統一テスト（図形と方程式A）Ｈ３０．１１．５　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$ 次の 2 点間の距離を求めよ。A $(-1,\ 2)$，B $(5,\ -3)$

$\boxed{2}$ 2 点 A $(-2,\ 5)$，B $(6,\ -9)$ を結ぶ線分 AB について，次の点の座標を求めよ。

(1)　2 : 1 に内分する点　　　(2)　1 : 3 に外分する点

$\boxed{3}$ 次の 3 点を頂点とする三角形の重心の座標を求めよ。　$(2,\ 2)$，$(6,\ -1)$，$(-3,\ -4)$

$\boxed{4}$ 点$(1,\ 2)$を通り，直線 $x=3$ に平行な直線の方程式を求めよ。

$\boxed{5}$ 点$(-2,\ 5)$を通り，直線 $3x+5y+1=0$ に垂直な直線の方程式を求めよ。

$\boxed{6}$ 点 $(1,\ 2)$ と直線 $5x-12y=1$ の距離を求めよ。

$\boxed{7}$ 2 点 A $(-1,\ 6)$，B $(-5,\ 4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

$\boxed{8}$ 次の方程式はどのような図形を表すか。　$x^2+y^2-6x+10y+16=0$

$\boxed{9}$ 次の 3 点 A，B，C を通る円の方程式を求めよ。A $(1,\ 1)$，B $(5,\ -1)$，C $(-3,\ -7)$

$\boxed{10}$ 円 $x^2+y^2=5$ と直線 $y=-x+1$ の共有点の座標を求めよ。

$\boxed{11}$ 円 $(x-1)^2+y^2=8$ と直線 $y=x+m$ が共有点をもたないとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$\boxed{12}$ 円 $x^2+y^2=25$ 上の点 P $(-3,\ 4)$ における接線の方程式を求めよ。

$\boxed{13}$ 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。　$\begin{cases} 2x+3y>6 \\ x-3y<9 \end{cases}$

$\boxed{1}$ y 軸上の点 P が，2 点 A $(-5,\ 2)$，B $(3,\ 5)$ から等距離にあるとき，点 P の座標を求めよ。

$\boxed{2}$ 2 直線 $x+2y+2=0$，$x-y-1=0$ の交点を通り，点 $(1,\ 3)$ を通る直線の方程式を求めよ。

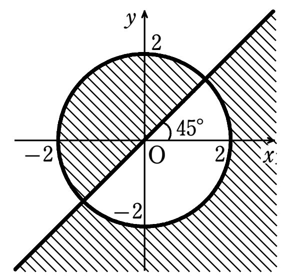
$\boxed{3}$ 点$(-1,\ 2)$を通り，x 軸と y 軸の両方に接するような円の方程式を求めよ。

$\boxed{4}$ 円 $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ 上の点 P $(4,\ 6)$ における接線の方程式を求めよ。

$\boxed{5}$ 中心が $(3,\ 0)$ で，直線 $4x-3y-2=0$ に接する円の方程式を求めよ。

$\boxed{6}$ 点 Q が放物線 $y=x^2$ 上を動くとき，点 A $(2,\ -2)$ と点 Q を結ぶ線分 AQ を $1:2$ に内分する点 P の軌跡を求めよ。

$\boxed{7}$ 右の図の斜線部分の領域を表す不等式を求めよ。ただし，境界線を含むものとする。



$\boxed{8}$ x，y が 4 つの不等式 $2x+y\leqq 6$，$x+2y\leqq 6$，$x\geqq 0$，$y\geqq 0$ を同時に満たすとき，$2x+3y$ の最大値，最小値を求めよ。

統一テスト（図形と方程式A）Ｈ３０．１１．５　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　）

1 次の2点間の距離を求めよ。A$(-1,\ 2)$，B$(5,\ -3)$

解答　$\sqrt{61}$　3

$AB=\sqrt{\{5-(-1)\}^2+(-3-2)^2}=\sqrt{61}$

2 2点 A$(-2,\ 5)$，B$(6,\ -9)$ を結ぶ線分ABについて，次の点の座標を求めよ。

(1)　2：1に内分する点　　(2)　1：3に外分する点

解答　(1)　$\left(\frac{10}{3},\ -\frac{13}{3}\right)$　3　(2)　$(-6,\ 12)$　3

(1)　$\left(\frac{1\times(-2)+2\times6}{2+1},\ \frac{1\times5+2\times(-9)}{2+1}\right)$ より　$\left(\frac{10}{3},\ -\frac{13}{3}\right)$

(2)　$\left(\frac{-3\times(-2)+1\times6}{1-3},\ \frac{-3\times5+1\times(-9)}{1-3}\right)$ より　$(-6,\ 12)$

3 次の3点を頂点とする三角形の重心の座標を求めよ。　$(2,\ 2)$，$(6,\ -1)$，$(-3,\ -4)$

解答　$\left(\frac{5}{3},\ -1\right)$　3

$\left(\frac{2+6+(-3)}{3},\ \frac{2+(-1)+(-4)}{3}\right)$ より　$\left(\frac{5}{3},\ -1\right)$

4 点$(1,\ 2)$を通り，直線 $x=3$ に平行な直線の方程式を求めよ。

解答　$x=1$　3

点$(1,2)$を通り，y軸に平行な直線より $x=1$

5 点$(-2,\ 5)$を通り，直線 $3x+5y+1=0$ に垂直な直線の方程式を求めよ。

解答　$5x-3y+25=0$　4　　$y=\frac{5}{3}x+\frac{25}{3}$ も ok.

直線 $3x+5y+1=0$ の傾きは　$-\frac{3}{5}$

求める直線の傾きを m とすると

$-\frac{3}{5}m=-1$ から　$m=\frac{5}{3}$　2

よって，求める直線の方程式は　$y-5=\frac{5}{3}\{x-(-2)\}$

すなわち　$5x-3y+25=0$

6 点$(1,\ 2)$ と直線 $5x-12y=1$ の距離を求めよ。

$\frac{1\ \ 1}{\sqrt{1^2+2^2}}$　多し

解答　$\frac{20}{13}$　3

$5x-12y=1$ から　$5x-12y-1=0$

点$(1,\ 2)$と直線の距離は　$\frac{|5\cdot1-12\cdot2-1|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=\frac{20}{13}$

7 2点 A$(-1,\ 6)$，B$(-5,\ 4)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

解答　$(x+3)^2+(y-5)^2=5$　4

求める円の中心をC，半径を r とする。

Cは線分ABの中点で，中心の座標は

$\left(\frac{-1+(-5)}{2},\ \frac{6+4}{2}\right)$　すなわち　$(-3,\ 5)$　2　　座標で書いてあれば

また，半径は　$r=CA=\sqrt{\{-1-(-3)\}^2+(6-5)^2}=\sqrt{5}$

この円の方程式は　$\{x-(-3)\}^2+(y-5)^2=(\sqrt{5})^2$

すなわち　$(x+3)^2+(y-5)^2=5$

8 次の方程式はどのような図形を表すか。　$x^2+y^2-6x+10y+16=0$

解答　中心が点$(3,\ -5)$，半径が $3\sqrt{2}$ の円　2　2　4

方程式を変形すると　$(x^2-6x+9)-9+(y^2+10y+25)-25+16=0$

すなわち　$(x-3)^2+(y+5)^2=(3\sqrt{2})^2$

よって，方程式の表す図形は，中心が点$(3,\ -5)$，半径が $3\sqrt{2}$ の円である。

9 次の3点A，B，Cを通る円の方程式を求めよ。A$(1,\ 1)$，B$(5,\ -1)$，C$(-3,\ -7)$

解答　$x^2+y^2-2x+8y-8=0$　5

求める円の方程式を $x^2+y^2+lx+my+n=0$ とする。

点Aを通るから　$1^2+1^2+l+m+n=0$

点Bを通るから　$5^2+(-1)^2+5l-m+n=0$

点Cを通るから　$(-3)^2+(-7)^2-3l-7m+n=0$

整理すると　$l+\ m+n+2=0$

$5l-\ m+n+26=0$

$3l+7m-n-58=0$　4

これを解くと　$l=-2,\ m=8,\ n=-8$

よって，求める円の方程式は　$x^2+y^2-2x+8y-8=0$

10 円 $x^2+y^2=5$ と直線 $y=-x+1$ の共有点の座標を求めよ。

解答　$(-1,\ 2)$，$(2,\ -1)$　4

$\begin{cases} x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ① \\ y=-x+1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②を①に代入して　$x^2+(-x+1)^2=5$

整理すると　$x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$ より　$x=-1,\ 2$　2

②に代入して

$x=-1$ のとき $y=2$，$x=2$ のとき $y=-1$

よって，共有点の座標は　$(-1,\ 2)$，$(2,\ -1)$

11 円 $(x-1)^2+y^2=8$ と直線 $y=x+m$ が共有点をもたないとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

解答　$m<-5,\ 3<m$　4

$\begin{cases} (x-1)^2+y^2=8 & \cdots\cdots ① \\ y=x+m & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②を①に代入して整理すると　$2x^2+2(-1+m)x+(m^2-7)=0$

判別式を D とすると

$\frac{D}{4}=(-1+m)^2-2(m^2-7)=-m^2-2m+15=-(m+5)(m-3)$　2

この円と直線が共有点をもたないのは，$D<0$ のときである。

よって，$(m+5)(m-3)>0$ より　$m<-5,\ 3<m$

12 円 $x^2+y^2=25$ 上の点 P$(-3,\ 4)$ における接線の方程式を求めよ。

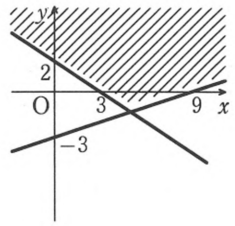
解答　$-3x+4y=25$　3　　$y=\frac{3}{4}x+\frac{25}{4}$ も o.k.

公式より $-3x+4y=25$

13 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。　$\begin{cases} 2x+3y>6 \\ x-3y<9 \end{cases}$　4

解答　[図]　境界線を含まない

なければ -1



x軸，y軸，原点がなければ -1

$2x+3y>6$ から　$y>-\frac{2}{3}x+2$

$x-3y<9$ から　$y>\frac{1}{3}x-3$

よって，求める領域は，直線 $y=-\frac{2}{3}x+2$ の上側の部分と直線 $y=\frac{1}{3}x-3$ の上側の部分に共通する部分で，[図]の斜線部分である。

ただし，境界線を含まない。

/50

統一テスト（図形と方程式B）H３０．１１．５　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　）

1 y 軸上の点Pが，2点A$(-5,\ 2)$，B$(3,\ 5)$から等距離にあるとき，点Pの座標を求めよ。

⑥

解答 $\left(0,\ \frac{5}{6}\right)$

求める点Pは y 軸上の点であるから，Pの座標を$(0,\ y)$とする。

$AP=BP$ より　$AP^2=BP^2$

よって　$\{0-(-5)\}^2+(y-2)^2=(0-3)^2+(y-5)^2$

整理して，$6y=5$ より　$y=\frac{5}{6}$

したがって，点Pの座標は　$\left(0,\ \frac{5}{6}\right)$

2 2直線 $x+2y+2=0$，$x-y-1=0$ の交点を通り，点$(1,\ 3)$を通る直線の方程式を求めよ。

交点$(0,-1)$ ②

解答 $4x-y-1=0$　⑥　$y=4x-1$ も o.k.

k を定数とする。

方程式 $x+2y+2+k(x-y-1)=0$ ……① は，2直線の交点を通る直線を表す。

直線①が点$(1,\ 3)$を通るとき　$1+2\cdot3+2+k(1-3-1)=0$

式を整理して，$9-3k=0$ より　$k=3$　③

これを①に代入して整理すると　$4x-y-1=0$

kで活るように

3 点$(-1,\ 2)$を通り，x 軸と y 軸の両方に接するような円の方程式を求めよ。

⑥

解答 $(x+1)^2+(y-1)^2=1$，$(x+5)^2+(y-5)^2=25$

円の中心は第2象限にあるので，半径を r とおくと，中心の座標は$(-r,\ r)$と表せる。

よって，求める円の方程式は　$(x+r)^2+(y-r)^2=r^2$

この円が点$(-1,\ 2)$を通るから　$(-1+r)^2+(2-r)^2=r^2$

式を整理して　$r^2-6r+5=0$

$(r-1)(r-5)=0$ より　$r=1,\ 5$　③

したがって，求める円の方程式は

$(x+1)^2+(y-1)^2=1$，$(x+5)^2+(y-5)^2=25$

4 円 $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ 上の点P$(4,\ 6)$における接線の方程式を求めよ。

解答 $3x+4y-36=0$　⑥　$y=-\frac{3}{4}x+9$ も o.k.

円 $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ ……①

を中心$(1,\ 2)$が原点$(0,\ 0)$にくるように平行移動すると

円 $x^2+y^2=25$ ……②

この平行移動により，円①上の点$(4,\ 6)$は点$(3,\ 4)$に移る。

意味不明な公式を作る者多し

点$(3,\ 4)$における円②の接線の方程式は

$3x+4y=25$ ……③

求める接線は，③を x 軸方向に1，y 軸方向に2だけ平行移動したもので，その方程式は

$3(x-1)+4(y-2)=25$　③

すなわち　$3x+4y-36=0$

別解 円の中心C$(1,\ 2)$と点P$(4,\ 6)$を結ぶ直線CPの傾きは

$\frac{6-2}{4-1}=\frac{4}{3}$

である。

接線はCPに垂直であるから，接線の傾きは $-\frac{3}{4}$ である。

よって，求める接線の方程式は

$y-6=-\frac{3}{4}(x-4)$　③

すなわち　$3x+4y-36=0$

5 中心が$(3,\ 0)$で，直線 $4x-3y-2=0$ に接する円の方程式を求めよ。

解答 $(x-3)^2+y^2=4$　⑥

点$(3,\ 0)$と直線 $4x-3y-2=0$ の距離は

$\frac{|4\cdot3-3\cdot0-2|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{10}{\sqrt{25}}=2$

円が直線に接するとき，この円の半径は　2　③

よって，求める円の方程式は　$(x-3)^2+y^2=2^2$

すなわち　$(x-3)^2+y^2=4$

6 点Qが放物線 $y=x^2$ 上を動くとき，点A$(2,\ -2)$と点Qを結ぶ線分AQを1：2に内分する点Pの軌跡を求めよ。

なければ(−2)　⑥

解答 放物線 $y=3x^2-8x+4$

点Qは放物線 $y=x^2$ 上にあるから，Qの座標を$(s,\ t)$とすると

$t=s^2$ ……①

また，点Pは線分AQを1：2に内分する点であるから，Pの座標を$(x,\ y)$とすると

$x=\frac{2\cdot2+s}{1+2}$，$y=\frac{2\cdot(-2)+t}{1+2}$

すなわち　$s=3x-4$，$t=3y+4$

これらを①に代入して　$3y+4=(3x-4)^2$　③

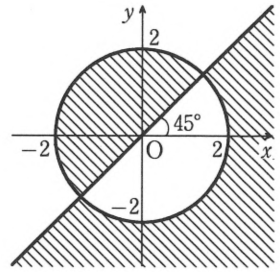
整理すると　$y=3x^2-8x+4$

よって，点Pは放物線 $y=3x^2-8x+4$ 上にある。

逆に，この放物線上のすべての点P$(x,\ y)$は，条件を満たす。

したがって，点Pの軌跡は，放物線 $y=3x^2-8x+4$ である。

7 右の図の斜線部分の領域を表す不等式を求めよ。
ただし，境界線を含むものとする。



⑥

解答 $(x^2+y^2-4)(y-x)\leqq0$

境界線の方程式は　$x^2+y^2=4$，$y=x$

図の斜線部分の領域は，次の2組の連立不等式の表す領域である。

$\begin{cases}x^2+y^2\leqq4\\y\geqq x\end{cases}$　または　$\begin{cases}x^2+y^2\geqq4\\y\leqq x\end{cases}$

よって

$\begin{cases}x^2+y^2-4\leqq0\\y-x\geqq0\end{cases}$　または　$\begin{cases}x^2+y^2-4\geqq0\\y-x\leqq0\end{cases}$　④

したがって，求める不等式は　$(x^2+y^2-4)(y-x)\leqq0$

8 x，y が4つの不等式 $2x+y\leqq6$，$x+2y\leqq6$，$x\geqq0$，$y\geqq0$ を同時に満たすとき，$2x+3y$ の最大値，最小値を求めよ。

⑧

解答 $x=2$，$y=2$ のとき最大値10；$x=0$，$y=0$ のとき最小値0

2直線 $2x+y=6$，$x+2y=6$ の交点の座標は　$(2,\ 2)$

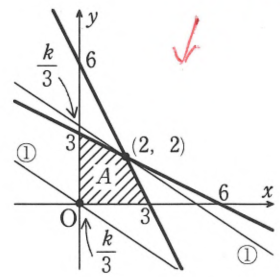
与えられた連立不等式の表す領域を A とする。

図示せよ

領域 A は4点

$(0,\ 0)$，$(3,\ 0)$，$(2,\ 2)$，$(0,\ 3)$

を頂点とする四角形の周および内部である。　②



$2x+3y=k$ ……①

とおくと

$y=-\frac{2}{3}x+\frac{k}{3}$

これは傾きが $-\frac{2}{3}$，y 切片が $\frac{k}{3}$ である直線を表す。

図から，直線①が

点$(2,\ 2)$を通るとき k は最大で，そのとき　$k=10$

点$(0,\ 0)$を通るとき k は最小で，そのとき　$k=0$

である。よって，$2x+3y$ は

$x=2$，$y=2$ のとき最大値10　をとり，

$x=0$，$y=0$ のとき最小値0　をとる。　(各③)

x, y も求めさせるように

/50