

1. 2点 A(-5), B(3)について、次のものを求めよ。

(1) A, B 間の距離 (2) 線分 AB の中点の座標  
(3) 線分 AB を 2 : 1 に内分、外分する点の座標  
(4) 線分 AB を 1 : 3 に内分、外分する点の座標

2. 次の2点間の距離を求めよ。

(1) (0, 0), (4, 3) (2) (-2, 3), (4, 0) (3) (1, 5), (6, 7)

3. 与えられた2点 A, B を結ぶ線分 AB に対して、次の点の座標を求めよ。

(1) A(-2, 5), B(4, 3) 中点 (2) A(2, 3), B(8, 0) 3等分点  
(3) A(1, 4), B(5, -2) 2:1の比に内分、外分する点  
(4) A(4, 7), B(2, 1) 2:3の比に内分、外分する点

4. 次の3点を頂点とする  $\triangle ABC$  の重心の座標を求めよ。

(1) A(4, 7), B(2, 1), C(-3, -2) (2) A(-3, 0), B(2, 5), C(2, 1)

5. 3点 A(2, 8), B(-3, -2), C(7, 3)について、線分 AB, BC, CA を 3 : 2 に内分する点を、それぞれ D, E, F とする。次の点の座標を求めよ。

(1) D, E, F (2)  $\triangle ABC$  の重心 (3)  $\triangle DEF$  の重心

6. 次の3点を頂点とする三角形はどんな形の三角形か。

(1) O(0, 0), A(12, 5), B(5, 12) (2) A(1, 4), B(-1, 1), C(2, -1)

7. 3点 A(-3, 1), B(3, 4), C(1, -2)について、次の点の座標を求めよ。

(1) 線分 AB の3等分点 (2)  $\triangle ABC$  の重心

8. 次の点の座標を求めよ。

(1) 2点 A(2, 1), B(5, -2) から等距離にある x 軸上の点  
(2) 2点 A(1, 4), B(3, 1) から等距離にある直線  $y = 2x - 1$  上の点

9. 3点 A(1, -2), B(-1, 2), C を頂点とする三角形が正三角形になるとき、点 C の座標を求めよ。

11. (1) 点 A(2, 3)について、原点 O と対称な点 Q の座標を求めよ。

(2) 点 A(-1, 2)について、点 P(2, 5)と対称な点 Q の座標を求めよ。

14. 次のような直線の方程式を求めよ。

- (1) 点(3, 4)を通り、傾きが 2 の直線
- (2) 点(-2, 3)を通り、x 軸に平行な直線と垂直な直線
- (3) 2点(3, -5), (8, 5)を通る直線
- (4) 2点(-2, 5), (4, -3)を通る直線
- (5) 2点(3, 5), (3, -2)を通る直線
- (6) 2点(1, 5), (-1, 5)を通る直線

10. 3点 A(-2, 5), B(1, 2), C(4, 3)を頂点にもつ平行四辺形の対角線の交点 P、および第 4 の頂点 D の座標を求めよ。

12. 3辺の中点の座標が  $(5, 2)$ ,  $\left(6, \frac{9}{2}\right)$ ,  $\left(3, \frac{7}{2}\right)$  である三角形の 3つの頂点の座標を求めよ。

13. 次の方程式の表す直線を、座標平面上にかけ。

(1)  $3x - 2y + 6 = 0$

(2)  $4x + 8 = 0$

(3)  $-3y + 9 = 0$

15. 次の 3点が同じ直線上にあるとき、 $a$  の値を求めよ。

(1) (2, 5), (4, 9), (-1,  $a$ )

(2) (1, 2), (0,  $a$ ), ( $a$ , -4)

1. 2点 A(-5), B(3)について、次のものを求めよ。

- (1) A, B間の距離 (2) 線分 ABの中点の座標  
 (3) 線分 ABを 2:1 に内分、外分する点の座標  
 (4) 線分 ABを 1:3 に内分、外分する点の座標

**解答** (1) 8 (2) -1 (3) 順に  $\frac{1}{3}, 11$  (4) 順に -3, -9**解説**

(1) 後ろ-前 = 3 - (-5) = 8 (2)  $\frac{-5+3}{2} = -1$

(3) 内分する点の座標、外分する点の座標の順に

$$\frac{1 \cdot (-5) + 2 \cdot 3}{2+1} = \frac{1}{3}, \quad \frac{-1 \cdot (-5) + 2 \cdot 3}{2-1} = 11$$

(4) 内分する点の座標、外分する点の座標の順に

$$\frac{3 \cdot (-5) + 1 \cdot 3}{1+3} = -3, \quad \frac{-3 \cdot (-5) + 1 \cdot 3}{1-3} = -9$$

2. 次の2点間の距離を求めよ。

- (1) (0, 0), (4, 3) (2) (-2, 3), (4, 0) (3) (1, 5), (6, 7)

**解答** (1) 5 (2)  $3\sqrt{5}$  (3)  $\sqrt{29}$ **解説**

(1)  $\sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$   
 (2)  $\sqrt{(4-(-2))^2 + (0-3)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$   
 (3)  $\sqrt{(6-1)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{29}$

3. 与えられた2点 A, Bを結ぶ線分 ABに対して、次の点の座標を求めよ。

- (1) A(-2, 5), B(4, 3) 中点 (2) A(2, 3), B(8, 0) 3等分点  
 (3) A(1, 4), B(5, -2) 2:1 の比に内分、外分する点  
 (4) A(4, 7), B(2, 1) 2:3 の比に内分、外分する点

**解答** (1) (1, 4) (2) (4, 2), (6, 1) (3) 順に  $\left(\frac{11}{3}, 0\right), (9, -8)$ 

(4) 順に  $\left(\frac{16}{5}, \frac{23}{5}\right), (8, 19)$

**解説**

$$(1) \left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5+3}{2}\right) \text{ すなわち } (1, 4)$$

$$(2) \left(\frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 8}{1+2}, \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 0}{1+2}\right) \text{ すなわち } (4, 2)$$

$$\left(\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 8}{2+1}, \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 0}{2+1}\right) \text{ すなわち } (6, 1)$$

よって、点 A に近い方から (4, 2), (6, 1)

(3) 内分する点の座標、外分する点の座標の順に

$$\left(\frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 5}{2+1}, \frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot (-2)}{2+1}\right) \text{ すなわち } \left(\frac{11}{3}, 0\right)$$

$$\left(\frac{-1 \cdot 1 + 2 \cdot 5}{2-1}, \frac{-1 \cdot 4 + 2 \cdot (-2)}{2-1}\right) \text{ すなわち } (9, -8)$$

(4) 内分する点の座標、外分する点の座標の順に

$$\left(\frac{3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}{2+3}, \frac{3 \cdot 7 + 2 \cdot 1}{2+3}\right) \text{ すなわち } \left(\frac{16}{5}, \frac{23}{5}\right)$$

$$\left(\frac{-3 \cdot 4 + 2 \cdot 2}{2-3}, \frac{-3 \cdot 7 + 2 \cdot 1}{2-3}\right) \text{ すなわち } (8, 19)$$

4. 次の3点を頂点とする  $\triangle ABC$  の重心の座標を求めよ。

- (1) A(4, 7), B(2, 1), C(-3, -2) (2) A(-3, 0), B(2, 5), C(2, 1)

**解答** (1) (1, 2) (2)  $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$ **解説**

(1)  $\left(\frac{4+2+(-3)}{3}, \frac{7+1+(-2)}{3}\right) \text{ すなわち } (1, 2)$

(2)  $\left(\frac{-3+2+2}{3}, \frac{0+5+1}{3}\right) \text{ すなわち } \left(\frac{1}{3}, 2\right)$

5. 3点 A(2, 8), B(-3, -2), C(7, 3)について、線分 AB, BC, CA を 3:2 に内分する点を、それぞれ D, E, Fとする。次の点の座標を求めよ。

- (1) D, E, F (2)
- $\triangle ABC$
- の重心 (3)
- $\triangle DEF$
- の重心

**解答** (1) D(-1, 2), E(3, 1), F(4, 6) (2) (2, 3) (3) (2, 3)**解説**

(1)  $\left(\frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot (-3)}{3+2}, \frac{2 \cdot 8 + 3 \cdot (-2)}{3+2}\right) \text{ すなわち } D(-1, 2)$

$$\left(\frac{2 \cdot (-3) + 3 \cdot 7}{3+2}, \frac{2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3}{3+2}\right) \text{ すなわち } E(3, 1)$$

$$\left(\frac{2 \cdot 7 + 3 \cdot 2}{3+2}, \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 8}{3+2}\right) \text{ すなわち } F(4, 6)$$

(2)  $\left(\frac{2+(-3)+7}{3}, \frac{8+(-2)+3}{3}\right) \text{ すなわち } (2, 3)$

(3)  $\left(\frac{-1+3+4}{3}, \frac{2+1+6}{3}\right) \text{ すなわち } (2, 3)$

6. 次の3点を頂点とする三角形はどんな形の三角形か。

- (1) O(0, 0), A(12, 5), B(5, 12) (2) A(1, 4), B(-1, 1), C(2, -1)

**解答** (1) OA=OBの二等辺三角形(2)  $\angle B=90^\circ$ の直角二等辺三角形**解説**

(1)  $OA = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

$$OB = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$$AB = \sqrt{(5-12)^2 + (12-5)^2} = \sqrt{2 \cdot 7^2} = 7\sqrt{2}$$

したがって、 $\triangle OAB$  は OA=OB の二等辺三角形である。

(2)  $AB = \sqrt{(-1-1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{13}$

$$BC = \sqrt{(2-(-1))^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{13}$$

$$CA = \sqrt{(1-2)^2 + (4-(-1))^2} = \sqrt{26}$$

よって  $AB^2 + BC^2 = 13 + 13 = 26 = CA^2$  より三平方の定理が成り立つ。また  $AB = BC$  したがって、 $\triangle ABC$  は  $\angle B = 90^\circ$  の直角二等辺三角形である。

7. 3点 A(-3, 1), B(3, 4), C(1, -2)について、次の点の座標を求めよ。

- (1) 線分 AB の 3 等分点

- (2)
- $\triangle ABC$
- の重心

**解答** (1) (-1, 2), (1, 3) (2)  $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ **解説**

(1) 線分 AB を 1:2, 2:1 にそれぞれ内分する点が求める点である。

$$\left(\frac{2 \cdot (-3) + 1 \cdot 3}{1+2}, \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 4}{1+2}\right) \text{ すなわち } (-1, 2)$$

$$\left(\frac{1 \cdot (-3) + 2 \cdot 3}{2+1}, \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 4}{2+1}\right) \text{ すなわち } (1, 3)$$



$$\left(\frac{(-3) + 3 + 1}{3}, \frac{1 + 4 + (-2)}{3}\right) \text{ すなわち } \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

8. 次の点の座標を求めよ。

- (1) 2点 A(2, 1), B(5, -2) から等距離にある x 軸上の点

- (2) 2点 A(1, 4), B(3, 1) から等距離にある直線
- $y=2x-1$
- 上の点

**解答** (1) (4, 0) (2)  $\left(\frac{13}{8}, \frac{9}{4}\right)$ **解説**(1) 求める点は x 軸上にあるので  $P(x, 0)$  とする。

$$AP = BP \text{ から } AP^2 = BP^2$$

$$\text{したがって } (x-2)^2 + (0-1)^2 = (x-5)^2 + (0-(-2))^2$$

$$\text{整理して } 6x - 24 = 0$$

$$\text{よって } x = 4$$

ゆえに、求める点の座標は (4, 0)

- (2) 求める点を
- $P$
- とすると、
- $P$
- は直線
- $y=2x-1$
- 上にあるから、その点の x 座標を
- $t$
- とする
- 
- と y 座標は
- $y=2t-1$
- より、
- $P(t, 2t-1)$
- とおくことができる。

$$AP = BP \text{ から } AP^2 = BP^2$$

$$\text{したがって } (t-1)^2 + (2t-1-4)^2 = (t-3)^2 + (2t-1-1)^2$$

$$(t-1)^2 + (2t-5)^2 = (t-3)^2 + (2t-2)^2$$

$$\text{整理して } 8t - 13 = 0$$

$$\text{よって } t = \frac{13}{8} \quad \text{このとき } 2t-1 = 2 \cdot \frac{13}{8} - 1 = \frac{9}{4}$$

ゆえに、求める点の座標は  $\left(\frac{13}{8}, \frac{9}{4}\right)$ 

9. 3点 A(1, -2), B(-1, 2), C を頂点とする三角形が正三角形になるとき、点 C の座標を求めよ。

**解答**  $(2\sqrt{3}, \sqrt{3}), (-2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ **解説**点 C の座標を  $(x, y)$  とおく。 $\triangle ABC$  が正三角形であるとき  $AB = BC = CA$ 

$$\text{すなわち } AB^2 = BC^2 = CA^2$$

$$AB^2 = BC^2 \text{ から } (-1-1)^2 + (2-(-2))^2 = [x - (-1)]^2 + (y - 2)^2$$

$$BC^2 = CA^2 \text{ から } [x - (-1)]^2 + (y - 1)^2 = [x - (1)]^2 + (-2 - y)^2$$

$$\text{整理すると } (x+1)^2 + (y-2)^2 = 20 \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

$$x = 2y \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して } (2y+1)^2 + (y-2)^2 = 20$$

$$\text{整理すると } 5y^2 = 15 \quad \text{よって } y = \pm\sqrt{3}$$

②から  $y=\sqrt{3}$  のとき  $x=2\sqrt{3}$ ,  $y=-\sqrt{3}$  のとき  $x=-2\sqrt{3}$

よって、点Cの座標は  $(2\sqrt{3}, \sqrt{3}), (-2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$

10. 3点A(-2, 5), B(1, 2), C(4, 3)を頂点にもつ平行四辺形の対角線の交点P, および第4の頂点Dの座標を求めよ。

解答 P(1, 4), D(1, 6); P $\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$ , D $\left(-5, 4\right)$ ; P $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ , D(7, 0)

解説

題意の平行四辺形は

[1] 平行四辺形ABCD [2] 平行四辺形ADBC [3] 平行四辺形ABDC  
の3通りが考えられる。また、平行四辺形では、対角線の交点は対角線の中点である。

点Dの座標を(x, y)とおく。

[1] 平行四辺形ABCDのとき

Pは線分ACの中点であるから、その座標は

$$\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5+3}{2}\right) \text{ すなわち } (1, 4)$$

これが、線分BDの中点と一致するから

$$\frac{1+x}{2}=1, \frac{2+y}{2}=4$$

ゆえに  $x=1, y=6$

よって、点Dの座標は (1, 6)

[2] 平行四辺形ADBCのとき

Pは線分ABの中点であるから、その座標は

$$\left(\frac{-2+1}{2}, \frac{5+2}{2}\right) \text{ すなわち } \left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

これが、線分DCの中点と一致するから

$$\frac{x+4}{2}=-\frac{1}{2}, \frac{y+3}{2}=\frac{7}{2}$$

ゆえに  $x=-5, y=4$

よって、点Dの座標は (-5, 4)

[3] 平行四辺形ABDCのとき

Pは線分BCの中点であるから、その座標は

$$\left(\frac{1+4}{2}, \frac{2+3}{2}\right) \text{ すなわち } \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

これが、線分ADの中点と一致するから

$$\frac{-2+x}{2}=\frac{5}{2}, \frac{5+y}{2}=\frac{5}{2}$$

ゆえに  $x=7, y=0$

よって、点Dの座標は (7, 0)

11. (1) 点A(2, 3)について、原点Oと対称な点Qの座標を求めよ。

(2) 点A(-1, 2)について、点P(2, 5)と対称な点Qの座標を求めよ。

解答 (1) (4, 6) (2) (-4, -1)

解説

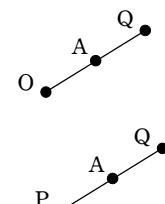
点Qの座標を(x, y)とおく。

(1) 線分OQの中点がAであるから  $\frac{0+x}{2}=2, \frac{0+y}{2}=3$

よって  $x=4, y=6$

したがって、点Qの座標は (4, 6)

(2) 線分PQの中点がAであるから  $\frac{2+x}{2}=-1, \frac{5+y}{2}=2$



よって  $x=-4, y=-1$

したがって、点Qの座標は (-4, -1)

12. 3辺の中点の座標が  $(5, 2), \left(6, \frac{9}{2}\right), \left(3, \frac{7}{2}\right)$  である三角形の3つの頂点の座標を求めよ。

解答 (2, 1), (8, 3), (4, 6)

解説

3つの頂点の座標を  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$  とし、辺AB, BC, CAの中点の座標が、それぞれ  $(5, 2), \left(6, \frac{9}{2}\right), \left(3, \frac{7}{2}\right)$  であるとする。

このとき、x座標について  $\frac{x_1+x_2}{2}=5, \frac{x_2+x_3}{2}=6, \frac{x_3+x_1}{2}=3$

ゆえに  $x_1+x_2=10, x_2+x_3=12, x_3+x_1=6$

この連立方程式を解いて  $x_1=2, x_2=8, x_3=4$

また、y座標について  $\frac{y_1+y_2}{2}=2, \frac{y_2+y_3}{2}=\frac{9}{2}, \frac{y_3+y_1}{2}=\frac{7}{2}$

ゆえに  $y_1+y_2=4, y_2+y_3=9, y_3+y_1=7$

連立方程式を解いて  $y_1=1, y_2=3, y_3=6$

よって、3つの頂点の座標は (2, 1), (8, 3), (4, 6)

(4) 2点(-2, 5), (4, -3)を通る直線

(5) 2点(3, 5), (3, -2)を通る直線

(6) 2点(1, 5), (-1, 5)を通る直線

解答 (1)  $y=2x-2$  (2) 順に  $y=3, x=-2$  (3)  $y=2x-11$

$$(4) y=-\frac{4}{3}x+\frac{7}{3}$$

(5)  $x=3$  (6)  $y=5$

解説

(1)  $y-4=2(x-3)$  すなわち  $y=2x-2$

(2) x軸に平行な直線:  $y=3$  x軸に垂直な直線:  $x=-2$

(3)  $y-(-5)=\frac{5-(-5)}{8-3}(x-3)$  すなわち  $y=2x-11$

(4)  $y-5=\frac{-3-5}{4-(-2)}(x-(-2))$  すなわち  $y=-\frac{4}{3}x+\frac{7}{3}$

(5) 2点のx座標がともに3であるから、求める方程式は  $x=3$

(6) 2点のy座標がともに5であるから、求める方程式は  $y=5$

15. 次の3点が同じ直線上にあるとき、aの値を求めよ。

(1) (2, 5), (4, 9), (-1, a)

(2) (1, 2), (0, a), (a, -4)

解答 (1)  $a=-1$  (2)  $a=-1, 4$

解説

(1) 2点(2, 5), (4, 9)を通る直線の方程式は  $y-5=\frac{9-5}{4-2}(x-2)$

すなわち  $2x-y+1=0$

この直線上に点(-1, a)があるから  $2 \cdot (-1) - a + 1 = 0$

よって  $a=-1$

別解 2点(2, 5), (4, 9)を通る直線の傾きと、2点(2, 5), (-1, a)を通る直線の傾きが等しいから  $\frac{9-5}{4-2}=\frac{a-5}{-1-2}$

ゆえに  $2 \cdot (-3) = a - 5$  よって  $a = -1$

(2) 2点(1, 2), (0, a)を通る直線の方程式は  $y-2=\frac{a-2}{0-1}(x-1)$

すなわち  $(a-2)x+y-a=0$

この直線上に点(a, -4)があるから  $(a-2) \cdot a + (-4) - a = 0$

整理して  $a^2 - 3a - 4 = 0$

これを解いて  $a = -1, 4$

別解 2点(1, 2), (0, a)を通る直線の傾きと、2点(1, 2), (a, -4)を通る直線の傾きが等しいから  $\frac{a-2}{0-1}=\frac{-4-2}{a-1}$

分母を払って  $(a-2)(a-1) = 6$

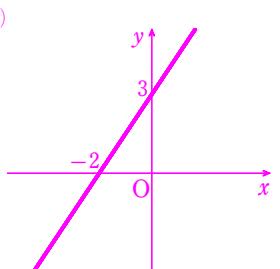
整理して  $a^2 - 3a - 4 = 0$

したがって  $a = -1, 4$

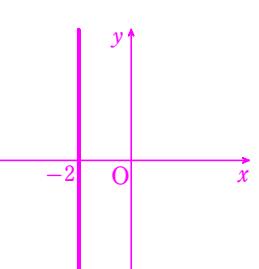
13. 次の方程式の表す直線を、座標平面上にかけ。

(1)  $3x-2y+6=0$  (2)  $4x+8=0$  (3)  $-3y+9=0$

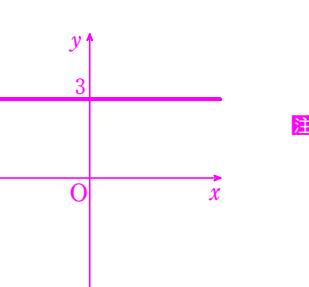
解答 (1)



(2)



(3)



注意 直線のグラフを書くときは、必ずx切片とy切片を書きなさい  
また、原点Oと2つの軸の名前も必ず書きなさい

解説

14. 次のような直線の方程式を求めよ。

- (1) 点(3, 4)を通り、傾きが2の直線  
(2) 点(-2, 3)を通り、x軸に平行な直線と垂直な直線  
(3) 2点(3, -5), (8, 5)を通る直線