統一テスト（三角関数）Ｈ２０．２．２２　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

１．$\theta=-\frac{15}{2}\pi$のとき，$\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ の値を求めよ。

２．半径が５，中心角が$\frac{5}{4}\pi$の扇形の弧の長さと面積を求めよ。

３．$\sin\alpha=\frac{4}{5}$, $\cos\beta=\frac{5}{13}$のとき次の値を求めよ。ただし，αは第２象限の角，βは第４象限の角とする。

(1) $\sin(\alpha-\beta)$　　(2) $\cos(\alpha+\beta)$

４．$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$であるとき，次の式の値を求めよ。ただし，$0<\theta<\pi$であるとする。

(1) $\sin\theta\cos\theta$　　(2) $\sin\theta-\cos\theta$

５．２直線$2x+y-4=0$, $3x-y-3=0$のなす角θを求めよ。ただしθは鋭角とする。

６．$\pi<\alpha<2\pi$とする。$\cos\alpha=-\frac{1}{3}$のとき，次の値を求めよ。

(1) $\sin 2\alpha$　　(2) $\cos\frac{\alpha}{2}$

(3) $\sin 3\alpha$

７．次の関数において，与えられた定義域における最大値･最小値とそのときのθの値を求めよ。

(1) $y=\cos 2\theta-2\sin\theta$　($0\leqq\theta<2\pi$)

(2) $y=\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta+1$　($0\leqq\theta\leqq\pi$)

８．次の方程式，不等式を解け。ただし，$0\leqq\theta<2\pi$とする。

(1) $2\cos^2\theta-3\sin\theta-3=0$

(2) $\sqrt{3}\tan\theta-1<0$

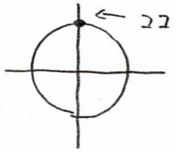
(3) $\cos\left(2\theta+\frac{1}{3}\pi\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4) $\sin 4\theta+\cos 2\theta=0$

統一テスト（三角関数）Ｈ２０．２．２２　　　　（　　）組（　　）番　名前（　こたえ　）

1．$\theta=-\frac{15}{2}\pi$のとき，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ。

$-\frac{15}{2}\pi=-8\pi+\frac{1}{2}\pi$



$\sin\theta=1$

$\cos\theta=0$

$\tan\theta$ はなし　⑥

2．半径が５，中心角が$\frac{5}{4}\pi$の扇形の弧の長さと面積を求めよ。

弧の長さ　$5\times\frac{5}{4}\pi=\frac{25}{4}\pi$　3

面積　$\frac{1}{2}\cdot5^2\cdot\frac{5}{4}\pi=\frac{125}{8}\pi$　3

3．$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\cos\beta=\frac{5}{13}$のとき次の値を求めよ。ただし，αは第２象限の角，βは第４象限の角とする。

(1) $\sin(\alpha-\beta)$　　(2) $\cos(\alpha+\beta)$

$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，$\sin\beta=-\frac{12}{13}$

∴

(1) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{13}-(-\frac{3}{5})(-\frac{12}{13})=-\frac{16}{65}$　⑥

(2) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=(-\frac{3}{5})\cdot\frac{5}{13}-\frac{4}{5}\cdot(-\frac{12}{13})=\frac{33}{65}$　⑥

4．$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$であるとき，次の式の値を求めよ。ただし，$0<\theta<\pi$であるとする。

(1) $\sin\theta\cos\theta$　　(2) $\sin\theta-\cos\theta$

(1)

$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\frac{1}{5}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{5}$

∴

$\sin\theta\cos\theta=-\frac{2}{5}$　⑥

(2)

$0<\theta<\pi$ より　$\sin\theta>0$

(1) より　$\cos\theta<0$ より

$\sin\theta-\cos\theta>0$

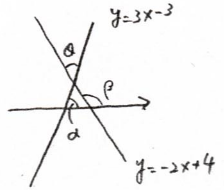
∴ $(\sin\theta-\cos\theta)^2$

$=1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{9}{5}$

∴　$\sin\theta-\cos\theta=\frac{3}{\sqrt{5}}$　⑥

5．２直線$2x+y-4=0$，$3x-y-3=0$のなす角θを求めよ。ただしθは鋭角とする。

$y=-2x+4$，$y=3x-3$



$\tan\alpha=3$，$\tan\beta=-2$

また　$\theta=\beta-\alpha$ より

$\tan\theta=\tan(\beta-\alpha)$

$=\frac{\tan\beta-\tan\alpha}{1+\tan\beta\tan\alpha}=\frac{-2-3}{1+(-2)\times3}$

$=1$

$0<\theta<\frac{1}{2}\pi$ より　$\theta=\frac{1}{4}\pi$　⑥

6．$\pi<\alpha<2\pi$とする。$\cos\alpha=-\frac{1}{3}$のとき，次の値を求めよ。

(1) $\sin2\alpha$

$\sin\alpha=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ より

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$=2\cdot(-\frac{1}{3})\cdot(-\frac{2\sqrt{2}}{3})=\frac{4\sqrt{2}}{9}$　⑥

(2) $\cos\frac{\alpha}{2}$

$\pi<\alpha<2\pi$ より　$\frac{\pi}{2}<\frac{\alpha}{2}<\pi$

∴　$\cos\frac{\alpha}{2}<0$

$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{2}(1+\cos\alpha)$ より

$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$

∴　$\cos\frac{\alpha}{2}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$　⑥

(3) $\sin3\alpha$

$\sin3\alpha$

$=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

$=3(-\frac{2\sqrt{2}}{3})-4(-\frac{2\sqrt{2}}{3})^3$

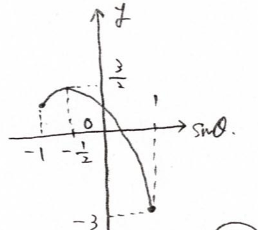
$=\frac{2\sqrt{2}}{3}(-3+\frac{32}{9})=\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{5}{9}=\frac{10\sqrt{2}}{27}$　⑥

7．次の関数において，与えられた定義域における最大値･最小値とそのときのθの値を求めよ。

(1) $y=\cos2\theta-2\sin\theta$　$(0\leqq\theta<2\pi)$

$=1-2\sin^2\theta-2\sin\theta$

$=-2(\sin\theta+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{2}$



$0\leqq\theta<2\pi$ より

$-1\leqq\sin\theta\leqq1$ であるので

$\sin\theta=-\frac{1}{2}$ $(\theta=\frac{7}{6}\pi,\frac{11}{6}\pi)$ で最大

$\sin\theta=1$ $(\theta=\frac{1}{2}\pi)$ で最小

∴

最大値 $\frac{3}{2}$ $(\theta=\frac{7}{6}\pi,\frac{11}{6}\pi)$

最小値 -3 $(\theta=\frac{1}{2}\pi)$　⑥

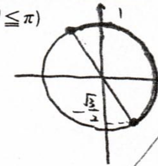
(2) $y=\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta+1$　$(0\leqq\theta\leqq\pi)$

$=2\sin(\theta-\frac{1}{3}\pi)+1$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ より

$-\frac{1}{3}\pi\leqq\theta-\frac{1}{3}\pi\leqq\frac{2}{3}\pi$

よって　$-\frac{\sqrt{3}}{2}\leqq\sin(\theta-\frac{1}{3}\pi)\leqq1$



$-\sqrt{3}\leqq2\sin(\theta-\frac{1}{3}\pi)\leqq2$

より

$1-\sqrt{3}\leqq y\leqq3$

最大は $\theta-\frac{1}{3}\pi=\frac{1}{2}\pi$

∴ $\theta=\frac{5}{6}\pi$

最小は $\theta-\frac{1}{3}\pi=-\frac{1}{3}\pi$

∴ $\theta=0$

以上より

最大値 3 $(\theta=\frac{5}{6}\pi)$

最小値 $1-\sqrt{3}$ $(\theta=0)$　⑥

8．次の方程式，不等式を解け。ただし，$0\leqq\theta<2\pi$とする。

(1) $2\cos^2\theta-3\sin\theta-3=0$

$2(1-\sin^2\theta)-3\sin\theta-3=0$

$2\sin^2\theta+3\sin\theta+1=0$

$(2\sin\theta+1)(\sin\theta+1)=0$

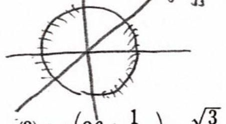
∴　$\sin\theta=-\frac{1}{2}，-1$

よって

$\theta=\frac{7}{6}\pi，\frac{3}{2}\pi，\frac{11}{6}\pi$　⑦

(2) $\sqrt{3}\tan\theta-1<0$

$\tan\theta<\frac{1}{\sqrt{3}}$



∴　$0\leqq\theta<\frac{1}{6}\pi$

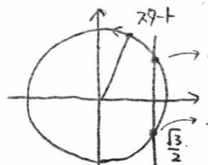
$\frac{1}{2}\pi<\theta<\frac{7}{6}\pi$

$\frac{3}{2}\pi<\theta<2\pi$　⑦

(3) $\cos\left(2\theta+\frac{1}{3}\pi\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0\leqq\theta<2\pi$ より

$\frac{1}{3}\pi\leqq2\theta+\frac{1}{3}\pi<4\pi+\frac{1}{3}\pi$



∴

$2\theta+\frac{1}{3}\pi=\frac{11}{6}\pi，\frac{13}{6}\pi，\frac{23}{6}\pi，\frac{25}{6}\pi$

$2\theta=\frac{9}{6}\pi，\frac{11}{6}\pi，\frac{21}{6}\pi，\frac{23}{6}\pi$

∴　$\theta=\frac{9}{12}\pi，\frac{11}{12}\pi，\frac{21}{12}\pi，\frac{23}{12}\pi$

ゆえに　$\theta=\frac{3}{4}\pi，\frac{11}{12}\pi，\frac{7}{4}\pi，\frac{23}{12}\pi$　⑦

(4) $\sin4\theta+\cos2\theta=0$

$2\sin2\theta\cos2\theta+\cos2\theta=0$

$\cos2\theta(2\sin2\theta+1)=0$

∴

$\cos2\theta=0$，$\sin2\theta=-\frac{1}{2}$

$0\leqq2\theta<4\pi$ より

・$\cos2\theta=0$ より　$2\theta=\frac{1}{2}\pi，\frac{3}{2}\pi，\frac{5}{2}\pi，\frac{7}{2}\pi$

・$\sin2\theta=-\frac{1}{2}$ より　$2\theta=\frac{7}{6}\pi，\frac{11}{6}\pi，\frac{19}{6}\pi，\frac{23}{6}\pi$

よって

$\theta=\frac{1}{4}\pi，\frac{3}{4}\pi，\frac{5}{4}\pi，\frac{7}{4}\pi$

$\frac{7}{12}\pi，\frac{11}{12}\pi，\frac{19}{12}\pi，\frac{23}{12}\pi$　⑦