

1. 次の多項式 A, B について, A を B で割った商と余りを求めよ。

- (1) $A = x^2 + 5x + 6, B = x + 2$ (2) $A = a^2 - 4a + 2, B = a - 1$
 (3) $A = 3x^2 - 4x - 4, B = 3x - 1$ (4) $A = x^2 - 3x - 5, B = 2x - 2$

2. 次の多項式 A, B について, A を B で割った商と余りを求めよ。また, 結果を等式 $A = BQ + R$ の形に書き表せ。

- (1) $A = x^3 - 10x + 7, B = x - 3$ (2) $A = 2x^3 + 9x^2 + 13x + 10, B = 2x + 3$
 (3) $A = x^3 + x + 3x^2 - 6, B = x^2 + 2x - 3$ (4) $A = 2x^3 - 3 + 5x, B = 3 - 2x + 2x^2$

3. 次の条件を満たす多項式 A, B を求めよ。

- (1) A を $2x + 3$ で割ると, 商が $x^2 - 3x + 1$ で, 余りが 4
 (2) $x^3 - 2x^2 + x + 7$ を B で割ると, 商が $x + 1$ で, 余りが 3

4. (1) $4x^3 + 7x + 3$ を $2x - 3$ で割った商と余りを求めよ。

- (2) $x^3 - x^2 + 3x + 1$ をある多項式で割ると, 商が $x - 2$, 余りが $2x + 7$ である。この多項式を求めよ。

5. 次の式 A, B を x についての多項式とみて, A を B で割った商と余りを求めよ。

- (1) $A = x^2 - 4xy + 3y^2, B = x - 3y$ (2) $A = 8x^2 + 10xy - 3y^2, B = 2x + 3y$
 (3) $A = 8x^3 - 27y^3, B = 2x - 3y$ (4) $A = x^3 - 7xy^2 - 6y^3, B = x + 2y$

6. 次の条件を満たす多項式 B を求めよ。

- (1) $x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 1$ を B で割ると, 商が $x^2 - 3x + 5$, 余りが $3x - 4$
 (2) $x^4 + 1$ を B で割ると, 商が $x^2 - x$, 余りが $x + 1$

7. 次の分数式を約分して, 既約分数式で表せ。

- (1) $\frac{24xy}{32x^3y^2}$ (2) $\frac{21xy^3}{35x^2y}$ (3) $\frac{x^2(x-2)}{x(x+2)(x-2)}$
 (4) $\frac{x^2-x-6}{x^2+6x+8}$ (5) $\frac{2x^2+3x-2}{4x^2-1}$ (6) $\frac{x^3+1}{x^2-x-2}$

8. 次の計算をせよ。

- (1) $\frac{3x^2}{4y^3} \times \frac{16y^2}{9x}$ (2) $\frac{x^2+2x-8}{x^2-2x-15} \times \frac{x+3}{x-2}$
 (3) $\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2} \times \frac{x-y}{x^2+xy}$ (4) $\frac{x^2-9}{x^2} \div \frac{x+3}{x^2-3x}$

9. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{x^2-4}{x+1} + \frac{3}{x+1}$$

$$(3) \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+2}$$

$$(5) \frac{4}{x^2+2x-8} - \frac{5}{x^2+3x-10}$$

$$(2) \frac{3}{x(3-x)} + \frac{x}{3(x-3)}$$

$$(4) \frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6}$$

$$(6) \frac{x-1}{x^2+3x+2} - \frac{x-3}{x^2+4x+3}$$

10. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{(-2ab)^2}{xy} \times \frac{x^4y^2}{-ab^2}$$

$$(3) \frac{x}{x^2-8x+15} + \frac{x}{x^2-12x+35}$$

$$(2) \frac{x^2-2x}{x^2-x-12} \div \frac{x^2-4}{x^2+5x+6}$$

$$(4) \frac{2x-1}{x^2-x-20} - \frac{2x+1}{x^2+x-30}$$

11. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{x^2-8x-20}{3x^2+5x-2} \times \frac{3x^2-31x+10}{x^3-2x^2-80x}$$

$$(2) \frac{x^2+x-12}{x^2-4} \div \frac{x^2+3x-4}{x^2+5x+6} \times \frac{x^2-2x}{x^2-9}$$

13. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} + \frac{2x}{x^2-y^2}$$

$$(2) \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{2x}{x^2+1} - \frac{4x}{x^4+1}$$

12. 次の式を簡単にせよ。

$$(1) \frac{x-\frac{4}{x}}{1-\frac{2}{x}}$$

$$(2) \frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}$$

$$(3) 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$$

14. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{(-2ab)^2}{xy} \times \frac{x^4y^2}{-ab^2}$$

$$(2) \frac{x^2-2x}{x^2-x-12} \div \frac{x^2-4}{x^2+5x+6}$$

$$(3) \frac{x}{x^2-8x+15} + \frac{x}{x^2-12x+35}$$

$$(4) \frac{2x-1}{x^2-x-20} - \frac{2x+1}{x^2+x-30}$$

1. 次の多項式 A , B について, A を B で割った商と余りを求めよ。

- (1) $A = x^2 + 5x + 6$, $B = x + 2$ (2) $A = a^2 - 4a + 2$, $B = a - 1$
 (3) $A = 3x^2 - 4x - 4$, $B = 3x - 1$ (4) $A = x^2 - 3x - 5$, $B = 2x - 2$

- 解答 (1) 商 $x + 3$, 余り 0 (2) 商 $a - 3$, 余り -1 (3) 商 $x - 1$, 余り -5
 (4) 商 $\frac{1}{2}x - 1$, 余り -7

解説

$$(1) \begin{array}{r} x+3 \\ x+2 \end{array) \begin{array}{r} x^2+5x+6 \\ x^2+2x \\ \hline 3x+6 \\ 3x+6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} a-3 \\ a-1 \end{array) \begin{array}{r} a^2-4a+2 \\ a^2-a \\ \hline -3a+2 \\ -3a+3 \\ \hline -1 \end{array}$$

よって 商 $x + 3$, 余り 0よって 商 $a - 3$, 余り -1

$$(3) \begin{array}{r} x-1 \\ 3x-1 \end{array) \begin{array}{r} 3x^2-4x-4 \\ 3x^2-x \\ \hline -3x-4 \\ -3x+1 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$(4) \begin{array}{r} \frac{1}{2}x-1 \\ 2x-2 \end{array) \begin{array}{r} x^2-3x-5 \\ x^2-x \\ \hline -2x-5 \\ -2x+2 \\ \hline -7 \end{array}$$

よって 商 $x - 1$, 余り -5よって 商 $\frac{1}{2}x - 1$, 余り -72. 次の多項式 A , B について, A を B で割った商と余りを求めよ。また, 結果を等式 $A = BQ + R$ の形に書き表せ。

- (1) $A = x^3 - 10x + 7$, $B = x - 3$ (2) $A = 2x^3 + 9x^2 + 13x + 10$, $B = 2x + 3$
 (3) $A = x^3 + x + 3x^2 - 6$, $B = x^2 + 2x - 3$ (4) $A = 2x^3 - 3 + 5x$, $B = 3 - 2x + 2x^2$

- 解答 (1) 商 $x^2 + 3x - 1$, 余り 4, $x^3 - 10x + 7 = (x - 3)(x^2 + 3x - 1) + 4$
 (2) 商 $x^2 + 3x + 2$, 余り 4, $2x^3 + 9x^2 + 13x + 10 = (2x + 3)(x^2 + 3x + 2) + 4$
 (3) 商 $x + 1$, 余り $2x - 3$, $x^3 + x + 3x^2 - 6 = (x^2 + 2x - 3)(x + 1) + 2x - 3$
 (4) 商 $x + 1$, 余り $4x - 6$, $2x^3 - 3 + 5x = (3 - 2x + 2x^2)(x + 1) + 4x - 6$

解説

$$(1) \begin{array}{r} x^2+3x-1 \\ x-3 \end{array) \begin{array}{r} x^3-10x+7 \\ x^3-3x^2 \\ \hline 3x^2-10x \\ 3x^2-9x \\ \hline -x+7 \\ -x+3 \\ \hline 4 \end{array}$$

商 $x^2 + 3x - 1$, 余り 4 $x^3 - 10x + 7 = (x - 3)(x^2 + 3x - 1) + 4$

$$(2) \begin{array}{r} x^2+3x+2 \\ 2x+3 \end{array) \begin{array}{r} 2x^3+9x^2+13x+10 \\ 2x^3+3x^2 \\ \hline 6x^2+13x \\ 6x^2+9x \\ \hline 4x+10 \\ 4x+6 \\ \hline 4 \end{array}$$

商 $x^2 + 3x + 2$, 余り 4
 $2x^3 + 9x^2 + 13x + 10 = (2x + 3)(x^2 + 3x + 2) + 4$

$$(3) \begin{array}{r} x+1 \\ x^2+2x-3 \end{array) \begin{array}{r} x^3+3x^2+x-6 \\ x^3+2x^2-3x \\ \hline x^2+4x-6 \\ x^2+2x-3 \\ \hline 2x-3 \end{array}$$

商 $x + 1$, 余り $2x - 3$
 $x^3 + x + 3x^2 - 6 = (x^2 + 2x - 3)(x + 1) + 2x - 3$

$$(4) \begin{array}{r} x+1 \\ 2x^2-2x+3 \end{array) \begin{array}{r} 2x^3+5x-3 \\ 2x^3-2x^2+3x \\ \hline 2x^2+2x-3 \\ 2x^2-2x+3 \\ \hline 4x-6 \end{array}$$

商 $x + 1$, 余り $4x - 6$
 $2x^3 - 3 + 5x = (3 - 2x + 2x^2)(x + 1) + 4x - 6$ 3. 次の条件を満たす多項式 A , B を求めよ。

- (1) A を $2x + 3$ で割ると, 商が $x^2 - 3x + 1$ で, 余りが 4
 (2) $x^3 - 2x^2 + x + 7$ を B で割ると, 商が $x + 1$ で, 余りが 3

解答 (1) $2x^3 - 3x^2 - 7x + 7$ (2) $x^2 - 3x + 4$

解説 (1) 条件から, 次の等式が成り立つ。

$$A = (2x + 3)(x^2 - 3x + 1) + 4$$

右辺を展開すると $A = 2x^3 - 6x^2 + 2x + 3x^2 - 9x + 3 + 4$

$$= 2x^3 - 3x^2 - 7x + 7$$

(2) 条件から, 次の等式が成り立つ。

$$x^3 - 2x^2 + x + 7 = B \times (x + 1) + 3$$

$$\text{ゆえに } x^3 - 2x^2 + x + 4 = B \times (x + 1)$$

よって, $x^3 - 2x^2 + x + 4$ は $x + 1$ で割り切れて, その商が B である。

$$\text{右の計算により } B = x^2 - 3x + 4$$

$$\begin{array}{r} x^2-3x+4 \\ x+1 \end{array) \begin{array}{r} x^3-2x^2+x+4 \\ x^3+x^2 \\ \hline -3x^2+x+4 \\ -3x^2-3x \\ \hline 4x+4 \\ 4x+4 \\ \hline 0 \end{array}$$

4. (1) $4x^3 + 7x + 3$ を $2x - 3$ で割った商と余りを求めよ。(2) $x^3 - x^2 + 3x + 1$ をある多項式で割ると, 商が $x - 2$, 余りが $2x + 7$ である。この多項式を求めよ。解答 (1) 商 $2x^2 + 3x + 8$, 余り 27 (2) $x^2 + x + 3$

解説

$$(1) \begin{array}{r} 2x^2+3x+8 \\ 2x-3 \end{array) \begin{array}{r} 4x^3+7x+3 \\ 4x^3-6x^2 \\ \hline 6x^2+7x \\ 6x^2-9x \\ \hline 16x+3 \\ 16x-24 \\ \hline 27 \end{array}$$

商 $2x^2 + 3x + 8$, 余り 27(2) 求める多項式を B とすると, 条件から, 次の等式が成り立つ。

$$\begin{array}{r} x^2+x+3 \\ x-2 \end{array) \begin{array}{r} x^3-x^2+x-6 \\ x^3-2x^2 \\ \hline x^2+x-6 \\ x^2-2x \\ \hline 3x-6 \\ 3x-6 \\ \hline 0 \end{array}$$

商 $x^3 - x^2 + 3x + 1 = B \times (x - 2) + 2x + 7$
 $2x + 7$ を移項すると $x^3 - x^2 + x - 6 = B \times (x - 2)$
 よって, $x^3 - x^2 + x - 6$ は $x - 2$ で割り切れて, その商が B である。

$$\text{右の計算により } B = x^2 + x + 3$$

5. 次の式 A , B を x についての多項式とみて, A を B で割った商と余りを求めよ。

- (1) $A = x^2 - 4xy + 3y^2$, $B = x - 3y$ (2) $A = 8x^2 + 10xy - 3y^2$, $B = 2x + 3y$
 (3) $A = 8x^3 - 27y^3$, $B = 2x - 3y$ (4) $A = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$, $B = x + 2y$

解答 (1) 商 $x - y$, 余り 0 (2) 商 $4x - y$, 余り 0
 (3) 商 $4x^2 + 6xy + 9y^2$, 余り 0 (4) 商 $x^2 - 2xy - 3y^2$, 余り 0

解説

$$(1) \begin{array}{r} x-y \\ x-3y \end{array) \begin{array}{r} x^2-4xy+3y^2 \\ x^2-3xy \\ \hline -xy+3y^2 \\ -xy+3y^2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} 4x-y \\ 2x+3y \end{array) \begin{array}{r} 8x^2+10xy-3y^2 \\ 8x^2+12xy \\ \hline -2xy-3y^2 \\ -2xy-3y^2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^2 - 10x + 7 = (x - 3)(x^2 + 3x - 1) + 4$$

商 $x - y$, 余り 0

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 6xy + 9y^2 \\ 2x - 3y \overline{) 8x^3 - 27y^3} \\ 8x^3 - 12x^2y \\ \hline 12x^2y \\ 12x^2y - 18xy^2 \\ \hline 18xy^2 - 27y^3 \\ 18xy^2 - 27y^3 \\ \hline 0 \end{array}$$

商 $4x^2 + 6xy + 9y^2$, 余り 0

$$\begin{array}{r} x^2 - 2xy - 3y^2 \\ x + 2y \overline{) x^3 - 7xy^2 - 6y^3} \\ x^3 + 2x^2y \\ \hline -2x^2y - 7xy^2 \\ -2x^2y - 4xy^2 \\ \hline -3xy^2 - 6y^3 \\ -3xy^2 - 6y^3 \\ \hline 0 \end{array}$$

商 $x^2 - 2xy - 3y^2$, 余り 0

6. 次の条件を満たす多項式 B を求めよ。

(1) $x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 1$ を B で割ると, 商が $x^2 - 3x + 5$, 余りが $3x - 4$

(2) $x^4 + 1$ を B で割ると, 商が $x^2 - x$, 余りが $x + 1$

解答 (1) $x^2 + 1$ (2) $x^2 + x + 1$

解説

(1) 条件から, 次の等式が成り立つ。

$$x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 1 = B \times (x^2 - 3x + 5) + 3x - 4$$

ゆえに $3x - 4$ を移項して

$$\begin{array}{r} x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 3x + 5 = B \times (x^2 - 3x + 5) \\ \hline x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 3x + 5 \end{array}$$

よって, $x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 3x + 5$ は, $x^2 - 3x + 5$ で割り切れて, その商が B である。

右の計算により $B = x^2 + 1$

(2) 条件から, 次の等式が成り立つ。

$$x^4 + 1 = B \times (x^2 - x) + x + 1$$

ゆえに $x + 1$ を移項して $x^4 - x = B \times (x^2 - x)$

よって, $x^4 - x$ は, $x^2 - x$ で割り切れて, その商が B である。

右の計算により $B = x^2 + x + 1$

7. 次の分数式を約分して, 既約分数式で表せ。

$$(1) \frac{24xy}{32x^3y^2} \quad (2) \frac{21xy^3}{35x^2y} \quad (3) \frac{x^2(x-2)}{x(x+2)(x-2)}$$

商 $4x - y$, 余り 0

$$(4) \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 6x + 8} \quad (5) \frac{2x^2 + 3x - 2}{4x^2 - 1} \quad (6) \frac{x^3 + 1}{x^2 - x - 2}$$

解答 (1) $\frac{3}{4x^2y}$ (2) $\frac{3y^2}{5x}$ (3) $\frac{x}{x+2}$ (4) $\frac{x-3}{x+4}$ (5) $\frac{x+2}{2x+1}$
(6) $\frac{x^2 - x + 1}{x-2}$

解説

$$(1) \text{ (与式)} = \frac{8xy \cdot 3}{8xy \cdot 4x^2y} = \frac{3}{4x^2y}$$

$$(2) \text{ (与式)} = \frac{7xy \cdot 3y^2}{7xy \cdot 5x} = \frac{3y^2}{5x}$$

$$(3) \text{ (与式)} = \frac{x}{x+2}$$

$$(4) \text{ (与式)} = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x+4)} = \frac{x-3}{x+4}$$

$$(5) \text{ (与式)} = \frac{(x+2)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{x+2}{2x+1}$$

$$(6) \text{ (与式)} = \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{x^2 - x + 1}{x-2}$$

8. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{3x^2}{4y^3} \times \frac{16y^2}{9x}$$

$$(3) \frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2} \times \frac{x-y}{x^2 + xy}$$

$$(2) \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x - 15} \times \frac{x+3}{x-2}$$

$$(4) \frac{x^2 - 9}{x^2} \div \frac{x+3}{x^2 - 3x}$$

解答 (1) $\frac{4x}{3y}$ (2) $\frac{x+4}{x-5}$ (3) $\frac{1}{x}$ (4) $\frac{(x-3)^2}{x}$

解説

$$(1) \text{ (与式)} = \frac{3x^2 \cdot 16y^2}{4y^3 \cdot 9x} = \frac{4x}{3y}$$

$$(2) \text{ (与式)} = \frac{(x-2)(x+4)}{(x+3)(x-5)} \times \frac{x+3}{x-2} = \frac{x+4}{x-5}$$

$$(3) \text{ (与式)} = \frac{(x+y)(x-y)}{(x-y)^2} \times \frac{x-y}{x(x+y)} = \frac{1}{x}$$

$$(4) \text{ (与式)} = \frac{x^2 - 9}{x^2} \times \frac{x^2 - 3x}{x+3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x^2} \times \frac{x(x-3)}{x+3} = \frac{(x-3)^2}{x}$$

9. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{x^2 - 4}{x+1} + \frac{3}{x+1}$$

$$(3) \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+2}$$

$$(5) \frac{4}{x^2 + 2x - 8} - \frac{5}{x^2 + 3x - 10}$$

$$(2) \frac{3}{x(3-x)} + \frac{x}{3(x-3)}$$

$$(4) \frac{1}{x^2 + 3x + 2} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$$

$$(6) \frac{x-1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{x-3}{x^2 + 4x + 3}$$

解答 (1) $x-1$ (2) $\frac{x+3}{3x}$ (3) $\frac{x^2 + x - 1}{(x+1)(x+2)}$ (4) $\frac{2}{(x+1)(x+3)}$
(5) $-\frac{x}{(x-2)(x+4)(x+5)}$ (6) $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

解説

$$(1) \text{ (与式)} = \frac{(x^2 - 4) + 3}{x+1} = \frac{x^2 - 1}{x+1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = x-1$$

$$(2) \text{ (与式)} = -\frac{3}{x(x-3)} + \frac{x}{3(x-3)} = \frac{-3^2 + x^2}{3x(x-3)} = \frac{(x+3)(x-3)}{3x(x-3)} = \frac{x+3}{3x}$$

$$(3) \text{ (与式)} = \frac{x(x+2)}{(x+1)(x+2)} - \frac{x+1}{(x+1)(x+2)} = \frac{x(x+2) - (x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x^2 + x - 1}{(x+1)(x+2)}$$

$$(4) \text{ (与式)} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{x+3}{(x+1)(x+2)(x+3)} + \frac{x+1}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{2(x+2)}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{2}{(x+1)(x+3)}$$

$$(5) \text{ (与式)} = \frac{4}{(x-2)(x+4)} - \frac{5}{(x-2)(x+5)} = \frac{4(x+5)}{(x-2)(x+4)(x+5)} - \frac{5(x+4)}{(x-2)(x+4)(x+5)} = \frac{4(x+5) - 5(x+4)}{(x-2)(x+4)(x+5)} = -\frac{x}{(x-2)(x+4)(x+5)}$$

$$(6) \text{ (与式)} = \frac{x-1}{(x+1)(x+2)} - \frac{x-3}{(x+1)(x+3)} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)(x+2)(x+3)} - \frac{(x-3)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{(x-1)(x+3) - (x-3)(x+2)}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{3(x+1)}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{3}{(x+2)(x+3)}$$

10. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{(-2ab)^2}{xy} \times \frac{x^4y^2}{-ab^2}$$

$$(3) \frac{x}{x^2 - 8x + 15} + \frac{x}{x^2 - 12x + 35}$$

$$(2) \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 12} \div \frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x + 6}$$

$$(4) \frac{2x-1}{x^2 - x - 20} - \frac{2x+1}{x^2 + x - 30}$$

解答 (1) $-4ax^3y$ (2) $\frac{x}{x-4}$ (3) $\frac{2x}{(x-3)(x-7)}$ (4) $\frac{2}{(x+4)(x+6)}$

解説

$$(1) \text{ (与式)} = \frac{4a^2b^2}{xy} \times \frac{x^4y^2}{-ab^2} = -4ax^3y$$

$$(2) \text{ (与式)} = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 12} \times \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4} = \frac{x(x-2)}{(x+3)(x-4)} \times \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x}{x-4}$$

$$(3) \text{ (与式)} = \frac{x}{(x-3)(x-5)} + \frac{x}{(x-5)(x-7)} = \frac{x[(x-7) + (x-3)]}{(x-3)(x-5)(x-7)} = \frac{x \cdot 2(x-5)}{(x-3)(x-5)(x-7)} = \frac{2x}{(x-3)(x-7)}$$

$$(4) \text{ (与式)} = \frac{2x-1}{(x+4)(x-5)} - \frac{2x+1}{(x-5)(x+6)} = \frac{(2x-1)(x+6) - (2x+1)(x+4)}{(x+4)(x-5)(x+6)} = \frac{2(x-5)}{(x+4)(x-5)(x+6)} = \frac{2}{(x+4)(x+6)}$$

11. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{x^2 - 8x - 20}{3x^2 + 5x - 2} \times \frac{3x^2 - 31x + 10}{x^3 - 2x^2 - 80x}$$

$$(2) \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 5x + 6} \times \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 9}$$

解答 (1) $\frac{x-10}{x(x+8)}$ (2) $\frac{x}{x-1}$

解説

$$(1) \text{ (与式)} = \frac{(x+2)(x-10)}{(x+2)(3x-1)} \times \frac{(x-10)(3x-1)}{x(x+8)(x-10)} = \frac{x-10}{x(x+8)}$$

$$(2) \text{ (与式)} = \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4} \times \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 3x - 4} \times \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 9} = \frac{(x-3)(x+4)}{(x+2)(x-2)} \times \frac{(x+2)(x+3)}{(x-1)(x+4)} \times \frac{x(x-2)}{(x+3)(x-3)} = \frac{x}{x-1}$$

12. 次の式を簡単にせよ。

$$(1) \frac{x-\frac{4}{x}}{1-\frac{2}{x}}$$

$$(2) \frac{\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x}-\frac{1}{1+x}}$$

$$(3) 1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-x}}$$

〔解答〕 (1) $x+2$ (2) $\frac{1}{x}$ (3) $\frac{1}{x}$

〔解説〕

(1) 分子、分母をそれぞれ先に通分してしまう。そして、 $\frac{\text{分子}}{\text{分母}}$ を分子÷分母と書きなおす。

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \frac{\frac{x^2-4}{x}}{\frac{x-2}{x}} = \frac{x^2-4}{x} \div \frac{x-2}{x} = \frac{x^2-4}{x} \times \frac{x}{x-2} \\ &= \frac{(x+2)(x-2)}{x} \times \frac{x}{x-2} = x+2 \end{aligned}$$

〔別解〕 分子分母に x をかけると、分子も分母も分数の形を回避できる。

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \frac{x\left(\frac{x-4}{x}\right)}{x\left(1-\frac{2}{x}\right)} = \frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = x+2 \end{aligned}$$

(2) 分子、分母をそれぞれ先に通分してしまう。そして、 $\frac{\text{分子}}{\text{分母}}$ を分子÷分母と書きなおす。

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \frac{\frac{1+x+1-x}{(1-x)(1+x)}}{\frac{1+x-(1-x)}{(1-x)(1+x)}} = \frac{\frac{2}{(1-x)(1+x)}}{\frac{2x}{(1-x)(1+x)}} = \frac{2}{(1-x)(1+x)} \div \frac{2x}{(1-x)(1+x)} \\ &= \frac{2}{(1-x)(1+x)} \times \frac{(1-x)(1+x)}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

〔別解〕 分子分母に $(1-x)(1+x)$ をかけると、分子も分母も分数の形を回避できる。

$$\begin{aligned} (\text{与式}) &= \frac{(1-x)(1+x)\left(\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}\right)}{(1-x)(1+x)\left(\frac{1}{1-x}-\frac{1}{1+x}\right)} = \frac{1+x+1-x}{1+x-(1-x)} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$(3) (\text{与式}) = 1 - \frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}} = 1 - \frac{1}{\frac{x}{x-1}} = 1 - \frac{x-1}{x} = \frac{x-(x-1)}{x} = \frac{1}{x}$$

〔参考〕 $\frac{1}{x-1}$ は $\frac{1}{x-1} = 1 \div \frac{x}{x-1} = 1 \times \frac{x-1}{x} = \frac{x-1}{x}$ となる

13. 次の計算をせよ。

$$(1) \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} + \frac{2x}{x^2-y^2}$$

$$(2) \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{2x}{x^2+1} - \frac{4x}{x^4+1}$$

〔解答〕 (1) $\frac{2}{x+y}$ (2) $\frac{8x}{x^8-1}$

〔解説〕

$$\begin{aligned} (1) (\text{与式}) &= \frac{x-y-(x+y)}{(x+y)(x-y)} + \frac{2x}{x^2-y^2} = \frac{-2y}{(x+y)(x-y)} + \frac{2x}{(x+y)(x-y)} \\ &= \frac{2(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{2}{x+y} \end{aligned}$$

$$(2) (\text{与式}) = \frac{x+1+x-1}{(x-1)(x+1)} - \frac{2x}{x^2+1} - \frac{4x}{x^4+1} = \frac{2x}{x^2-1} - \frac{2x}{x^2+1} - \frac{4x}{x^4+1}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2x(x^2+1)-2x(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)} - \frac{4x}{x^4+1} = \frac{4x}{x^4-1} - \frac{4x}{x^4+1} \\ &= \frac{4x[x^4+1-(x^4-1)]}{(x^4-1)(x^4+1)} = \frac{4x \cdot 2}{(x^4-1)(x^4+1)} = \frac{8x}{(x^4-1)(x^4+1)} = \frac{8x}{x^8-1} \end{aligned}$$

14. 次の計算をせよ。

$$\begin{aligned} (1) \frac{(-2ab)^2}{xy} \times \frac{x^4y^2}{-ab^2} & (2) \frac{x^2-2x}{x^2-x-12} \div \frac{x^2-4}{x^2+5x+6} \\ (3) \frac{x}{x^2-8x+15} + \frac{x}{x^2-12x+35} & (4) \frac{2x-1}{x^2-x-20} - \frac{2x+1}{x^2+x-30} \end{aligned}$$

〔解答〕 (1) $-4ax^3y$ (2) $\frac{x}{x-4}$ (3) $\frac{2x}{(x-3)(x-7)}$ (4) $\frac{2}{(x+4)(x+6)}$

〔解説〕

$$\begin{aligned} (1) (\text{与式}) &= \frac{4a^2b^2}{xy} \times \frac{x^4y^2}{-ab^2} = -4ax^3y \\ (2) (\text{与式}) &= \frac{x^2-2x}{x^2-x-12} \times \frac{x^2+5x+6}{x^2-4} = \frac{x(x-2)}{(x+3)(x-4)} \times \frac{(x+2)(x+3)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x}{x-4} \\ (3) (\text{与式}) &= \frac{x}{(x-3)(x-5)} + \frac{x}{(x-5)(x-7)} = \frac{x[(x-7)+(x-3)]}{(x-3)(x-5)(x-7)} \\ &= \frac{x \cdot 2(x-5)}{(x-3)(x-5)(x-7)} = \frac{2x}{(x-3)(x-7)} \\ (4) (\text{与式}) &= \frac{2x-1}{(x+4)(x-5)} - \frac{2x+1}{(x-5)(x+6)} = \frac{(2x-1)(x+6)-(2x+1)(x+4)}{(x+4)(x-5)(x+6)} \\ &= \frac{2(x-5)}{(x+4)(x-5)(x+6)} = \frac{2}{(x+4)(x+6)} \end{aligned}$$