin\theta}$ の値を求めよ。

10．$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$　　(2)　$\sin\theta+\cos\theta$　　(3)　$\sin^4\theta-\cos^4\theta$

11．$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin\theta+\cos\theta$ の値を求めよ。ただし，$\pi<\theta<\dfrac{3}{2}\pi$ とする。

12．θ の動径が第 2 象限にあり，$\tan\theta=-3$ のとき，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値を求めよ。

数学演習（三角関数）Ｈ２２．１２．２２　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

1．次の角を，度数は弧度に，弧度は度数に，それぞれ書き直せ。

(1) $60°$　(2) $90°$　(3) $150°$　(4) $270°$　(5) $720°$

(6) $\frac{3}{4}\pi$　(7) $\frac{5}{2}\pi$　(8) $\frac{3}{8}\pi$　(9) $\frac{\pi}{12}$　(10) 3π

解答　(1) $\frac{\pi}{3}$　(2) $\frac{\pi}{2}$　(3) $\frac{5}{6}\pi$　(4) $\frac{3}{2}\pi$　(5) 4π　(6) $135°$　(7) $450°$
(8) $67.5°$　(9) $15°$　(10) $540°$

解説

(1) $60°$ は　$60\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{3}$（ラジアン）　(2) $90°$ は　$90\times\frac{\pi}{180}=\frac{\pi}{2}$（ラジアン）

(3) $150°$ は　$150\times\frac{\pi}{180}=\frac{5}{6}\pi$（ラジアン）　(4) $270°$ は　$270\times\frac{\pi}{180}=\frac{3}{2}\pi$（ラジアン）

(5) $720°$ は　$720\times\frac{\pi}{180}=4\pi$（ラジアン）　(6) $\frac{3}{4}\pi$（ラジアン）は　$\frac{3}{4}\pi\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=135°$

(7) $\frac{5}{2}\pi$（ラジアン）は　$\frac{5}{2}\pi\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=450°$

(8) $\frac{3}{8}\pi$（ラジアン）は　$\frac{3}{8}\pi\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=67.5°$

(9) $\frac{\pi}{12}$（ラジアン）は　$\frac{\pi}{12}\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=15°$

(10) 3π（ラジアン）は　$3\pi\times\left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}=540°$

2．θ が次の値のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

(1) $\frac{5}{4}\pi$　(2) $-\frac{4}{3}\pi$　(3) $\frac{23}{6}\pi$　(4) $-\frac{3}{2}\pi$

解答　$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の順に

(1) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$，$-\frac{1}{\sqrt{2}}$，1　(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$，$-\frac{1}{2}$，$-\sqrt{3}$

(3) $-\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$-\frac{1}{\sqrt{3}}$　(4) 1，0，定義されない

解説

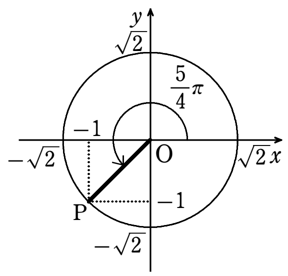
角を表す動径と円 $x^2+y^2=r^2$ の交点を P とする。

(1) 右の図で円の半径が $r=\sqrt{2}$ のとき，P の座標は
$(-1,\ -1)$

よって　$\sin\frac{5}{4}\pi=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$，

$\cos\frac{5}{4}\pi=\frac{-1}{\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$，

$\tan\frac{5}{4}\pi=\frac{-1}{-1}=1$

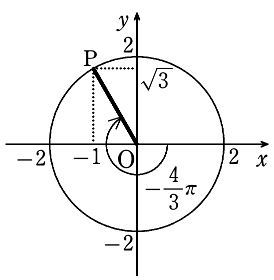


(2) 右の図で円の半径が $r=2$ のとき，P の座標は
$(-1,\ \sqrt{3})$

よって　$\sin\left(-\frac{4}{3}\pi\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\cos\left(-\frac{4}{3}\pi\right)=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$，

$\tan\left(-\frac{4}{3}\pi\right)=\frac{\sqrt{3}}{-1}=-\sqrt{3}$



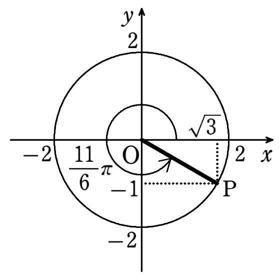
(3) $\frac{23}{6}\pi=\frac{11}{6}\pi+2\pi$ であるから，$\frac{23}{6}\pi$ を表す動径と $\frac{11}{6}\pi$ を表す動径は一致する。

右の図で円の半径が $r=2$ のとき，P の座標は
$(\sqrt{3},\ -1)$

よって　$\sin\frac{11}{6}\pi=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$，

$\cos\frac{11}{6}\pi=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\tan\frac{11}{6}\pi=\frac{-1}{\sqrt{3}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

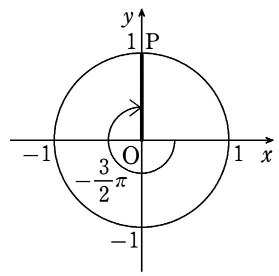


(4) 右の図で円の半径が $r=1$ のとき，P の座標は
$(0,\ 1)$

よって　$\sin\left(-\frac{3}{2}\pi\right)=\frac{1}{1}=1$，

$\cos\left(-\frac{3}{2}\pi\right)=\frac{0}{1}=0$，

$\tan\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$ は定義されない



3．次のような θ の動径は，第何象限にあるか。

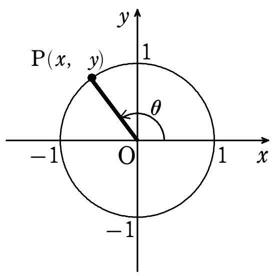
(1) $\sin\theta>0$ かつ $\cos\theta<0$　(2) $\sin\theta<0$ かつ $\tan\theta<0$

(3) $\sin\theta\cos\theta>0$

解答　(1) 第 2 象限　(2) 第 4 象限　(3) 第 1 象限 または 第 3 象限

解説

θ を表す動径と単位円 $x^2+y^2=1$ の交点を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とすると　$\sin\theta=y$，$\cos\theta=x$，$\tan\theta=\frac{y}{x}$



(1) $\sin\theta>0$ かつ $\cos\theta<0$ から　$y>0$ かつ $x<0$
よって，P は第 2 象限にある。
したがって，θ の動径は第 2 象限にある。

(2) $\sin\theta<0$ かつ $\tan\theta<0$ から　$y<0$ かつ $\frac{y}{x}<0$
ゆえに　$x>0$ かつ $y<0$
よって，P は第 4 象限にある。
したがって，θ の動径は第 4 象限にある。

(3) $\sin\theta\cos\theta>0$ から　$xy>0$
ゆえに　（$x>0$ かつ $y>0$）または（$x<0$ かつ $y<0$）
よって，P は第 1 象限または第 3 象限にある。
したがって，θ の動径は第 1 象限または第 3 象限にある。

4．$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ のうち 1 つが次のように与えられたとき，他の 2 つの値を求めよ。ただし，[　] 内は θ の動径が属する象限を表す。

(1) $\sin\theta=\frac{3}{5}$　[第 2 象限]　(2) $\sin\theta=-\frac{12}{13}$　[第 3 象限]

(3) $\cos\theta=\frac{4}{5}$　[第 1 象限]　(4) $\tan\theta=-\sqrt{3}$　[第 4 象限]

解答　(1) $\cos\theta=-\frac{4}{5}$，$\tan\theta=-\frac{3}{4}$　(2) $\cos\theta=-\frac{5}{13}$，$\tan\theta=\frac{12}{5}$

(3) $\sin\theta=\frac{3}{5}$，$\tan\theta=\frac{3}{4}$　(4) $\sin\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\theta=\frac{1}{2}$

解説

(1) θ の動径が第 2 象限にあるから　$\cos\theta<0$

よって　$\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=-\frac{4}{5}$，

また　$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{3}{5}\div\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{3}{4}$

(2) θ の動径が第 3 象限にあるから　$\cos\theta<0$

よって　$\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\sqrt{1-\left(-\frac{12}{13}\right)^2}=-\frac{5}{13}$，

また　$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\left(-\frac{12}{13}\right)\div\left(-\frac{5}{13}\right)=\frac{12}{5}$

(3) θ の動径が第 1 象限にあるから　$\sin\theta>0$

よって　$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}$，

また　$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{3}{5}\div\frac{4}{5}=\frac{3}{4}$

(4) $\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}=\frac{1}{1+(-\sqrt{3})^2}=\frac{1}{4}$

θ の動径が第 4 象限にあるから　$\cos\theta>0$

よって　$\cos\theta=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

また　$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta=\frac{1}{2}\cdot(-\sqrt{3})=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

5．(1)　$\sin\theta=-\dfrac{3}{4}$ のとき，$\cos\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ。

(2)　$\tan\theta=3$ のとき，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値を求めよ。

解答　(1)　$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，$\tan\theta=-\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$ または $\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{7}}{4}$，$\tan\theta=\dfrac{3\sqrt{7}}{7}$

(2)　$\sin\theta=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ または $\sin\theta=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

解説

(1)　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から

$$\cos\theta=\pm\sqrt{1-\sin^2\theta}=\pm\sqrt{1-\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=\pm\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ のとき

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\left(-\frac{3}{4}\right)\div\frac{\sqrt{7}}{4}=-\frac{3}{\sqrt{7}}=-\frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ のとき

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right)=\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$$

(2)　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から

$$\cos\theta=\pm\sqrt{\frac{1}{1+\tan^2\theta}}=\pm\sqrt{\frac{1}{1+3^2}}=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{10}$$

$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ のとき

$$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta=\frac{\sqrt{10}}{10}\cdot3=\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ のとき

$$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta=\left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right)\cdot3=-\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

6．(1)　$\tan\theta=-\dfrac{1}{2}$　$(\pi<\theta<2\pi)$ のとき，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値を求めよ。

(2)　$\cos\theta=-\dfrac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ。

解答　(1)　$\sin\theta=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\cos\theta=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

(2)　$\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，$\tan\theta=-2\sqrt{2}$ または $\sin\theta=-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，$\tan\theta=2\sqrt{2}$

解説

(1)　$\tan\theta<0$ であるから，θ の動径は第 2 象限または第 4 象限にある。
これと $\pi<\theta<2\pi$ の条件より，θ の動径は第 4 象限にあるから

$\sin\theta<0$，$\cos\theta>0$

$$\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}=\frac{1}{1+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{4}{5}$$ から

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

また　$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

(2)　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から

$$\sin\theta=\pm\sqrt{1-\cos^2\theta}=\pm\sqrt{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)=-2\sqrt{2}$

$\sin\theta=-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\left(-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)=2\sqrt{2}$

7．$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$\sin\theta\cos\theta$　　(2)　$\sin^3\theta+\cos^3\theta$

解答　(1)　$-\dfrac{1}{8}$　　(2)　$\dfrac{9\sqrt{3}}{16}$

解説

(1)　$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の両辺を平方して

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{3}{4}$$

ゆえに　$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{3}{4}$

よって　$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{1}{8}$

(2)　$\sin^3\theta+\cos^3\theta=(\sin\theta+\cos\theta)\times(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$$=(\sin\theta+\cos\theta)(1-\sin\theta\cos\theta)=\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{8}\right)\right\}=\frac{9\sqrt{3}}{16}$$

8．$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{1}{4}$ のとき，次の式の値を求めよ。ただし，$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$ とする。

(1)　$\sin\theta-\cos\theta$　　(2)　$\sin\theta+\cos\theta$　　(3)　$\sin\theta$，$\cos\theta$

解答　(1)　$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　(2)　$\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(3)　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　または

$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

解説

$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$ であるから　　$\sin\theta>0$，$\cos\theta<0$

(1)　$(\sin\theta-\cos\theta)^2=\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=1-2\sin\theta\cos\theta$

$$=1-2\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{2}$$

$\sin\theta>0$，$\cos\theta<0$ より，$\sin\theta-\cos\theta>0$ であるから

$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　…… ①

(2)　$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=1+2\sin\theta\cos\theta$

$$=1+2\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}$$

よって　$\sin\theta+\cos\theta=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(3)　$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　…… ②，$\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　…… ③ とする。

①，② を連立して解くと　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

①，③ を連立して解くと　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

9．(1)　$\tan\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$(\sin\theta+\cos\theta)^2$ の値を求めよ。

(2)　$\tan\theta=2$ のとき，$\dfrac{1}{1+\sin\theta}+\dfrac{1}{1-\sin\theta}$ の値を求めよ。

解答　(1)　$\dfrac{8}{5}$　　(2)　10

解説

(1)　$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{10}{9}$

よって　$\cos^2\theta=\dfrac{9}{10}$

したがって　$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\left\{\cos\theta\left(\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+1\right)\right\}^2=\cos^2\theta(\tan\theta+1)^2$

$$=\frac{9}{10}\left(\frac{1}{3}+1\right)^2=\frac{8}{5}$$

(2)　$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+2^2=5$

よって　$\cos^2\theta=\dfrac{1}{5}$

したがって　$\dfrac{1}{1+\sin\theta}+\dfrac{1}{1-\sin\theta}=\dfrac{1-\sin\theta+1+\sin\theta}{1-\sin^2\theta}=\dfrac{2}{\cos^2\theta}$

$$=2\div\frac{1}{5}=10$$

10．$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$　　(2)　$\sin\theta+\cos\theta$　　(3)　$\sin^4\theta-\cos^4\theta$

解答　(1)　3　　(2)　$\pm\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　　(3)　$\pm\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

解説

$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ の両辺を平方して　$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{1}{3}$

ゆえに　$1-2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{3}$

よって　$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{3}$

(1)　$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}$

$$=1\div\frac{1}{3}=3$$

(2)　$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$$=1+2\sin\theta\cos\theta=1+2\cdot\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$$

よって　$\sin\theta+\cos\theta=\pm\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

(3)　$\sin^4\theta-\cos^4\theta=(\sin^2\theta-\cos^2\theta)(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=(\sin^2\theta-\cos^2\theta)\cdot1$

$$=(\sin\theta-\cos\theta)(\sin\theta+\cos\theta)$$

よって，条件と (2) の結果から

$\sin^4\theta-\cos^4\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{15}}{3}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

または　$\sin^4\theta-\cos^4\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(-\dfrac{\sqrt{15}}{3}\right)=-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

11. $\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin\theta+\cos\theta$ の値を求めよ。ただし，$\pi<\theta<\dfrac{3}{2}\pi$ とする。

解答　$-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

解説

$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ の両辺を平方すると　　$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{1}{4}$

ゆえに　　$1-2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$　　　よって　　$2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{3}{4}$

ゆえに　　$(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta=1+\dfrac{3}{4}=\dfrac{7}{4}$

$\pi<\theta<\dfrac{3}{2}\pi$ より，$\sin\theta<0$，$\cos\theta<0$ であるから　　$\sin\theta+\cos\theta<0$

したがって　　$\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

12. θ の動径が第 2 象限にあり，$\tan\theta=-3$ のとき，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値を求めよ。

解答　$\sin\theta=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，$\cos\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

解説

$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+(-3)^2=10$　　　ゆえに　　$\cos^2\theta=\dfrac{1}{10}$

θ の動径が第 2 象限にあるとき　　$\cos\theta<0$

よって　　$\cos\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

また　　$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{10}}\cdot(-3)=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$