

1. 適当な公式を用いて，次の式を展開せよ。 (1) $(a+3)^3$ (2) $(2x-1)^3$ (3) $(4x+y)^3$ (4) $(-5a+2b)^3$ (5) $(ab-2)^3$ (6) $(2x^2+3y)^3$	2. 適当な公式を用いて，次の式を展開せよ。 (1) $(x+4)(x^2-4x+16)$ (2) $(1-a)(1+a+a^2)$ (3) $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$ (4) $(5x-2y)(25x^2+10xy+4y^2)$	3. 次の式を展開せよ。 (1) $(2x+1)^3(2x-1)^3$ (2) $(a+2b)^2(a^2-2ab+4b^2)^2$ (3) $(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$
---	---	---

4. 適当な公式を用いて，次の式を因数分解せよ。

(1) $8x^3+27$ (2) a^3-125b^3 (3) $128x^3+2y^3$ (4) $a^3b^3-c^3$

5. 次の式を因数分解せよ。

(1) $64x^6-1$ (2) $a^6+26a^3b^3-27b^6$ (3) $(x-y)^3+8$

6. 次の式を因数分解せよ。

(1) x^3-3x^2+6x-8 (2) $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$

7. 次の式を因数分解せよ。

(1) x^6-64 (2) x^6-y^6

8. (1) の式を展開せよ。また，(2)～(5) の式を因数分解せよ。

(1) $(x+y+z)^3$ (2) $27x^3+64$ (3) x^3-125y^3
(4) $8x^3-12x^2+6x-1$ (5) $x^3-y^3-z^3-3xyz$

1. 適当な公式を用いて，次の式を展開せよ。

- (1) $(a+3)^3$
- (2) $(2x-1)^3$
- (3) $(4x+y)^3$
- (4) $(-5a+2b)^3$
- (5) $(ab-2)^3$
- (6) $(2x^2+3y)^3$

【解答】 (1) $a^3+9a^2+27a+27$ (2) $8x^3-12x^2+6x-1$
(3) $64x^3+48x^2y+12xy^2+y^3$ (4) $-125a^3+150a^2b-60ab^2+8b^3$
(5) $a^3b^3-6a^2b^2+12ab-8$ (6) $8x^6+36x^4y+54x^2y^2+27y^3$

【解説】

- (1) 与式 $=a^3+3\cdot a^2\cdot 3+3\cdot a\cdot 3^2+3^3=a^3+9a^2+27a+27$
- (2) 与式 $=(2x)^3-3\cdot (2x)^2\cdot 1+3\cdot 2x\cdot 1^2-1^3=8x^3-12x^2+6x-1$
- (3) 与式 $=(4x)^3+3\cdot (4x)^2\cdot y+3\cdot 4x\cdot y^2+y^3=64x^3+48x^2y+12xy^2+y^3$
- (4) 与式 $=(-5a)^3+3\cdot (-5a)^2\cdot 2b+3\cdot (-5a)\cdot (2b)^2+(2b)^3$
 $=-125a^3+150a^2b-60ab^2+8b^3$
- (5) 与式 $=(ab)^3-3\cdot (ab)^2\cdot 2+3\cdot ab\cdot 2^2-2^3=a^3b^3-6a^2b^2+12ab-8$
- (6) 与式 $=(2x^2)^3+3\cdot (2x^2)^2\cdot 3y+3\cdot 2x^2\cdot (3y)^2+(3y)^3$
 $=8x^6+36x^4y+54x^2y^2+27y^3$

2. 適当な公式を用いて，次の式を展開せよ。

- (1) $(x+4)(x^2-4x+16)$
- (2) $(1-a)(1+a+a^2)$
- (3) $(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$
- (4) $(5x-2y)(25x^2+10xy+4y^2)$

【解答】 (1) x^3+64 (2) $1-a^3$ (3) $8a^3+27b^3$ (4) $125x^3-8y^3$

【解説】

- (1) 与式 $=x^3+4^3=x^3+64$
- (2) 与式 $=1^3-a^3=1-a^3$
- (3) 与式 $=(2a)^3+(3b)^3=8a^3+27b^3$
- (4) 与式 $=(5x)^3-(2y)^3=125x^3-8y^3$

3. 次の式を展開せよ。

- (1) $(2x+1)^3(2x-1)^3$
- (2) $(a+2b)^2(a^2-2ab+4b^2)^2$
- (3) $(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

【解答】 (1) $64x^6-48x^4+12x^2-1$ (2) $a^6+16a^3b^3+64b^6$ (3) x^6-1

【解説】

- (1) 与式 $=\{(2x+1)(2x-1)\}^3=(4x^2-1)^3=(4x^2)^3-3\cdot (4x^2)^2\cdot 1+3\cdot 4x^2\cdot 1^2-1^3$
 $=64x^6-48x^4+12x^2-1$
- (2) 与式 $=\{(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)\}^2=\{a^3+(2b)^3\}^2=(a^3+8b^3)^2=a^6+16a^3b^3+64b^6$
- (3) 与式 $=(x-1)(x^2+x+1)\times (x+1)(x^2-x+1)=(x^3-1^3)(x^3+1^3)=(x^3-1)(x^3+1)$
 $=x^6-1$

4. 適当な公式を用いて、次の式を因数分解せよ。

(1) $8x^3+27$ (2) a^3-125b^3 (3) $128x^3+2y^3$ (4) $a^3b^3-c^3$

解答 (1) $(2x+3)(4x^2-6x+9)$ (2) $(a-5b)(a^2+5ab+25b^2)$
(3) $2(4x+y)(16x^2-4xy+y^2)$ (4) $(ab-c)(a^2b^2+abc+c^2)$

解説

(1) 与式 $= (2x)^3+3^3=(2x+3)\{(2x)^2-2x\cdot 3+3^2\}=(2x+3)(4x^2-6x+9)$
(2) 与式 $= a^3-(5b)^3=(a-5b)\{a^2+a\cdot 5b+(5b)^2\}=(a-5b)(a^2+5ab+25b^2)$
(3) 与式 $= 2(64x^3+y^3)=2\{(4x)^3+y^3\}=2(4x+y)\{(4x)^2-4x\cdot y+y^2\}$
 $= 2(4x+y)(16x^2-4xy+y^2)$
(4) 与式 $= (ab)^3-c^3=(ab-c)\{(ab)^2+ab\cdot c+c^2\}=(ab-c)(a^2b^2+abc+c^2)$

5. 次の式を因数分解せよ。

(1) $64x^6-1$ (2) $a^6+26a^3b^3-27b^6$ (3) $(x-y)^3+8$

解答 (1) $(2x+1)(2x-1)(4x^2-2x+1)(4x^2+2x+1)$
(2) $(a-b)(a+3b)(a^2+ab+b^2)(a^2-3ab+9b^2)$
(3) $(x-y+2)(x^2-2xy+y^2-2x+2y+4)$

解説

(1) 与式 $= (8x^3+1)(8x^3-1)=(2x+1)(4x^2-2x+1)(2x-1)(4x^2+2x+1)$
 $= (2x+1)(2x-1)(4x^2-2x+1)(4x^2+2x+1)$
別解 与式 $= (4x^2)^3-1^3=(4x^2-1)(16x^4+4x^2+1)=(4x^2-1)\{(4x^2+1)^2-4x^2\}$
 $= (2x+1)(2x-1)(4x^2-2x+1)(4x^2+2x+1)$
(2) 与式 $= (a^3-b^3)(a^3+27b^3)=(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+3b)(a^2-3ab+9b^2)$
 $= (a-b)(a+3b)(a^2+ab+b^2)(a^2-3ab+9b^2)$
(3) 与式 $= (x-y)^3+2^3=[(x-y)+2]\{(x-y)^2-(x-y)\cdot 2+2^2\}$
 $= (x-y+2)(x^2-2xy+y^2-2x+2y+4)$

6. 次の式を因数分解せよ。

(1) x^3-3x^2+6x-8 (2) $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$

解答 (1) $(x-2)(x^2-x+4)$ (2) $(2a-3b)^3$

解説

(1) 与式 $= x^3-8-(3x^2-6x)=(x-2)\{x^2+2x+4\}-3x(x-2)$
 $= (x-2)\{x^2+2x+4-3x\}=(x-2)(x^2-x+4)$
(2) 与式 $= (2a)^3-3\cdot (2a)^2\cdot 3b+3\cdot 2a\cdot (3b)^2-(3b)^3=(2a-3b)^3$
別解 与式 $= 8a^3-27b^3-(36a^2b-54ab^2)=(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)-18ab(2a-3b)$
 $= (2a-3b)\{(4a^2+6ab+9b^2)-18ab\}=(2a-3b)(4a^2-12ab+9b^2)$
 $= (2a-3b)(2a-3b)^2=(2a-3b)^3$

7. 次の式を因数分解せよ。

(1) x^6-64 (2) x^6-y^6

解答 (1) $(x+2)(x-2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4)$
(2) $(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$

解説

(1) $x^6-64=x^6-2^6=(x^3)^2-(2^3)^2$
 $= (x^3+2^3)(x^3-2^3)=(x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4)$
 $= (x+2)(x-2)(x^2-2x+4)(x^2+2x+4)$
(2) $x^6-y^6=(x^3)^2-(y^3)^2=(x^3+y^3)(x^3-y^3)$
 $= (x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)$
 $= (x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$

8. (1) の式を展開せよ。また、(2)～(5) の式を因数分解せよ。

(1) $(x+y+z)^3$ (2) $27x^3+64$ (3) x^3-125y^3
(4) $8x^3-12x^2+6x-1$ (5) $x^3-y^3-z^3-3xyz$

解答 (1) $x^3+y^3+z^3+3x^2y+3xy^2+3y^2z+3yz^2+3z^2x+3zx^2+6xyz$
(2) $(3x+4)(9x^2-12x+16)$ (3) $(x-5y)(x^2+5xy+25y^2)$
(4) $(2x-1)^3$ (5) $(x-y-z)(x^2+y^2+z^2+xy-yz+zx)$

解説

(1) $(x+y+z)^3=\{(x+y)+z\}^3=(x+y)^3+3(x+y)^2z+3(x+y)z^2+z^3$
 $= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3+3(x^2+2xy+y^2)z+3xz^2+3yz^2+z^3$
 $= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3+3zx^2+6xyz+3y^2z+3z^2x+3yz^2+z^3$
 $= x^3+y^3+z^3+3x^2y+3xy^2+3y^2z+3yz^2+3z^2x+3zx^2+6xyz$
(2) $27x^3+64=(3x)^3+4^3=(3x+4)\{(3x)^2-3x\cdot 4+4^2\}=(3x+4)(9x^2-12x+16)$
(3) $x^3-125y^3=x^3-(5y)^3=(x-5y)\{x^2+x\cdot 5y+(5y)^2\}=(x-5y)(x^2+5xy+25y^2)$
(4) $8x^3-12x^2+6x-1=(8x^3-1)-(12x^2-6x)=(2x-1)(4x^2+2x+1)-6x(2x-1)$
 $= (2x-1)(4x^2+2x+1-6x)=(2x-1)(4x^2-4x+1)=(2x-1)^3$
別解 $8x^3-12x^2+6x-1=(2x)^3-3\cdot (2x)^2\cdot 1+3\cdot 2x\cdot 1-1^3=(2x-1)^3$
(5) $x^3-y^3-z^3-3xyz=x^3+(-y)^3+(-z)^3-3x(-y)(-z)$
 $= \{x+(-y)+(-z)\}\{x^2+(-y)^2+(-z)^2-x(-y)-(-y)(-z)-(-z)x\}$
 $= (x-y-z)(x^2+y^2+z^2+xy-yz+zx)$