

1 次の□に適する数・式を入れよ。(各4点)

(1) 3点A(1,1),B(5,2),C(3,4)について

線分ABの長さは□

線分ABを2:1に内分する点の座標は□

線分ABを2:1に外分する点の座標は□

△ABCの重心の座標は□である。

(2) 点A(1,1)を通り,

直線 $3x+2y+1=0$ に平行な直線の方程式は□

直線 $3x+2y+1=0$ に垂直な直線の方程式は□

である。

(3) 点A(1,1)を中心とする円が, 直線 $2x+3y+4=0$ と接するとき,

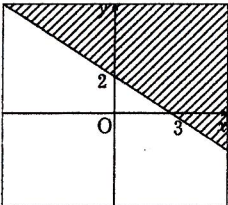
円の半径は□であり, 円の方程式は□である。

(4) 直線 $3x+4y=25$ が円 $x^2+y^2=25$ の接線であるとき, 接点の座標

は□である。

(5) 下の図の斜線部を表す不等式は□である。

ただし, 境界線を含む。



2 直線 $y=-2x-5$ に関して, 点A(4,-3)と対称な点Bの座標を求めよ。(10点)

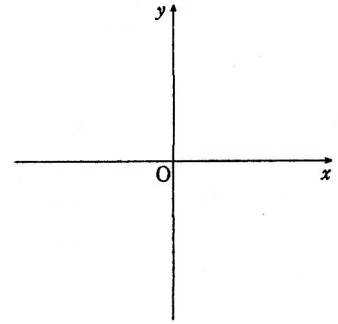
3 3点(2,0),(3,-1),(4,2)を通る円の方程式を求めよ。(10点)

4 点 $(3, 1)$ から円 $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$ に引いた接線の方程式を求めよ。

(10点)

6 x, y が連立不等式 $x^2 + y^2 \leq 25, x \leq 0$ を満たすとき、次の間に答えよ。

(1) 連立不等式 $x^2 + y^2 \leq 25, x \leq 0$ が満たす領域を図示せよ。(5点)



(2) $3x + 4y$ の取り得る値の範囲を求めよ。(10点)

5 放物線 $y = x^2 - 4ax + 1$ の頂点 P について、次の間に答えよ。ただし、 a は実数とする。

(1) 点 P の座標を a で表せ。(5点)

(2) a の値が変化するとき、点 P の軌跡を求めよ。(10点)

1 次の に適する数・式を入れよ。(各4点)(1) 3点 $A(1, 1)$, $B(5, 2)$, $C(3, 4)$ について線分 AB の長さは $(5-1)^2 + (2-1)^2 = 16+1 = 17$ 線分 AB を 2:1 に内分する点の座標は $x = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 5}{2+1} = \frac{11}{3}$
 $y = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 2}{2+1} = \frac{5}{3}$ 線分 AB を 2:1 に外分する点の座標は $x = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 5}{2-1} = 11$
 $y = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 2}{2-1} = 3$ $\triangle ABC$ の重心の座標は である。

$$x = \frac{1+5+3}{3} = 3$$
$$y = \frac{1+2+4}{3} = \frac{7}{3}$$

(2) 点 $A(1, 1)$ を通り、直線 $3x+2y+1=0$ に平行な直線の方程式は $3x+2y+k=0$ とおくと $3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + k = 0$ より $k = -5$

$$3x + 2y - 5 = 0$$

直線 $3x+2y+1=0$ に垂直な直線の方程式は $2x-3y+k=0$ とおくと $2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + k = 0$ より $k = 1$

$$2x - 3y + 1 = 0$$

である。

(3) 点 $A(1, 1)$ を中心とする円が、直線 $2x+3y+4=0$ と接するとき、円の半径は であり、円の方程式は

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{8}{13}$$
 である。

半径は A と $2x+3y+4=0$ の距離に等しい。

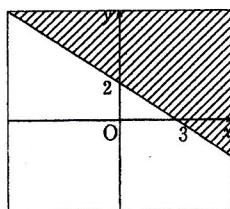
$$r = \frac{|2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{9}{\sqrt{13}}$$

(4) 直線 $3x+4y=25$ が円 $x^2+y^2=25$ の接線であるとき、接点の座標は である。円上の点 (x_1, y_1) における円の接線は $x_1x + y_1y = 25$ $3x+4y=25$ の係数の組 $(3, 4)$ は $3^2+4^2=25$ を満たす。(5) 下の図の斜線部を表す不等式は である。

ただし、境界線を含む。

境界線は

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

2 直線 $y=-2x-5$ に関して、点 $A(4, -3)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

(10点)

 $y=-2x-5$ に垂直な直線の傾きは

$$-2m = -1 \text{ より } m = \frac{1}{2}$$

直線 AB の方程式は、

$$y+3 = \frac{1}{2}(x-4), \quad y = \frac{1}{2}x - 5$$

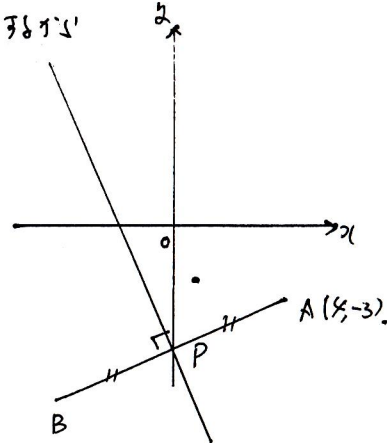
 $y=-2x-5$ と $y=\frac{1}{2}x-5$ の交点 P を求めると

$$-2x-5 = \frac{1}{2}x-5 \text{ より } x=0, y=-5$$

よって $P(0, -5)$ B は AP を 2:1 に外分する点

$$x = \frac{-1 \cdot 4 + 2 \cdot 0}{2-1} = -4$$

$$y = \frac{-1 \cdot (-3) + 2 \cdot (-5)}{2-1} = -7$$

よって $B(-4, -7)$ 3 3点 $(2, 0)$, $(3, -1)$, $(4, 2)$ を通る円の方程式を求めよ。(10点)

求める円の方程式を

$$x^2 + y^2 + lx + my + n = 0 \text{ とおくと}$$

3点を通るから

$$\begin{cases} 2^2 + 0^2 + l \cdot 2 + m \cdot 0 + n = 0 \\ 3^2 + (-1)^2 + l \cdot 3 + m \cdot (-1) + n = 0 \\ 4^2 + 2^2 + l \cdot 4 + m \cdot 2 + n = 0 \end{cases}$$

整理して

$$\begin{cases} 2l + m + n = -4 & \text{--- ①} \\ 3l - m + n = -10 & \text{--- ②} \\ 4l + 2m + n = -20 & \text{--- ③} \end{cases}$$

② $\times 2$ + ③

$$\begin{array}{rcl} 6l - 2m + 2n & = & -20 \\ +) & 4l + 2m + n & = -20 \\ \hline 10l & + & 3n = -40 \end{array} \quad \text{--- ④}$$

④ $-\text{①} \times 3$
より

$$\begin{array}{rcl} 10l + 3n & = & -40 \\ -) & 6l + 3n & = -12 \\ \hline 4l & = & -28 \end{array}$$

$$l = -7$$

④ $n + l \times 2$

$$\begin{array}{rcl} 3n & = & -40 + 70 = 30 \\ n & = & 10 \end{array}$$

② $n + l \times 2$

$$m = 3 \times (-7) + 10 + 10 = -1$$

$$\text{よって } x^2 + y^2 - 7x - y + 10 = 0$$

4 点(3,1)から円 $x^2+y^2-2x+6y=0$ に引いた接線の方程式を求めよ。(10点)

$$x^2+y^2-2x+6y=0 \text{ を変形して}$$

$$(x-1)^2+(y+3)^2=10$$

接点はx軸に垂直でないが'

接線の傾きを m とおくと

接線の方程式は

$$y-1=m(x-3)$$

$$mx-y-3m+1=0 \quad \text{--- ①}$$

①と円の中心(1,-3)との距離は円の半径 $\sqrt{10}$ に等しいから

$$\frac{|m \cdot 1 - (-3) - 3m + 1|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}$$

$$|-2m+4| = \sqrt{10} \sqrt{m^2+1}$$

両辺を2乗して

$$4m^2 - 16m + 16 = 10m^2 + 10$$

$$6m^2 + 16m - 6 = 0$$

$$3m^2 + 8m - 3 = (3m-1)(m+3) = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{3}, -3$$

$$m = \frac{1}{3} \text{ のとき } y-1 = \frac{1}{3}(x-3) \quad y = \frac{1}{3}x$$

$$m = -3 \text{ のとき } y-1 = -3(x-3) \quad y = -3x+10$$

5 放物線 $y=x^2-4ax+1$ の頂点 P について、次の間に答えよ。ただし、 a は実数とする。

(1) 点 P の座標を a で表せ。(5点)

$$y = (x-2a)^2 - 4a^2 + 1$$

$$\therefore P(2a, -4a^2+1)$$

(2) a の値が変化するとき、点 P の軌跡を求めよ。(10点)

$P(x, y)$ とおくと

$$\begin{cases} x = 2a \\ y = -4a^2 + 1 \end{cases}$$

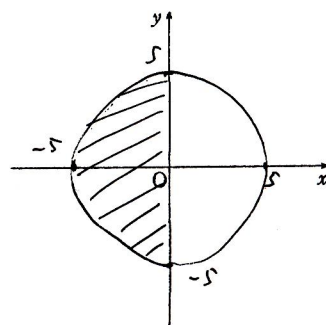
$$\therefore y = -(2a)^2 + 1$$

$$= -x^2 + 1$$

$$\underline{y = -x^2 + 1}$$

6 x, y が連立不等式 $x^2+y^2 \leq 25, x \leq 0$ を満たすとき、次の間に答えよ。

(1) 連立不等式 $x^2+y^2 \leq 25, x \leq 0$ が満たす領域を図示せよ。(5点)



右図斜線部
境界線を含む。

(2) $3x+4y$ の取り得る値の範囲を求めよ。(10点)

$$3x+4y = K \text{ とおくと}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{K}{4}$$

よ) 点(0,5)を通るとき K は最大で

$$K = 3 \cdot 0 + 4 \cdot 5 = 20.$$

$3x+4y-K=0$ と円が第3象限で

接するとき K は最小

このとき

$$\frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - K|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 5$$

$$|K| = 25.$$

第3象限で接するとき $K < 0$

$$\therefore K = -25.$$

したがって

$$\underline{-25 \leq 3x+4y \leq 20}$$

