

1 . (1) 次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ。
 $A=2x^3-5x^2-5, B=2x-1$
(2) 次の式 A, B を x についての整式とみて, A を B で割った商と余りを求めよ。
 $A=2x^3+10y^3-3xy^2, B=x+2y$

2 . (1) 次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ。
(ア) $A=3x^2+5x+4, B=x+1$ (イ) $A=2x^4-6x^3+5x-3, B=2x^2-3$
(2) 次の式 A, B を x についての整式とみて, A を B で割った商と余りを求めよ。
 $A=3x^3+4y^3-11x^2y, B=3x-2y$

3 . (1) $2x^2-x-1$ で割ると, 商が $4x+5$, 余りが $-2x+1$ である整式 A を求めよ。
(2) $x^4+3x^3+2x^2-1$ を整式 B で割ると, 商が x^2+1 , 余りが $-3x-2$ である。整式 B を求めよ。

4. (1) $2x^2+x-2$ で割ると、商が $-3x+5$ 、余りが $-2x+4$ である整式 A を求めよ。
- (2) $3x^3-2x^2+1$ をある整式 B で割ると、商が $x+1$ 、余りが $x-3$ であるという。整式 B を求めよ。

5. $4a^2+3ab+2b^2$ を $a+2b$ で割った商と余りを求めたい。
- (1) a の整式とみて求めよ。
- (2) b の整式とみて求めよ。

6. (1) $15^{10}+2\cdot 15^2+1$ を 15^4-15^2+1 で割った余りを求めよ。
- (2) x の整式 x^3+4x^2+2x+k が $x+1$ で割り切れるとき、その商は $x^2+\boxed{}x-1$ であり、 $k=\boxed{}$ である。

1. (1) 次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ。

$A=2x^3-5x^2-5, B=2x-1$

(2) 次の式 A, B を x についての整式とみて, A を B で割った商と余りを求めよ。

$A=2x^3+10y^3-3xy^2, B=x+2y$

解答 (1) 商 x^2-2x-1 , 余り -6 (2) 商 $2x^2-4xy+5y^2$, 余り 0

解説

(1)

$$\begin{array}{r} x^2-2x-1 \\ 2x-1 \overline{) 2x^3-5x^2-5} \\ \underline{2x^3-x^2} \\ -4x^2 \\ \underline{-4x^2+2x} \\ -2x-5 \\ \underline{-2x+1} \\ -6 \end{array}$$

商 x^2-2x-1 , 余り -6

(2)

$$\begin{array}{r} 2x^2-4xy+5y^2 \\ x+2y \overline{) 2x^3-3xy^2+10y^3} \\ \underline{2x^3+4x^2y} \\ -4x^2y-3xy^2 \\ \underline{-4x^2y-8xy^2} \\ 5xy^2+10y^3 \\ \underline{5xy^2+10y^3} \\ 0 \end{array}$$

商 $2x^2-4xy+5y^2$, 余り 0

2. (1) 次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ。

(ア) $A=3x^2+5x+4, B=x+1$

(イ) $A=2x^4-6x^3+5x-3, B=2x^2-3$

(2) 次の式 A, B を x についての整式とみて, A を B で割った商と余りを求めよ。

$A=3x^3+4y^3-11x^2y, B=3x-2y$

解答 (1) (ア) 商 $3x+2$, 余り 2 (イ) 商 $x^2-3x+\frac{3}{2}$, 余り $-4x+\frac{3}{2}$

(2) 商 $x^2-3xy-2y^2$, 余り 0

解説

(1) (ア)

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ x+1 \overline{) 3x^2+5x+4} \\ \underline{3x^2+3x} \\ 2x+4 \\ \underline{2x+2} \\ 2 \end{array}$$

商 $3x+2$, 余り 2

(イ)

$$\begin{array}{r} x^2-3x+\frac{3}{2} \\ 2x^2-3 \overline{) 2x^4-6x^3+5x-3} \\ \underline{2x^4-3x^2} \\ -6x^3+3x^2+5x \\ \underline{-6x^3+9x} \\ 3x^2-4x-3 \\ \underline{3x^2-\frac{9}{2}} \\ -4x+\frac{3}{2} \end{array}$$

商 $x^2-3x+\frac{3}{2}$, 余り $-4x+\frac{3}{2}$

(2)

$$\begin{array}{r} x^2-3xy-2y^2 \\ 3x-2y \overline{) 3x^3-11x^2y+4y^3} \\ \underline{3x^3-2x^2y} \\ -9x^2y \\ \underline{-9x^2y+6xy^2} \\ -6xy^2+4y^3 \\ \underline{-6xy^2+4y^3} \\ 0 \end{array}$$

商 $x^2-3xy-2y^2$, 余り 0

3. (1) $2x^2-x-1$ で割ると, 商が $4x+5$, 余りが $-2x+1$ である整式 A を求めよ。

(2) $x^4+3x^3+2x^2-1$ を整式 B で割ると, 商が x^2+1 , 余りが $-3x-2$ である。整式 B を求めよ。

解答 (1) $8x^3+6x^2-11x-4$ (2) x^2+3x+1

解説

(1) 条件から, 次の等式が成り立つ。

$A=(2x^2-x-1)\times(4x+5)-2x+1$

ゆえに $A=(8x^3+10x^2-4x^2-5x-4x-5)-2x+1$
 $=8x^3+6x^2-9x-5-2x+1$
 $=8x^3+6x^2-11x-4$

(2) 条件から, 次の等式が成り立つ。

$x^4+3x^3+2x^2-1=B\times(x^2+1)-3x-2$ $x^2+1 \overline{) x^4+3x^3+2x^2+3x+1}$
すなわち $x^4+3x^3+2x^2+3x+1=B\times(x^2+1)$ $\underline{x^4+x^2}$

よって, $x^4+3x^3+2x^2+3x+1$ は x^2+1 で割り切れて, その商が B である。

右の計算により $B=x^2+3x+1$

$$\begin{array}{r} 3x^3+x^2+3x \\ \underline{3x^3+x^2+3x} \\ x^2+1 \\ \underline{x^2+1} \\ 0 \end{array}$$

4. (1) $2x^2+x-2$ で割ると、商が $-3x+5$ 、余りが $-2x+4$ である整式 A を求めよ。
 (2) $3x^3-2x^2+1$ をある整式 B で割ると、商が $x+1$ 、余りが $x-3$ であるという。整式 B を求めよ。

【解答】 (1) $A=-6x^3+7x^2+9x-6$ (2) $B=3x^2-5x+4$

【解説】

$$\begin{array}{l} \text{(1)} \quad A=(2x^2+x-2)\times(-3x+5)-2x+4 \\ \qquad \qquad =-6x^3+7x^2+9x-6 \\ \text{(2)} \quad 3x^3-2x^2+1=B\times(x+1)+x-3 \\ \qquad \text{よって} \qquad 3x^3-2x^2-x+4=B\times(x+1) \\ \text{ゆえに、} 3x^3-2x^2-x+4 \text{ は } x+1 \text{ で割り切れて、その} \\ \text{商が } B \text{ である。} \\ \text{右の計算から} \qquad B=3x^2-5x+4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2-5x+4 \\ x+1 \overline{) 3x^3-2x^2-x+4} \\ \underline{3x^3+3x^2} \\ -5x^2-x \\ \underline{-5x^2-5x} \\ 4x+4 \\ \underline{4x+4} \\ 0 \end{array}$$

5. $4a^2+3ab+2b^2$ を $a+2b$ で割った商と余りを求めたい。
 (1) a の整式とみて求めよ。 (2) b の整式とみて求めよ。

【解答】 (1) 商 $4a-5b$ 、余り $12b^2$ (2) 商 $b+a$ 、余り $3a^2$

【解説】

$$\begin{array}{l} \text{(1)} \quad \begin{array}{r} 4a-5b \\ a+2b \overline{) 4a^2+3ab+2b^2} \\ \underline{4a^2+8ab} \\ -5ab+2b^2 \\ \underline{-5ab-10b^2} \\ 12b^2 \end{array} \\ \qquad \text{商 } 4a-5b, \text{ 余り } 12b^2 \\ \text{(2)} \quad \begin{array}{r} b+a \\ 2b+a \overline{) 2b^2+3ab+4a^2} \\ \underline{2b^2+ab} \\ 2ab+4a^2 \\ \underline{2ab+a^2} \\ 3a^2 \end{array} \\ \qquad \text{商 } b+a, \text{ 余り } 3a^2 \end{array}$$

6. (1) $15^{10}+2\cdot 15^2+1$ を 15^4-15^2+1 で割った余りを求めよ。

- (2) x の整式 x^3+4x^2+2x+k が $x+1$ で割り切れるとき、その商は $x^2+^{\circ}\boxed{}x-1$ であり、 $k=^{\circ}\boxed{}$ である。

【解答】 (1) 227 (2) (ア) 3 (イ) -1

【解説】

- (1) $15^2=x$ とおくと $15^{10}+2\cdot 15^2+1=x^5+2x+1$
 $15^4-15^2+1=x^2-x+1$
 x^5+2x+1 を x^2-x+1 で割ると次のようになる。

$$\begin{array}{r} x^3+x^2-1 \\ x^2-x+1 \overline{) x^5} \\ \underline{x^5-x^4+x^3} \\ x^4-x^3 \\ \underline{x^4-x^3+x^2} \\ -x^2+2x+1 \\ \underline{-x^2+x-1} \\ x+2 \end{array}$$

したがって、余りは $15^2+2=225+2=227$

- (2) x^3+4x^2+2x+k を $x+1$ で割ると次のようになる。

$$\begin{array}{r} x^2+3x-1 \\ x+1 \overline{) x^3+4x^2+2x+k} \\ \underline{x^3+x^2} \\ 3x^2+2x \\ \underline{3x^2+3x} \\ -x+k \\ \underline{-x-1} \\ k+1 \end{array}$$

よって、商は $x^2+^{\circ}3x-1$

また、余りは 0 であるから $k+1=0$ ゆえに $k=^{\circ}-1$