数学演習（三角関数）Ｈ２２．７．３　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

1．次の式を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形せよ。ただし，$r>0$，$-\pi<\alpha<\pi$ とする。

(1) $-\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$　　(2) $-\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta$

(3) $-\sin\theta+\cos\theta$　　(4) $-\sin\theta-\cos\theta$

2．次の式を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に表せ。ただし，$r>0$，$-\pi<\alpha\leqq\pi$ とする。

(1) $-\sin\theta+\cos\theta$　　(2) $\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta$　　(3) $\sqrt{3}\sin\theta+3\cos\theta$

3．$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$ のとき，$\sin\theta+\cos\theta$ の値を求めよ。ただし，$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ とする。

4．次の２直線の作る角 θ を求めよ。ただし，$0°<\theta<90°$ とする。

$2x+y+1=0$，$x+3y+6=0$

5．関数 $f(\theta)=\sin 2\theta+2(\sin\theta+\cos\theta)-1$ を考える。ただし，$0\leqq\theta<2\pi$ とする。

(1) $t=\sin\theta+\cos\theta$ とおくとき，$f(\theta)$ を t の式で表せ。

(2) t のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $f(\theta)$ の最大値と最小値を求め，そのときの θ の値を求めよ。

6．次の左辺を右辺をそれぞれ計算し，等式が成り立つことを証明せよ。

$$\cos 3\alpha + \sin 3\alpha = (\cos\alpha - \sin\alpha)(1 + 2\sin 2\alpha)$$

7．次の関数の最大値と最小値を求めよ。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。　$y = \sin\theta - \sqrt{3}\cos\theta$

8．$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1) $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2$　　(2) $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$

(3) $\sin x \geqq \sqrt{3}\cos x$　　(4) $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) > 1$

9．$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1) $\sin 2\theta = \cos\theta$　　(2) $\cos 2\theta = \cos\theta$

(3) $\sin 2\theta < \sin\theta$　　(4) $\cos 2\theta > \sin\theta$

数学演習（三角関数）Ｈ２２．７．３　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　)

1．次の式を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に変形せよ。ただし，$r>0$，$-\pi<\alpha<\pi$ とする。

(1) $-\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$　　(2) $-\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta$

(3) $-\sin\theta+\cos\theta$　　(4) $-\sin\theta-\cos\theta$

解答　(1) $2\sin\left(\theta+\frac{5}{6}\pi\right)$　(2) $2\sin\left(\theta+\frac{2}{3}\pi\right)$　(3) $\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{3}{4}\pi\right)$

(4) $\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{3}{4}\pi\right)$

解説

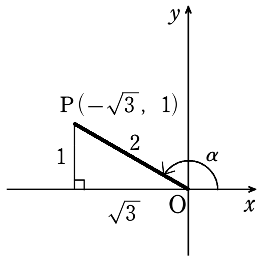
(1) $\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$ であるから

$-\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta=2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta+\frac{1}{2}\cos\theta\right)$

$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sin\alpha=\frac{1}{2}$

を満たす α は　$\alpha=\frac{5}{6}\pi$

よって　$-\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta=2\sin\left(\theta+\frac{5}{6}\pi\right)$



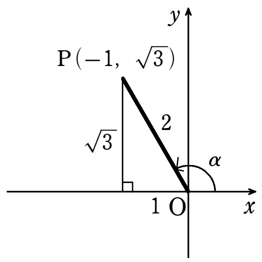
(2) $\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2$ であるから

$-\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta=2\left(-\frac{1}{2}\sin\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta\right)$

$\cos\alpha=-\frac{1}{2}$，$\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$

を満たす α は　$\alpha=\frac{2}{3}\pi$

よって　$-\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta=2\sin\left(\theta+\frac{2}{3}\pi\right)$



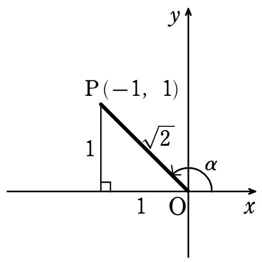
(3) $\sqrt{(-1)^2+1^2}=\sqrt{2}$ であるから

$-\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta\right)$

$\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{2}}$，$\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$

を満たす α は　$\alpha=\frac{3}{4}\pi$

よって　$-\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{3}{4}\pi\right)$



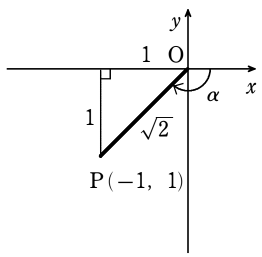
(4) $\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$ であるから

$-\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta-\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta\right)$

$\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{2}}$，$\sin\alpha=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

を満たす α は　$\alpha=-\frac{3}{4}\pi$

よって　$-\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{3}{4}\pi\right)$



2．次の式を $r\sin(\theta+\alpha)$ の形に表せ。ただし，$r>0$，$-\pi<\alpha\leqq\pi$ とする。

(1) $-\sin\theta+\cos\theta$　(2) $\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta$　(3) $\sqrt{3}\sin\theta+3\cos\theta$

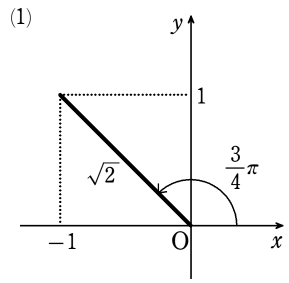
解答　(1) $\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{3}{4}\pi\right)$　(2) $2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$　(3) $2\sqrt{3}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$

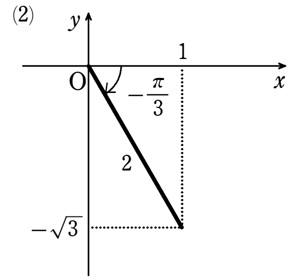
解説

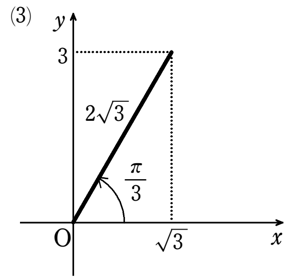
(1) (与式)$=\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{3}{4}\pi\right)$

(2) (与式)$=2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$

(3) (与式)$=2\sqrt{3}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)$







3．$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$ のとき，$\sin\theta+\cos\theta$ の値を求めよ。ただし，$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ とする。

解答　$-\frac{\sqrt{7}}{2}$

解説

$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$ の両辺を平方すると　$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$

ゆえに　$1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$　よって　$2\sin\theta\cos\theta=\frac{3}{4}$

ゆえに　$(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta=1+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ より，$\sin\theta<0$，$\cos\theta<0$であるから　$\sin\theta+\cos\theta<0$

したがって　$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{\sqrt{7}}{2}$

4．次の２直線の作る角 θ を求めよ。ただし，$0^\circ<\theta<90^\circ$ とする。

$2x+y+1=0$，$x+3y+6=0$

解答　$\theta=45^\circ$

解説

２直線 $2x+y+1=0$，$x+3y+6=0$ が x 軸と作る角をそれぞれ α，β とする。
(ただし，$0^\circ<\alpha<180^\circ$，$0^\circ<\beta<180^\circ$)

直線 $2x+y+1=0$ の傾きは -2，直線 $x+3y+6=0$ の傾きは $-\frac{1}{3}$ であるから

$\tan\alpha=-2$，$\tan\beta=-\frac{1}{3}$

から$0^\circ<\theta<90^\circ$

$\tan\theta=\tan(\beta-\alpha)=\frac{\tan\beta-\tan\alpha}{1+\tan\beta\tan\alpha}$

$=\frac{-\frac{1}{3}-(-2)}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-2)}=1$

よって　$\theta=45^\circ$

5．関数 $f(\theta)=\sin 2\theta+2(\sin\theta+\cos\theta)-1$ を考える。ただし，$0\leqq\theta<2\pi$ とする。

(1) $t=\sin\theta+\cos\theta$ とおくとき，$f(\theta)$ を t の式で表せ。

(2) t のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $f(\theta)$ の最大値と最小値を求め，そのときの θ の値を求めよ。

解答　(1) $f(\theta)=t^2+2t-2$　(2) $-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$

(3) $\theta=\frac{\pi}{4}$ のとき最大値 $2\sqrt{2}$；$\theta=\pi$，$\frac{3}{2}\pi$ のとき最小値 -3

解説

(1) $t=\sin\theta+\cos\theta$ の両辺を２乗すると

$t^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

ゆえに　$t^2=1+\sin 2\theta$　よって　$\sin 2\theta=t^2-1$

したがって　$f(\theta)=t^2-1+2t-1=t^2+2t-2$

(2) $t=\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$　……①

$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，$\frac{\pi}{4}\leqq\theta+\frac{\pi}{4}<\frac{9}{4}\pi$ ……② であるから

$-1\leqq\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\leqq 1$　よって　$-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$

(3) (1) から　$f(\theta)=t^2+2t-2=(t+1)^2-3$

$-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$ の範囲において $f(\theta)$ は

$t=\sqrt{2}$ で最大値 $2\sqrt{2}$，$t=-1$ で最小値 -3 をとる。

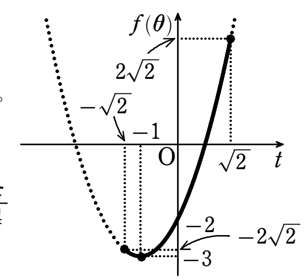
$t=\sqrt{2}$ のとき，① から　$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=1$

② の範囲で解くと　$\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$　すなわち　$\theta=\frac{\pi}{4}$

$t=-1$ のとき，① から　$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

② の範囲で解くと　$\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{5}{4}\pi$，$\frac{7}{4}\pi$　すなわち　$\theta=\pi$，$\frac{3}{2}\pi$

よって　$\theta=\frac{\pi}{4}$ のとき最大値 $2\sqrt{2}$；$\theta=\pi$，$\frac{3}{2}\pi$ のとき最小値 -3



6．次の左辺を右辺をそれぞれ計算し，等式が成り立つことを証明せよ。

$$\cos 3\alpha+\sin 3\alpha=(\cos\alpha-\sin\alpha)(1+2\sin 2\alpha)$$

解答　略

解説

$\sin 3\alpha=\sin(2\alpha+\alpha)$

$=\sin 2\alpha\cos\alpha+\cos 2\alpha\sin\alpha$

$=2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\cos\alpha+(1-2\sin^2\alpha)\sin\alpha$

$=2\sin\alpha\cos^2\alpha+\sin\alpha-2\sin^3\alpha$

$=2\sin\alpha(1-\sin^2\alpha)+\sin\alpha-2\sin^3\alpha$

$=2\sin\alpha-2\sin^3\alpha+\sin\alpha-2\sin^3\alpha$

$=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

$\cos 3\alpha=\cos(2\alpha+\alpha)$

$=\cos 2\alpha\cos\alpha-\sin 2\alpha\sin\alpha$

$=(2\cos^2\alpha-1)\cos\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha\cdot\sin\alpha$

$=2\cos^3\alpha-\cos\alpha-2\sin^2\alpha\cos\alpha$

$=2\cos^3\alpha-\cos\alpha-2(1-\cos^2\alpha)\cos\alpha$

$=2\cos^3\alpha-\cos\alpha-2\cos\alpha+2\cos^3\alpha$

$=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

なので

(左辺)$=-3\cos\alpha+4\cos^3\alpha+3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

である。また

(右辺)$=(\cos\alpha-\sin\alpha)(1+2\sin 2\alpha)$

$=(\cos\alpha-\sin\alpha)(1+2\cdot 2\sin\alpha\cos\alpha)$

$=(\cos\alpha-\sin\alpha)(1+4\sin\alpha\cos\alpha)$

$=\cos\alpha-\sin\alpha+4\sin\alpha\cos^2\alpha-4\sin^2\alpha\cos\alpha$

$=\cos\alpha-\sin\alpha+4\sin\alpha(1-\sin^2\alpha)-4(1-\cos^2\alpha)\cos\alpha$

$=\cos\alpha-\sin\alpha+4\sin\alpha-4\sin^3\alpha-4\cos\alpha+4\cos^3\alpha$

$=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha-3\cos\alpha+4\cos^3\alpha$

よって，等式は成り立つ。

参考　$\sin 3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$，$\cos 3\alpha=-3\cos\alpha+4\cos^3\alpha$ を3倍角の公式という。

7．次の関数の最大値と最小値を求めよ。ただし，$0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。　$y=\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta$

解答　$\theta=\dfrac{5}{6}\pi$ のとき最大値2，$\theta=0$ のとき最小値 $-\sqrt{3}$

解説

合成すると　$y=\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta=2\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ であるから　$-\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{3}\leqq\dfrac{2}{3}\pi$

よって　$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\leqq\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)\leqq 1$

したがって　$\theta-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}$　すなわち　$\theta=\dfrac{5}{6}\pi$ のとき最大値2

$\theta-\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{3}$　すなわち　$\theta=0$ のとき最小値 $-\sqrt{3}$

8．$0\leqq x<2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1)　$\sin x+\sqrt{3}\cos x=2$　　(2)　$\sqrt{3}\sin x-\cos x=\sqrt{2}$

(3)　$\sin x\geqq\sqrt{3}\cos x$　　(4)　$\sqrt{2}(\sin x+\cos x)>1$

解答　(1)　$x=\dfrac{\pi}{6}$　(2)　$x=\dfrac{5}{12}\pi,\ \dfrac{11}{12}\pi$　(3)　$\dfrac{\pi}{3}\leqq x\leqq\dfrac{4}{3}\pi$

(4)　$0\leqq x<\dfrac{7}{12}\pi,\ \dfrac{23}{12}\pi<x<2\pi$

解説

(1)　合成すると $\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ であるから，方程式は

$2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=2$　すなわち　$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=1$

$x+\dfrac{\pi}{3}=t$ とおくと，$0\leqq x<2\pi$ であるから

$\dfrac{\pi}{3}\leqq t<2\pi+\dfrac{\pi}{3}$　すなわち　$\dfrac{\pi}{3}\leqq t<\dfrac{7}{3}\pi$　…… ①

① の範囲で，$\sin t=1$ を解くと　$t=\dfrac{\pi}{2}$

$x=t-\dfrac{\pi}{3}$ であるから　$x=\dfrac{\pi}{6}$

(2)　合成すると $\sqrt{3}\sin x-\cos x=2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ であるから，方程式は

$2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{2}$　すなわち　$\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$x-\dfrac{\pi}{6}=t$ とおくと，$0\leqq x<2\pi$ であるから　$-\dfrac{\pi}{6}\leqq x-\dfrac{\pi}{6}<2\pi-\dfrac{\pi}{6}$

$-\dfrac{\pi}{6}\leqq t<2\pi-\dfrac{\pi}{6}$　すなわち　$-\dfrac{\pi}{6}\leqq t<\dfrac{11}{6}\pi$　…… ①

① の範囲で，$\sin t=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ を解くと　$t=\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{3}{4}\pi$

$x-\dfrac{\pi}{6}=t$　より　$x-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{3}{4}\pi$

であるから　$x=\dfrac{5}{12}\pi,\ \dfrac{11}{12}\pi$

(3)　合成すると $\sin x\geqq\sqrt{3}\cos x$ から　$\sin x-\sqrt{3}\cos x\geqq 0$

$\sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ であるから，不等式は　$2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)\geqq 0$

$x-\dfrac{\pi}{3}=t$ とおくと，$0\leqq x<2\pi$ であるから

$-\dfrac{\pi}{3}\leqq t<2\pi-\dfrac{\pi}{3}$　すなわち　$-\dfrac{\pi}{3}\leqq t<\dfrac{5}{3}\pi$　…… ①

① の範囲で，$\sin t\geqq 0$ を解くと　$0\leqq t\leqq\pi$　すなわち　$0\leqq x-\dfrac{\pi}{3}\leqq\pi$

したがって　すべてに $\dfrac{\pi}{3}$ を足して　$\dfrac{\pi}{3}\leqq x\leqq\dfrac{4}{3}\pi$

(4)　合成すると $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ であるから，不等式は

$2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)>1$　すなわち　$\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)>\dfrac{1}{2}$

$x+\dfrac{\pi}{4}=t$ とおくと，$0\leqq x<2\pi$ であるから

$\dfrac{\pi}{4}\leqq t<2\pi+\dfrac{\pi}{4}$　すなわち　$\dfrac{\pi}{4}\leqq t<\dfrac{9}{4}\pi$　…… ①

① の範囲で，$\sin t>\dfrac{1}{2}$ を解くと　$\dfrac{\pi}{4}\leqq t<\dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{13}{6}\pi<t<\dfrac{9}{4}\pi$

すなわち　$\dfrac{\pi}{4}\leqq x+\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{13}{6}\pi<x+\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{9}{4}\pi$

したがって　すべてから $\dfrac{\pi}{4}$ を引いて　$0\leqq x<\dfrac{7}{12}\pi,\ \dfrac{23}{12}\pi<x<2\pi$

9．$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1)　$\sin 2\theta = \cos\theta$　　(2)　$\cos 2\theta = \cos\theta$

(3)　$\sin 2\theta < \sin\theta$　　(4)　$\cos 2\theta > \sin\theta$

解答　(1)　$\theta = \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{3}{2}\pi$　　(2)　$\theta = 0,\ \dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{4}{3}\pi$

(3)　$\dfrac{\pi}{3} < \theta < \pi,\ \dfrac{5}{3}\pi < \theta < 2\pi$

(4)　$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{5}{6}\pi < \theta < \dfrac{3}{2}\pi,\ \dfrac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$

解説

(1)　$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ であるから，方程式は　$2\sin\theta\cos\theta = \cos\theta$

ゆえに　$\cos\theta(2\sin\theta - 1) = 0$

よって　$\cos\theta = 0,\ \sin\theta = \dfrac{1}{2}$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ であるから，$\cos\theta = 0$ より　$\theta = \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{3}{2}\pi$

$\sin\theta = \dfrac{1}{2}$ より　$\theta = \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{5}{6}\pi$

したがって，解は　$\theta = \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{5}{6}\pi,\ \dfrac{3}{2}\pi$

(2)　$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ であるから，方程式は　$2\cos^2\theta - 1 = \cos\theta$

整理して　$2\cos^2\theta - \cos\theta - 1 = 0$

ゆえに　$(\cos\theta - 1)(2\cos\theta + 1) = 0$

よって　$\cos\theta = 1,\ -\dfrac{1}{2}$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ であるから，$\cos\theta = 1$ より　$\theta = 0$

$\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$ より　$\theta = \dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{4}{3}\pi$

したがって，解は　$\theta = 0,\ \dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{4}{3}\pi$

(3)　$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ であるから，不等式は　$2\sin\theta\cos\theta < \sin\theta$

ゆえに　$\sin\theta(2\cos\theta - 1) < 0$

よって　$\begin{cases} \sin\theta > 0 \\ 2\cos\theta - 1 < 0 \end{cases}$ …… [1]　または　$\begin{cases} \sin\theta < 0 \\ 2\cos\theta - 1 > 0 \end{cases}$ …… [2]

$0 \leqq \theta < 2\pi$ であるから

[1]　$\sin\theta > 0$ より　$0 < \theta < \pi$

$2\cos\theta - 1 < 0$　すなわち　$\cos\theta < \dfrac{1}{2}$ より　$\dfrac{\pi}{3} < \theta < \dfrac{5}{3}\pi$

共通範囲をとって　$\dfrac{\pi}{3} < \theta < \pi$　…… ①

[2]　$\sin\theta < 0$ より　$\pi < \theta < 2\pi$

$2\cos\theta - 1 > 0$　すなわち　$\cos\theta > \dfrac{1}{2}$ より　$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{5}{3}\pi < \theta < 2\pi$

共通範囲をとって　$\dfrac{5}{3}\pi < \theta < 2\pi$　…… ②

解は，①，② の範囲を合わせて　$\dfrac{\pi}{3} < \theta < \pi,\ \dfrac{5}{3}\pi < \theta < 2\pi$

(4)　$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$ であるから，不等式は　$1 - 2\sin^2\theta > \sin\theta$

整理して　$2\sin^2\theta + \sin\theta - 1 < 0$

よって　$(\sin\theta + 1)(2\sin\theta - 1) < 0$　…… ①

$\sin\theta + 1 \geqq 0$ であるから，① より　$\sin\theta + 1 \fallingdotseq 0,\ 2\sin\theta - 1 < 0$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ であるから，$\sin\theta \fallingdotseq -1$ より　$\theta \fallingdotseq \dfrac{3}{2}\pi$

$\sin\theta < \dfrac{1}{2}$ より　$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{5}{6}\pi < \theta < 2\pi$

解は，共通範囲をとって　$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{5}{6}\pi < \theta < \dfrac{3}{2}\pi,\ \dfrac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$