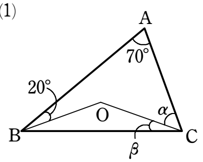
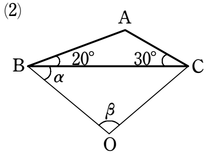
数学演習（平面図形）　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

1．△ABC の外心を O とする。下の図の角 α，β を求めよ。

(1)

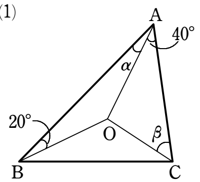


(2)

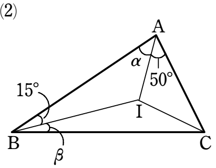


2．△ABC の外心を O，内心を I とする。下の図の角 α，β を求めよ。

(1)

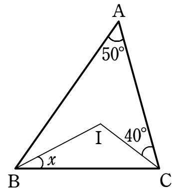


(2)



3．(1)　右の図において，点 I は △ABC の内心である。このとき，角 x を求めよ。

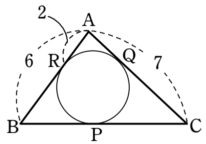
(2)　△ABC の内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。AB＝8，BC＝7，AC＝4 であるとき，AI：ID を求めよ。



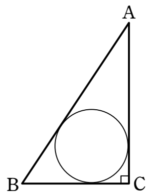
4．(1)　三角形 ABC の各辺が下の図のように，点 P，Q，R で円に接している。このとき，線分 AQ，BC の長さを求めよ。

(2)　下の図の三角形 ABC は ∠C＝90° の直角三角形である。AB＝5，BC＝3，CA＝4 とするとき，この三角形 ABC に内接する円の半径 r を求めよ。

(1)



(2)

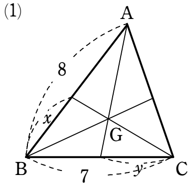


5．3 辺の長さが次のような △ABC が存在するかどうかを調べよ。

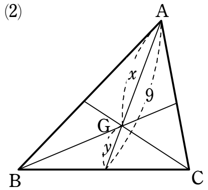
(1)　AB＝3，BC＝6，CA＝2　　　　(2)　AB＝8，BC＝10，CA＝17

6．△ABC の重心を G とする。下の図の x，y を求めよ。

(1)

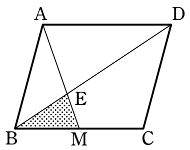


(2)



7．△ABC において，∠A およびその外角の二等分線と直線 BC との交点を，それぞれ D，E とする。AB＝5，AC＝3，CE＝6 のとき，BC および BD の長さを求めよ。

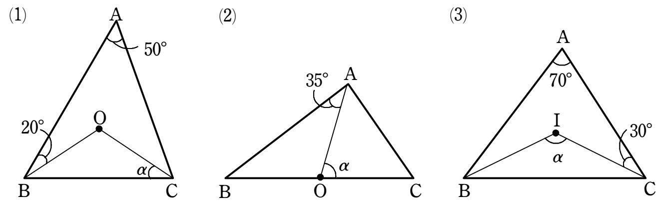
8．平行四辺形 ABCD において，辺 BC の中点を M とし，AM と BD との交点を E とする。このとき，△BME の面積と平行四辺形 ABCD の面積との比を求めよ。



9．△ABC で，∠A およびその外角の二等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D，E とする。AB＝8，BC＝7，CA＝6 のとき，次の長さを求めよ。

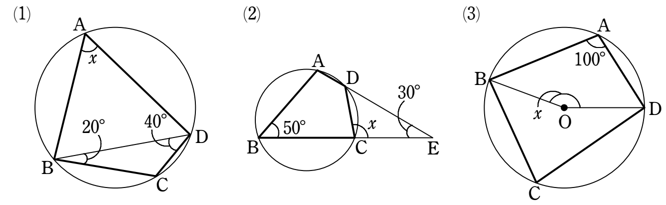
(1)　BD　　　　(2)　CE

10．次の図で，点 O は △ABC の外心，点 I は △ABC の内心である。それぞれについて ∠α の大きさを求めよ。



11．AB＝6，BC＝10，CA＝8 である △ABC の内心を I とする。直線 AI と辺 BC の交点を D とするとき，AI : ID を求めよ。

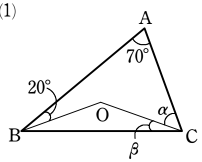
12．次の図で，∠x の大きさを求めよ。ただし，(3) の点 O は円の中心である。



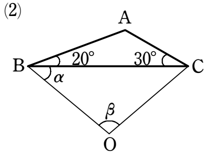
数学演習（平面図形）解答　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　）

1．△ABC の外心を O とする。下の図の角 α，β を求めよ。

(1)



(2)



解答　(1)　$\alpha=50°$，$\beta=20°$　　(2)　$\alpha=40°$，$\beta=100°$

(1)　$\angle OAB=\angle OBA=20°$ から　　$\angle OAC=50°$

よって　　$\alpha=\angle OAC=50°$

$\angle OBC=\angle OCB=\beta$ から，△ABC において

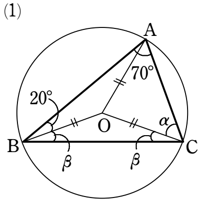
$20°+70°+50°+2\beta=180°$

ゆえに　　$\beta=20°$

別解　（後半）$\angle BOC=2\angle BAC=140°$

ゆえに　　$\beta=\dfrac{180°-140°}{2}=20°$

(1)



(2)　$\angle BAC=180°-(20°+30°)=130°$　……①

ここで，$\angle OBC=\angle OCB=\alpha$ であるから

$\angle BAC=\angle OAB+\angle OAC$

$=\angle OBA+\angle OCA$

$=(20°+\alpha)+(30°+\alpha)$

$=2\alpha+50°$　……②

①，② から　$2\alpha+50°=130°$

よって　　$\alpha=40°$

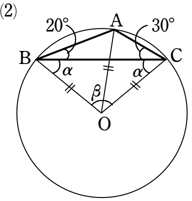
ゆえに　　$\beta=180°-2\times40°=100°$

別解　$360°-\beta=2\angle BAC=2\times130°=260°$

ゆえに　　$\beta=100°$

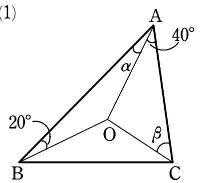
また　　$\alpha=\dfrac{180°-\beta}{2}=40°$

(2)

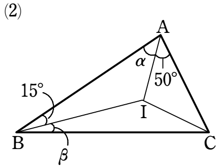


2．△ABC の外心を O，内心を I とする。下の図の角 α，β を求めよ。

(1)



(2)

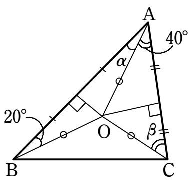


解答　(1)　$\alpha=20°$，$\beta=40°$　　(2)　$\alpha=50°$，$\beta=15°$

(1)　点 O は △ABC の 3 つの頂点からの距離が等しいから

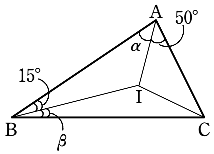
$OA=OB=OC$

よって　　$\alpha=20°$，$\beta=40°$



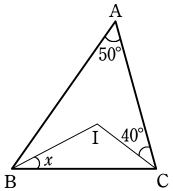
(2)　点 I は △ABC の 3 つの内角の二等分線上にあるから

$\alpha=50°$，$\beta=15°$



3．(1)　右の図において，点 I は △ABC の内心である。このとき，角 x を求めよ。

(2)　△ABC の内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。AB=8，BC=7，AC=4 であるとき，AI：ID を求めよ。



解答　(1)　$x=25°$　　(2)　12：7

(1)　$\angle ICB=\angle ICA=40°$，$\angle IBA=\angle IBC=x$ から

$2x+50°+40°\times2=180°$

よって　　$x=25°$

(2)　直線 AD は ∠A の二等分線であるから

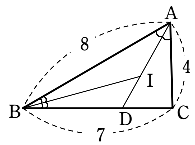
BD：DC＝AB：AC

＝8：4＝2：1

よって　　$BD=\dfrac{2}{2+1}\times BC=\dfrac{14}{3}$

直線 BI は ∠B の二等分線であるから

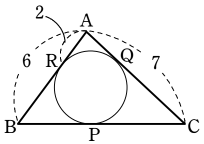
$AI:ID=BA:BD=8:\dfrac{14}{3}=12:7$



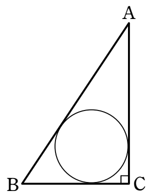
4．(1)　三角形 ABC の各辺が下の図のように，点 P，Q，R で円に接している。このとき，線分 AQ，BC の長さを求めよ。

(2)　下の図の三角形 ABC は $\angle C=90°$ の直角三角形である。AB=5，BC=3，CA=4 とするとき，この三角形 ABC に内接する円の半径 r を求めよ。

(1)



(2)

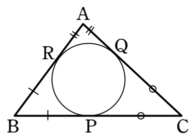


解答　(1)　AQ＝2，BC＝9　　(2)　$r=1$

(1)　AQ＝AR＝2

BP＝BR＝6－2＝4，CP＝CQ＝7－2＝5 から

BC＝BP＋CP＝4＋5＝9



(2)　内接円と辺 AB，BC，CA との接点をそれぞれ P，Q，R とする。

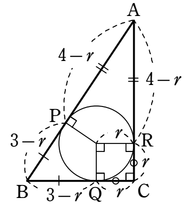
RC＝r，QC＝r であるから

AP＝AR＝$4-r$，BP＝BQ＝$3-r$

AP＋BP＝AB であるから

$(4-r)+(3-r)=5$

よって　　$r=1$



5．3 辺の長さが次のような △ABC が存在するかどうかを調べよ。

(1)　AB＝3，BC＝6，CA＝2　　　(2)　AB＝8，BC＝10，CA＝17

解答　(1)　存在しない　　(2)　存在する

(1)　CA＜AB＜BC であり

CA＋AB＝5

よって　　BC＞CA＋AB

ゆえに，△ABC は存在しない。　答

(2)　AB＜BC＜CA であり

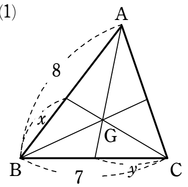
AB＋BC＝18

よって　　CA＜AB＋BC

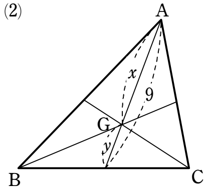
ゆえに，△ABC は存在する。　答

6．△ABC の重心を G とする。下の図の x，y を求めよ。

(1)



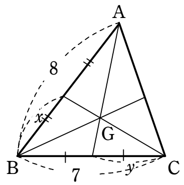
(2)



解答　(1)　$x=4$，$y=\dfrac{7}{2}$　　(2)　$x=6$，$y=3$

(1)　点 G は △ABC の 3 つの中線の交点であるから

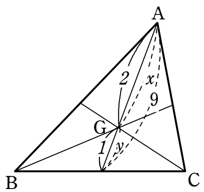
$x=4$，$y=\dfrac{7}{2}$



(2)　点 G は △ABC の各中線を 2：1 に内分するから

$x=9\times\dfrac{2}{3}=6$

$y=9-6=3$



7．△ABC において，∠A およびその外角の二等分線と直線 BC との交点を，それぞれ D，E とする。AB=5，AC=3，CE=6 のとき，BC および BD の長さを求めよ。

解答　BC=4，BD=$\dfrac{5}{2}$

直線 AE は ∠A の外角の二等分線であるから

BE：EC=AB：AC=5：3

よって　(BC+6)：6=5：3

ゆえに　3(BC+6)=30

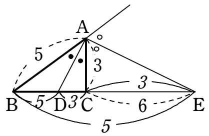
よって　BC=4

直線 AD は ∠A の二等分線であるから

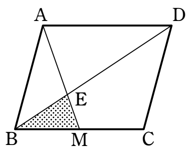
BD：DC=AB：AC=5：3

BC=4 であるから

$$BD=\frac{5}{5+3}\times BC=\frac{5}{8}\times 4=\frac{5}{2}$$



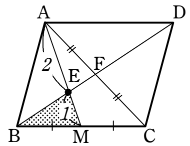
8．平行四辺形 ABCD において，辺 BC の中点を M とし，AM と BD との交点を E とする。このとき，△BME の面積と平行四辺形 ABCD の面積との比を求めよ。



解答　1：12

線分 AC，BD の交点を F とする。

△ABC において，E は中線 AM，BF の交点であるから，重心である。



よって　AE：EM=2：1

したがって　$\triangle BME=\dfrac{1}{3}\triangle BMA$

$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}$▱ABCD$=\dfrac{1}{12}$▱ABCD

ゆえに　△BME：▱ABCD=1：12

9．△ABC で，∠A およびその外角の二等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D，E とする。AB=8，BC=7，CA=6 のとき，次の長さを求めよ。

(1)　BD　　　(2)　CE

解答　(1)　4　　(2)　21

(1)　AD は ∠A の二等分線であるから

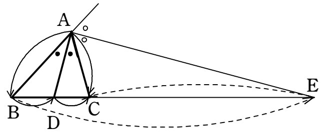
BD：DC=AB：AC=8：6=4：3

よって　$BD=BC\times\dfrac{4}{4+3}=4$　答

(2)　AE は ∠A の外角の二等分線であるから

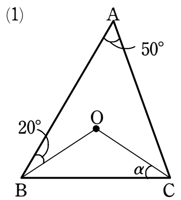
BE：EC=AB：AC=4：3

よって　CE=BC×3=21　答

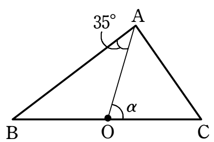


10．次の図で，点 O は △ABC の外心，点 I は △ABC の内心である。それぞれについて ∠α の大きさを求めよ。

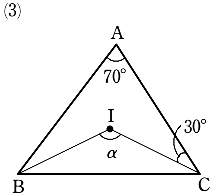
(1)



(2)



(3)



解答　(1)　40°　　(2)　70°　　(3)　125°

(1)　∠OAB=∠OBA=20°

よって　∠OCA=∠OAC=50°−20°=30°

また，∠OBC=α であるから

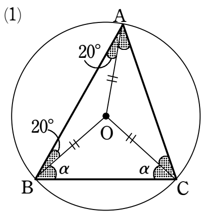
(20°+30°)+(20°+α)+(30°+α)=180°

よって，100°+2α=180° から　α=40°　答

(2)　∠OBA=∠OAB=35°

よって　α=∠OBA+∠OAB=35°+35°=70°　答

(1)



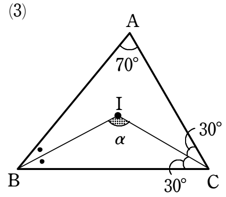
(3)　∠BCI=∠ACI=30°

よって　∠B=180°−70°−(30°+30°)=50°

ゆえに　∠IBC=50°÷2=25°

したがって　α=180°−25°−30°=125°　答

(3)



11．AB=6，BC=10，CA=8 である △ABC の内心を I とする。直線 AI と辺 BC の交点を D とするとき，AI：ID を求めよ。

解答　7：5

AI は ∠A の二等分線であるから

BD：DC=AB：AC

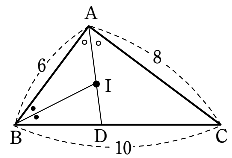
=6：8=3：4

よって　$BD=BC\times\dfrac{3}{3+4}$

$=10\times\dfrac{3}{7}=\dfrac{30}{7}$

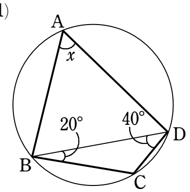
BI は ∠B の二等分線であるから

$AI：ID=BA：BD=6：\dfrac{30}{7}=7：5$　答

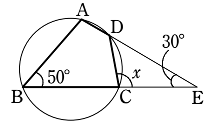


12．次の図で，∠x の大きさを求めよ。ただし，(3) の点 O は円の中心である。

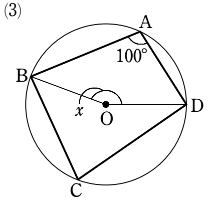
(1)



(2)



(3)



解答　(1)　60°　　(2)　100°　　(3)　160°

(1)　△BCD において　∠C=180°−(20°+40°)=120°

よって　x=180°−∠C=180°−120°=60°　答

(2)　∠A=∠DCE=x

よって，△ABE において　x=180°−(50°+30°)=100°　答

別解　∠CDE=∠B=50°

よって，△DCE において

x=180°−(50°+30°)=100°　答

(3)　∠C=180°−∠A

=180°−100°

=80°

よって　x=2∠C=2×80°

=160°　答