

| | | |
|---|---|---|
| <div>1. 2点 $A(-5)$, $B(3)$ について, 次のものを求めよ。 (1) A, B 間の距離 (2) 線分 AB の中点の座標 (3) 線分 AB を $2:1$ に内分, 外分する点の座標 (4) 線分 AB を $1:3$ に内分, 外分する点の座標</div> <div>2. 次の2点間の距離を求めよ。 (1) $(0, 0)$, $(4, 3)$ (2) $(-2, 3)$, $(4, 0)$ (3) $(1, 5)$, $(6, 7)$</div> <div>3. 与えられた2点 A, B を結ぶ線分 AB に対して, 次の点の座標を求めよ。 (1) $A(-2, 5)$, $B(4, 3)$ 中点 (2) $A(2, 3)$, $B(8, 0)$ 3等分点 (3) $A(1, 4)$, $B(5, -2)$ $2:1$ の比に内分, 外分する点 (4) $A(4, 7)$, $B(2, 1)$ $2:3$ の比に内分, 外分する点</div> | <div>4. 次の3点を頂点とする $\triangle ABC$ の重心の座標を求めよ。 (1) $A(4, 7)$, $B(2, 1)$, $C(-3, -2)$ (2) $A(-3, 0)$, $B(2, 5)$, $C(2, 1)$</div> <div>5. 3点 $A(2, 8)$, $B(-3, -2)$, $C(7, 3)$ について, 線分 AB, BC, CA を $3:2$ に内分する点を, それぞれ D, E, F とする。次の点の座標を求めよ。 (1) D, E, F (2) $\triangle ABC$ の重心 (3) $\triangle DEF$ の重心</div> <div>6. 次の3点を頂点とする三角形はどんな形の三角形か。 (1) $O(0, 0)$, $A(12, 5)$, $B(5, 12)$ (2) $A(1, 4)$, $B(-1, 1)$, $C(2, -1)$</div> | <div>7. 3点 $A(-3, 1)$, $B(3, 4)$, $C(1, -2)$ について, 次の点の座標を求めよ。 (1) 線分 AB の3等分点 (2) $\triangle ABC$ の重心</div> <div>8. 次の点の座標を求めよ。 (1) 2点 $A(2, 1)$, $B(5, -2)$ から等距離にある x 軸上の点 (2) 2点 $A(1, 4)$, $B(3, 1)$ から等距離にある直線 $y=2x-1$ 上の点</div> |
|---|---|---|

| | | |
|--|--|--|
| <p>9. 3点 A (1, −2), B (−1, 2), C を頂点とする三角形が正三角形になるとき, 点 C の座標を求めよ。</p> | <p>11. (1) 点 A (2, 3) について, 原点 O と対称な点 Q の座標を求めよ。 (2) 点 A (−1, 2) について, 点 P (2, 5) と対称な点 Q の座標を求めよ。</p> | <p>14. 次のような直線の方程式を求めよ。</p> <p>(1) 点 (3, 4) を通り, 傾きが 2 の直線 (2) 点 (−2, 3) を通り, x 軸に平行な直線と垂直な直線 (3) 2点 (3, −5), (8, 5) を通る直線 (4) 2点 (−2, 5), (4, −3) を通る直線 (5) 2点 (3, 5), (3, −2) を通る直線 (6) 2点 (1, 5), (−1, 5) を通る直線</p> |
| <p>10. 3点 A (−2, 5), B (1, 2), C (4, 3) を頂点にもつ平行四辺形の対角線の交点 P, および第 4 の頂点 D の座標を求めよ。</p> | <p>12. 3 辺の中点の座標が (5, 2), $(6, \frac{9}{2})$, $(3, \frac{7}{2})$ である三角形の 3 つの頂点の座標を求めよ。</p> <p>13. 次の方程式の表す直線を, 座標平面上にかけ。 (1) $3x-2y+6=0$ (2) $4x+8=0$ (3) $-3y+9=0$</p> | <p>15. 次の 3 点と同じ直線上にあるとき, a の値を求めよ。 (1) (2, 5), (4, 9), (−1, a) (2) (1, 2), (0, a), (a, −4)</p> |

1. 2点 A (−5), B (3)について、次のものを求めよ。

- (1) A, B 間の距離
- (2) 線分 AB の中点の座標
- (3) 線分 AB を 2 : 1 に内分, 外分する点の座標
- (4) 線分 AB を 1 : 3 に内分, 外分する点の座標

【解答】 (1) 8 (2) −1 (3) 順に $\frac{1}{3}, 11$ (4) 順に −3, −9

【解説】

- (1) 後ろ−前=3−(−5)=8 (2) $\frac{-5+3}{2}=-1$
- (3) 内分する点の座標, 外分する点の座標の順に
 $\frac{1\cdot(-5)+2\cdot3}{2+1}=\frac{1}{3}, \frac{-1\cdot(-5)+2\cdot3}{2-1}=11$
- (4) 内分する点の座標, 外分する点の座標の順に
 $\frac{3\cdot(-5)+1\cdot3}{1+3}=-3, \frac{-3\cdot(-5)+1\cdot3}{1-3}=-9$

2. 次の2点間の距離を求めよ。

- (1) (0, 0), (4, 3)
- (2) (−2, 3), (4, 0)
- (3) (1, 5), (6, 7)

【解答】 (1) 5 (2) $3\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{29}$

【解説】

- (1) $\sqrt{(4-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{25}=5$
- (2) $\sqrt{[4-(-2)]^2+(0-3)^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$
- (3) $\sqrt{(6-1)^2+(7-5)^2}=\sqrt{29}$

3. 与えられた2点 A, B を結ぶ線分 AB に対して、次の点の座標を求めよ。

- (1) A (−2, 5), B (4, 3) 中点
- (2) A (2, 3), B (8, 0) 3等分点
- (3) A (1, 4), B (5, −2) 2 : 1 の比に内分, 外分する点
- (4) A (4, 7), B (2, 1) 2 : 3 の比に内分, 外分する点

【解答】 (1) (1, 4) (2) (4, 2), (6, 1) (3) 順に $\left(\frac{11}{3}, 0\right), (9, -8)$
(4) 順に $\left(\frac{16}{5}, \frac{23}{5}\right), (8, 19)$

【解説】

- (1) $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5+3}{2}\right)$ すなわち (1, 4)
- (2) $\left(\frac{2\cdot2+1\cdot8}{1+2}, \frac{2\cdot3+1\cdot0}{1+2}\right)$ すなわち (4, 2)
 $\left(\frac{1\cdot2+2\cdot8}{2+1}, \frac{1\cdot3+2\cdot0}{2+1}\right)$ すなわち (6, 1)
よって, 点 A に近い方から (4, 2), (6, 1)
- (3) 内分する点の座標, 外分する点の座標の順に
 $\left(\frac{1\cdot1+2\cdot5}{2+1}, \frac{1\cdot4+2\cdot(-2)}{2+1}\right)$ すなわち $\left(\frac{11}{3}, 0\right)$
 $\left(\frac{-1\cdot1+2\cdot5}{2-1}, \frac{-1\cdot4+2\cdot(-2)}{2-1}\right)$ すなわち (9, −8)
- (4) 内分する点の座標, 外分する点の座標の順に
 $\left(\frac{3\cdot4+2\cdot2}{2+3}, \frac{3\cdot7+2\cdot1}{2+3}\right)$ すなわち $\left(\frac{16}{5}, \frac{23}{5}\right)$

$\left(\frac{-3\cdot4+2\cdot2}{2-3}, \frac{-3\cdot7+2\cdot1}{2-3}\right)$ すなわち (8, 19)

4. 次の3点を頂点とする △ABC の重心の座標を求めよ。

- (1) A (4, 7), B (2, 1), C (−3, −2)
- (2) A (−3, 0), B (2, 5), C (2, 1)

【解答】 (1) (1, 2) (2) $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$

【解説】

- (1) $\left(\frac{4+2+(-3)}{3}, \frac{7+1+(-2)}{3}\right)$ すなわち (1, 2)
- (2) $\left(\frac{-3+2+2}{3}, \frac{0+5+1}{3}\right)$ すなわち $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$

5. 3点 A (2, 8), B (−3, −2), C (7, 3)について、線分 AB, BC, CA を 3 : 2 に内分する点を、それぞれ D, E, F とする。次の点の座標を求めよ。

- (1) D, E, F
- (2) △ABC の重心
- (3) △DEF の重心

【解答】 (1) D (−1, 2), E (3, 1), F (4, 6) (2) (2, 3) (3) (2, 3)

【解説】

- (1) $\left(\frac{2\cdot2+3\cdot(-3)}{3+2}, \frac{2\cdot8+3\cdot(-2)}{3+2}\right)$ すなわち D (−1, 2)
 $\left(\frac{2\cdot(-3)+3\cdot7}{3+2}, \frac{2\cdot(-2)+3\cdot3}{3+2}\right)$ すなわち E (3, 1)
 $\left(\frac{2\cdot7+3\cdot2}{3+2}, \frac{2\cdot3+3\cdot8}{3+2}\right)$ すなわち F (4, 6)
- (2) $\left(\frac{2+(-3)+7}{3}, \frac{8+(-2)+3}{3}\right)$ すなわち (2, 3)
- (3) $\left(\frac{-1+3+4}{3}, \frac{2+1+6}{3}\right)$ すなわち (2, 3)

6. 次の3点を頂点とする三角形はどんな形の三角形か。

- (1) O (0, 0), A (12, 5), B (5, 12)
- (2) A (1, 4), B (−1, 1), C (2, −1)

【解答】 (1) OA = OB の二等辺三角形
(2) ∠B = 90° の直角二等辺三角形

【解説】

- (1) $OA=\sqrt{12^2+5^2}=13$
 $OB=\sqrt{5^2+12^2}=13$
 $AB=\sqrt{(5-12)^2+(12-5)^2}=\sqrt{2\cdot7^2}=7\sqrt{2}$
したがって, △OAB は OA = OB の二等辺三角形である。
- (2) $AB=\sqrt{(-1-1)^2+(1-4)^2}=\sqrt{13}$
 $BC=\sqrt{[2-(-1)]^2+(-1-1)^2}=\sqrt{13}$
 $CA=\sqrt{(1-2)^2+[4-(-1)]^2}=\sqrt{26}$
よって $AB^2+BC^2=13+13=26=CA^2$ より三平方の定理が成り立つ。また AB = BC したがって, △ABC は ∠B = 90° の直角二等辺三角形である。

7. 3点 A (−3, 1), B (3, 4), C (1, −2)について、次の点の座標を求めよ。

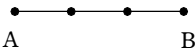
- (1) 線分 AB の 3等分点
- (2) △ABC の重心

【解答】 (1) (−1, 2), (1, 3) (2) $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

【解説】

(1) 線分 AB を 1 : 2, 2 : 1 にそれぞれ内分する点が求める点である。

- $\left(\frac{2\cdot(-3)+1\cdot3}{1+2}, \frac{2\cdot1+1\cdot4}{1+2}\right)$ すなわち (−1, 2)
 $\left(\frac{1\cdot(-3)+2\cdot3}{2+1}, \frac{1\cdot1+2\cdot4}{2+1}\right)$ すなわち (1, 3)
- (2) $\left(\frac{(-3)+3+1}{3}, \frac{1+4+(-2)}{3}\right)$ すなわち $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$



8. 次の点の座標を求めよ。

- (1) 2点 A (2, 1), B (5, −2) から等距離にある x 軸上の点
- (2) 2点 A (1, 4), B (3, 1) から等距離にある直線 $y=2x-1$ 上の点

【解答】 (1) (4, 0) (2) $\left(\frac{13}{8}, \frac{9}{4}\right)$

【解説】

- (1) 求める点は x 軸上にあるので P (x , 0) とする。
AP = BP から $AP^2=BP^2$
したがって $(x-2)^2+(0-1)^2=(x-5)^2+[0-(-2)]^2$
整理して $6x-24=0$
よって $x=4$
ゆえに, 求める点の座標は (4, 0)
- (2) 求める点を P とすると, P は直線 $y=2x-1$ 上にあるから, その点の x 座標を t とすると y 座標は $y=2t-1$ より, P ($t, 2t-1$) とおくことができる。
AP = BP から $AP^2=BP^2$
したがって $(t-1)^2+(2t-1-4)^2=(t-3)^2+(2t-1-1)^2$
 $(t-1)^2+(2t-5)^2=(t-3)^2+(2t-2)^2$
整理して $8t-13=0$
よって $t=\frac{13}{8}$ このとき $2t-1=2\cdot\frac{13}{8}-1=\frac{9}{4}$
ゆえに, 求める点の座標は $\left(\frac{13}{8}, \frac{9}{4}\right)$

9. 3点 A (1, −2), B (−1, 2), C を頂点とする三角形が正三角形になるとき、点 C の座標を求めよ。

【解答】 $(2\sqrt{3}, \sqrt{3}), (-2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$

【解説】

- 点 C の座標を (x , y) とおく。
△ABC が正三角形であるとき $AB=BC=CA$
すなわち $AB^2=BC^2=CA^2$
 $AB^2=BC^2$ から $(-1-1)^2+[2-(-2)]^2=\{x-(-1)\}^2+(y-2)^2$
 $BC^2=CA^2$ から $\{x-(-1)\}^2+(y-2)^2=(1-x)^2+(-2-y)^2$
整理すると $(x+1)^2+(y-2)^2=20$ …… ①
 $x=2y$ …… ②
②を①に代入して $(2y+1)^2+(y-2)^2=20$
整理すると $5y^2=15$ よって $y=\pm\sqrt{3}$

②から $y=\sqrt{3}$ のとき $x=2\sqrt{3}$, $y=-\sqrt{3}$ のとき $x=-2\sqrt{3}$
よって、点 C の座標は $(2\sqrt{3}, \sqrt{3}), (-2\sqrt{3}, -\sqrt{3})$

10. 3点 A $(-2, 5)$, B $(1, 2)$, C $(4, 3)$ を頂点にもつ平行四辺形の対角線の交点 P, および第 4 の頂点 D の座標を求めよ。

解答 P $(1, 4)$, D $(1, 6)$; P $(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$, D $(-5, 4)$; P $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$, D $(7, 0)$

解説

題意の平行四辺形は

[1] 平行四辺形 ABCD [2] 平行四辺形 ADBC [3] 平行四辺形 ABDC
の 3 通りが考えられる。また、平行四辺形では、対角線の交点は対角線の midpoint である。
点 D の座標を (x, y) とおく。

[1] 平行四辺形 ABCD のとき

P は線分 AC の midpoint であるから、その座標は
 $(\frac{-2+4}{2}, \frac{5+3}{2})$ すなわち $(1, 4)$

これが、線分 BD の midpoint と一致するから

$$\frac{1+x}{2}=1, \frac{2+y}{2}=4$$

ゆえに $x=1, y=6$

よって、点 D の座標は $(1, 6)$

[2] 平行四辺形 ADBC のとき

P は線分 AB の midpoint であるから、その座標は

$$(\frac{-2+1}{2}, \frac{5+2}{2}) \text{ すなわち } (-\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$$

これが、線分 DC の midpoint と一致するから

$$\frac{x+4}{2}=-\frac{1}{2}, \frac{y+3}{2}=\frac{7}{2}$$

ゆえに $x=-5, y=4$

よって、点 D の座標は $(-5, 4)$

[3] 平行四辺形 ABDC のとき

P は線分 BC の midpoint であるから、その座標は

$$(\frac{1+4}{2}, \frac{2+3}{2}) \text{ すなわち } (\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$$

これが、線分 AD の midpoint と一致するから

$$\frac{-2+x}{2}=\frac{5}{2}, \frac{5+y}{2}=\frac{5}{2}$$

ゆえに $x=7, y=0$

よって、点 D の座標は $(7, 0)$

11. (1) 点 A $(2, 3)$ について、原点 O と対称な点 Q の座標を求めよ。
(2) 点 A $(-1, 2)$ について、点 P $(2, 5)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

解答 (1) $(4, 6)$ (2) $(-4, -1)$

解説

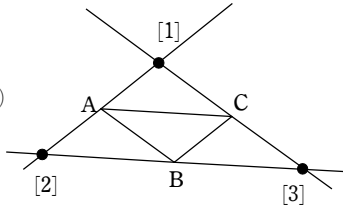
点 Q の座標を (x, y) とおく。

(1) 線分 OQ の midpoint が A であるから $\frac{0+x}{2}=2, \frac{0+y}{2}=3$

よって $x=4, y=6$

したがって、点 Q の座標は $(4, 6)$

(2) 線分 PQ の midpoint が A であるから $\frac{2+x}{2}=-1, \frac{5+y}{2}=2$



よって $x=-4, y=-1$
したがって、点 Q の座標は $(-4, -1)$

12. 3 辺の midpoint の座標が $(5, 2), (6, \frac{9}{2}), (3, \frac{7}{2})$ である三角形の 3 つの頂点の座標を求めよ。

解答 $(2, 1), (8, 3), (4, 6)$

解説

3 つの頂点の座標を A (x_1, y_1) , B (x_2, y_2) , C (x_3, y_3) とし、辺 AB, BC, CA の midpoint

の座標が、それぞれ $(5, 2), (6, \frac{9}{2}), (3, \frac{7}{2})$ であるとする。

このとき、 x 座標について $\frac{x_1+x_2}{2}=5, \frac{x_2+x_3}{2}=6, \frac{x_3+x_1}{2}=3$

ゆえに $x_1+x_2=10, x_2+x_3=12, x_3+x_1=6$

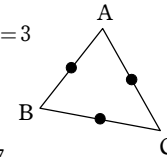
この連立方程式を解いて $x_1=2, x_2=8, x_3=4$

また、 y 座標について $\frac{y_1+y_2}{2}=2, \frac{y_2+y_3}{2}=\frac{9}{2}, \frac{y_3+y_1}{2}=\frac{7}{2}$

ゆえに $y_1+y_2=4, y_2+y_3=9, y_3+y_1=7$

連立方程式を解いて $y_1=1, y_2=3, y_3=6$

よって、3 つの頂点の座標は $(2, 1), (8, 3), (4, 6)$



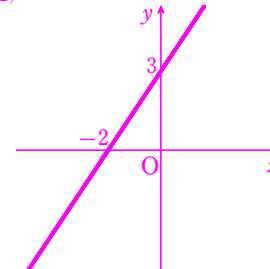
13. 次の方程式の表す直線を、座標平面上にかけ。

(1) $3x-2y+6=0$

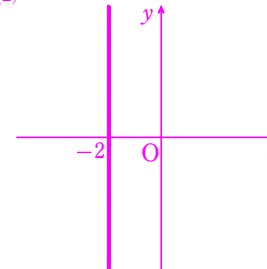
(2) $4x+8=0$

(3) $-3y+9=0$

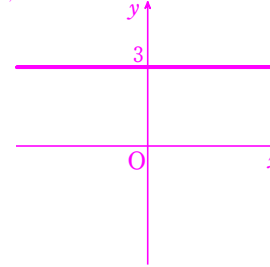
解答 (1)



(2)



(3)



注意 直線のグラフを書くときは、必ず x 切片と y 切片を書きなさい
また、原点 O と 2 つの軸の名前も必ず書きなさい

解説

14. 次のような直線の方程式を求めよ。

(1) 点 $(3, 4)$ を通り、傾きが 2 の直線

(2) 点 $(-2, 3)$ を通り、 x 軸に平行な直線と垂直な直線

(3) 2 点 $(3, -5), (8, 5)$ を通る直線

(4) 2 点 $(-2, 5), (4, -3)$ を通る直線

(5) 2 点 $(3, 5), (3, -2)$ を通る直線

(6) 2 点 $(1, 5), (-1, 5)$ を通る直線

解答 (1) $y=2x-2$ (2) 順に $y=3, x=-2$ (3) $y=2x-11$

(4) $y=-\frac{4}{3}x+\frac{7}{3}$ (5) $x=3$ (6) $y=5$

解説

(1) $y-4=2(x-3)$ すなわち $y=2x-2$

(2) x 軸に平行な直線: $y=3$ x 軸に垂直な直線: $x=-2$

(3) $y-(-5)=\frac{5-(-5)}{8-3}(x-3)$ すなわち $y=2x-11$

(4) $y-5=\frac{-3-5}{4-(-2)}\{x-(-2)\}$ すなわち $y=-\frac{4}{3}x+\frac{7}{3}$

(5) 2 点の x 座標がともに 3 であるから、求める方程式は $x=3$

(6) 2 点の y 座標がともに 5 であるから、求める方程式は $y=5$

15. 次の 3 点と同じ直線上にあるとき、 a の値を求めよ。

(1) $(2, 5), (4, 9), (-1, a)$

(2) $(1, 2), (0, a), (a, -4)$

解答 (1) $a=-1$ (2) $a=-1, 4$

解説

(1) 2 点 $(2, 5), (4, 9)$ を通る直線の方程式は $y-5=\frac{9-5}{4-2}(x-2)$

すなわち $2x-y+1=0$

この直線上に点 $(-1, a)$ があるから $2 \cdot (-1) - a + 1 = 0$

よって $a=-1$

別解 2 点 $(2, 5), (4, 9)$ を通る直線の傾きと、2 点 $(2, 5), (-1, a)$ を通る直線の傾き

が等しいから $\frac{9-5}{4-2}=\frac{a-5}{-1-2}$

ゆえに $2 \cdot (-3) = a - 5$ よって $a = -1$

(2) 2 点 $(1, 2), (0, a)$ を通る直線の方程式は $y-2=\frac{a-2}{0-1}(x-1)$

すなわち $(a-2)x+y-a=0$

この直線上に点 $(a, -4)$ があるから $(a-2) \cdot a + (-4) - a = 0$

整理して $a^2-3a-4=0$

これを解いて $a=-1, 4$

別解 2 点 $(1, 2), (0, a)$ を通る直線の傾きと、2 点 $(1, 2), (a, -4)$ を通る直線の傾き

が等しいから $\frac{a-2}{0-1}=\frac{-4-2}{a-1}$

分母を払って $(a-2)(a-1)=6$

整理して $a^2-3a-4=0$

したがって $a=-1, 4$