

1.(1) 次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ。

$$A = 2x^3 - 5x^2 - 5, \quad B = 2x - 1$$

(2) 次の式 A, B を x についての整式とみて、 A を B で割った商と余りを求めよ。

$$A = 2x^3 + 10y^3 - 3xy^2, \quad B = x + 2y$$

2.(1) 次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ。

(ア) $A = 3x^2 + 5x + 4, \quad B = x + 1$

(イ) $A = 2x^4 - 6x^3 + 5x - 3, \quad B = 2x^2 - 3$

(2) 次の式 A, B を x についての整式とみて、 A を B で割った商と余りを求めよ。

$$A = 3x^3 + 4y^3 - 11x^2y, \quad B = 3x - 2y$$

3.(1) $2x^2 - x - 1$ で割ると、商が $4x + 5$ 、余りが $-2x + 1$ である整式 A を求めよ。

(2) $x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1$ を整式 B で割ると、商が $x^2 + 1$ 、余りが $-3x - 2$ である。整式 B を求めよ。

4.(1) $2x^2+x-2$ で割ると、商が $-3x+5$ 、余りが $-2x+4$ である整式Aを求めよ。

(2) $3x^3-2x^2+1$ をある整式Bで割ると、商が $x+1$ 、余りが $x-3$ であるという。整式Bを求めよ。

5. $4a^2+3ab+2b^2$ を $a+2b$ で割った商と余りを求めたい。

(1) aの整式とみて求めよ。

(2) bの整式とみて求めよ。

6.(1) $15^{10}+2 \cdot 15^2+1$ を 15^4-15^2+1 で割った余りを求めよ。

(2) xの整式 x^3+4x^2+2x+k が $x+1$ で割り切れるとき、その商は $x^2+\boxed{}x-1$ であり、 $k=\boxed{}$ である。

1.(1) 次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ。

$$A=2x^3-5x^2-5, B=2x-1$$

(2) 次の式 A, B を x についての整式とみて、 A を B で割った商と余りを求めよ。

$$A=2x^3+10y^3-3xy^2, B=x+2y$$

〔解答〕 (1) 商 x^2-2x-1 , 余り -6 (2) 商 $2x^2-4xy+5y^2$, 余り 0

〔解説〕

$$\begin{array}{r} x^2-2x-1 \\ \hline 2x-1 \overline{)2x^3-5x^2-5} \\ 2x^3-x^2 \\ \hline -4x^2 \\ -4x^2+2x \\ \hline -2x-5 \\ -2x+1 \\ \hline -6 \end{array}$$

商 x^2-2x-1 , 余り -6

$$\begin{array}{r} 2x^2-4xy+5y^2 \\ \hline x+2y \overline{)2x^3-3xy^2+10y^3} \\ 2x^3+4x^2y \\ \hline -4x^2y-3xy^2 \\ -4x^2y-8xy^2 \\ \hline 5xy^2+10y^3 \\ 5xy^2+10y^3 \\ \hline 0 \end{array}$$

商 $2x^2-4xy+5y^2$, 余り 0 2.(1) 次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ。

$$(ア) A=3x^2+5x+4, B=x+1 \quad (イ) A=2x^4-6x^3+5x-3, B=2x^2-3$$

(2) 次の式 A, B を x についての整式とみて、 A を B で割った商と余りを求めよ。

$$A=3x^3+4y^3-11x^2y, B=3x-2y$$

〔解答〕 (1) (ア) 商 $3x+2$, 余り 2 (イ) 商 $x^2-3x+\frac{3}{2}$, 余り $-4x+\frac{3}{2}$ (2) 商 $x^2-3xy-2y^2$, 余り 0

〔解説〕

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ \hline x+1 \overline{)3x^2+5x+4} \\ 3x^2+3x \\ \hline 2x+4 \\ 2x+2 \\ \hline 2 \end{array}$$

商 $3x+2$, 余り 2

$$\begin{array}{r} x^2-3x+\frac{3}{2} \\ \hline 2x^2-3 \overline{)2x^4-6x^3+5x-3} \\ 2x^4-3x^2 \\ \hline -6x^3+3x^2+5x \\ -6x^3+9x \\ \hline 3x^2-4x-3 \\ 3x^2-\frac{9}{2} \\ \hline -4x+\frac{3}{2} \end{array}$$

商 $x^2-3x+\frac{3}{2}$, 余り $-4x+\frac{3}{2}$

$$\begin{array}{r} x^2-3xy-2y^2 \\ \hline 3x-2y \overline{)3x^3-11x^2y+4y^3} \\ 3x^3-2x^2y \\ \hline -9x^2y \\ -9x^2y+6xy^2 \\ -6xy^2+4y^3 \\ -6xy^2+4y^3 \\ \hline 0 \end{array}$$

商 $x^2-3xy-2y^2$, 余り 0 3.(1) $2x^2-x-1$ で割ると、商が $4x+5$, 余りが $-2x+1$ である整式 A を求めよ。(2) $x^4+3x^3+2x^2-1$ を整式 B で割ると、商が x^2+1 , 余りが $-3x-2$ である。整式 B を求めよ。〔解答〕 (1) $8x^3+6x^2-11x-4$ (2) x^2+3x+1

〔解説〕

(1) 条件から、次の等式が成り立つ。

$$A=(2x^2-x-1) \times (4x+5)-2x+1$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } A &= (8x^3+10x^2-4x^2-5x-4x-5)-2x+1 \\ &= 8x^3+6x^2-9x-5-2x+1 \\ &= 8x^3+6x^2-11x-4 \end{aligned}$$

(2) 条件から、次の等式が成り立つ。

$$\begin{array}{c} x^4+3x^3+2x^2-1=B \times (x^2+1)-3x-2 \\ \hline x^2+1 \end{array}$$

$$\text{すなわち } x^4+3x^3+2x^2+3x+1=B \times (x^2+1)$$

$$\begin{array}{c} x^4+x^2 \\ \hline 3x^3+x^2+3x \\ \hline 3x^3+3x \\ \hline x^2+1 \\ \hline x^2+1 \\ \hline 0 \end{array}$$

よって、 $x^4+3x^3+2x^2+3x+1$ は x^2+1 で割り切れて、その商が B である。右の計算により $B=x^2+3x+1$

4.(1) $2x^2+x-2$ で割ると、商が $-3x+5$ 、余りが $-2x+4$ である整式Aを求めよ。

(2) $3x^3-2x^2+1$ をある整式Bで割ると、商が $x+1$ 、余りが $x-3$ であるという。整式Bを求めよ。

〔解答〕 (1) $A = -6x^3 + 7x^2 + 9x - 6$ (2) $B = 3x^2 - 5x + 4$

〔解説〕

(1) $A = (2x^2+x-2) \times (-3x+5) - 2x+4$
 $= -6x^3 + 7x^2 + 9x - 6$

(2) $3x^3-2x^2+1 = B \times (x+1) + x-3$

よって $3x^3-2x^2-x+4 = B \times (x+1)$

ゆえに、 $3x^3-2x^2-x+4$ は $x+1$ で割り切れて、その商がBである。

右の計算から $B = 3x^2 - 5x + 4$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x + 4 \\ x+1 \overline{) 3x^3 - 2x^2 - x + 4} \\ \underline{-3x^3 - 3x^2} \\ -5x^2 - x \\ \underline{-5x^2 - 5x} \\ 4x + 4 \\ \underline{4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

5. $4a^2+3ab+2b^2$ を $a+2b$ で割った商と余りを求める。

(1) aの整式とみて求めよ。

(2) bの整式とみて求めよ。

〔解答〕 (1) 商 $4a-5b$ 、余り $12b^2$ (2) 商 $b+a$ 、余り $3a^2$

〔解説〕

$$\begin{array}{r} 4a - 5b \\ a+2b \overline{) 4a^2 + 3ab + 2b^2} \\ \underline{4a^2 + 8ab} \\ -5ab + 2b^2 \\ \underline{-5ab - 10b^2} \\ 12b^2 \end{array}$$

商 $4a-5b$ 、余り $12b^2$

$$\begin{array}{r} b + a \\ 2b+a \overline{) 2b^2 + 3ab + 4a^2} \\ \underline{2b^2 + ab} \\ 2ab + 4a^2 \\ \underline{2ab + a^2} \\ 3a^2 \end{array}$$

商 $b+a$ 、余り $3a^2$

6.(1) $15^{10}+2 \cdot 15^2+1$ を 15^4-15^2+1 で割った余りを求めよ。

(2) xの整式 x^3+4x^2+2x+k が $x+1$ で割り切れるとき、その商は $x^2+\square x-1$ であり、 $k=\square$ である。

〔解答〕 (1) 227 (2) (ア) 3 (イ) -1

〔解説〕

(1) $15^2=x$ とおくと $15^{10}+2 \cdot 15^2+1=x^5+2x+1$

$$15^4-15^2+1=x^2-x+1$$

x^5+2x+1 を x^2-x+1 で割ると次のようになる。

$$\begin{array}{r} x^3+x^2-1 \\ x^2-x+1 \overline{) x^5} \\ \underline{x^5-x^4+x^3} \\ x^4-x^3 \\ \underline{x^4-x^3+x^2} \\ -x^2+2x+1 \\ \underline{-x^2+x-1} \\ x+2 \end{array}$$

したがって、余りは $15^2+2=225+2=227$

(2) x^3+4x^2+2x+k を $x+1$ で割ると次のようになる。

$$\begin{array}{r} x^2+3x-1 \\ x+1 \overline{) x^3+4x^2+2x+k} \\ \underline{x^3+x^2} \\ 3x^2+2x \\ \underline{3x^2+3x} \\ -x+k \\ \underline{-x-1} \\ k+1 \end{array}$$

よって、商は $x^2+\square 3x-1$

また、余りは0であるから $k+1=0$ ゆえに $k=\square -1$