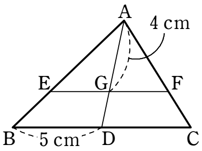
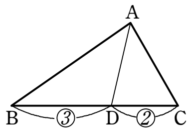
１．右の図において，点 G は △ABC の重心であり，G を通る直線 EF は辺 BC に平行である。このとき，次の線分の長さを求めなさい。

(1)　GD

(2)　GF




２．右の図において，△ABC の面積が 10 $\mathrm{cm}^2$ であるとき，△ABD の面積を求めなさい。



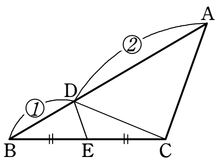

３．右の図において，AD : DB＝2 : 1，BE＝CE である。このとき，次の面積比を求めなさい。

(1)　△DBE : △DEC

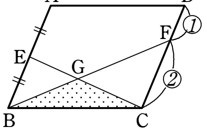
(2)　△DBE : △DBC

(3)　△DBC : △ADC

(4)　△DBE : △ABC




４．▱ABCD において，辺 AB の中点を E，辺 CD を 2 : 1 に内分する点を F とする。
CE と BF の交点を G とするとき，△GBC の面積は ▱ABCD の面積の何倍となりますか。

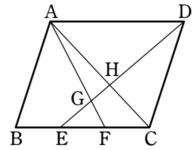



５．右の図のような ▱ABCD において，BE＝EF＝FC であるとき，次の比を求めなさい。

(1)　EG : ED　　(2)　EH : ED

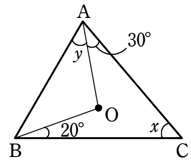
(3)　EG : EH　　(4)　EG : GH

(5)　(△AGH の面積) : (▱ABCD の面積)

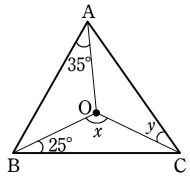



６．点 O は △ABC の外心である。∠$x$，∠$y$ の大きさを求めなさい。

(1)



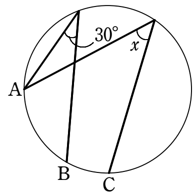

(2)



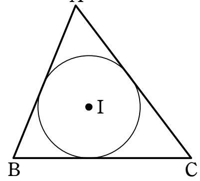

７．右の図において，

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{AC} = 2 : 3$

のとき，∠$x$ の大きさを求めなさい。

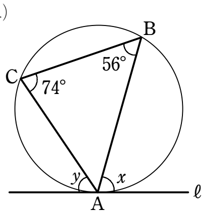



８．右の図において，円 I は △ABC の各辺に接している。
△ABC の周の長さが 42，円 I の半径が 4 のとき，
△ABC の面積を求めなさい。

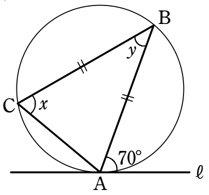


9．次の図において，直線 $\ell$ は円の接線で，A は接点である。$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。ただし，(2) では，BA＝BC である。

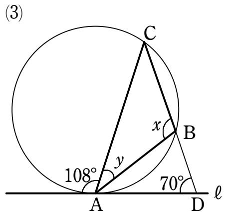
(1)



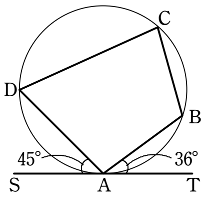

(2)




(3)




10. 右の図において，$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}=1:2$ であり，直線 ST は点 A で円に接している。
このとき，∠ADC の大きさを求めなさい。

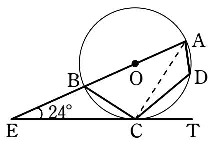



11. 右の図において，

$\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{CD}=1:2$

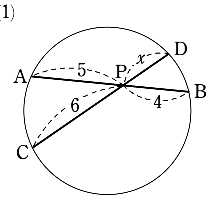
であり，直線 ET は，点 C において円 O に接している。このとき，次の角の大きさを求めなさい。

(1)　∠BCE　　　　(2)　∠DCT

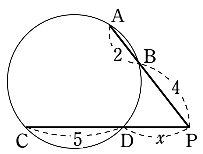



12. 次の図において，$x$ の値を求めなさい。
ただし，(3) の PT は，円 O の接線である。

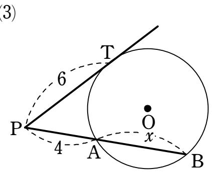
(1)




(2)

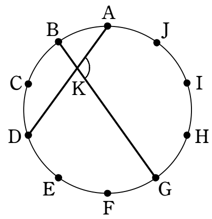



(3)

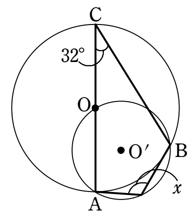



13. 半径が異なる 2 つの円があり，この 2 つの円は，中心間の距離が 10 cm ならば外接し，2 cm ならば内接する。この 2 つの円の半径を求めなさい。

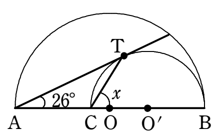
14. 右の図において，点 A，B，C，……，J は円周を 10 等分する点である。弦 AD，BG の交点を K とするとき，∠AKG の大きさを求めなさい。




15. 右の図において，円 O′ は，線分 AC を直径とする円 O の中心を通る。また，2 つの円 O，O′ は 2 点 A，B で交わる。
このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。




16. 右の図において，線分 AB，CB はそれぞれ円 O，O′ の直径であり，直線 AT は点 T で円 O′ に接している。
このとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



数学演習（平面図形）Ｈ２０．２．２９解答　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

１．(1)　三角形の重心は，各中線を 2 : 1 に内分するから

$$AG : GD = 2 : 1$$

よって　$4 : GD = 2 : 1$

したがって　$GD = 2$　　答　2 cm

(2)　線分 AD は △ABC の中線であるから

$$DC = BD = 5\ (\mathrm{cm})$$

GF∥DC であるから

$$AG : AD = GF : DC$$

よって　$4 : 6 = GF : 5$

したがって　$GF = \dfrac{10}{3}$　　答　$\dfrac{10}{3}$ cm

２．$10 \times \dfrac{3}{3+2} = 6\ (\mathrm{cm}^2)$

３．(1)　$\triangle DBE : \triangle DEC = BE : EC = 1 : 1$

(2)　$\triangle DBE : \triangle DBC = BE : BC = 1 : 2$

(3)　$\triangle DBC : \triangle ADC = BD : DA = 1 : 2$

(4)　$\triangle DBE = S$ とすると

(2) から　$\triangle DBC = 2S$

(3) から　$\triangle ADC = 2\triangle DBC = 4S$

よって　$\triangle DBE : \triangle ABC = S : (2S + 4S)$

$$= 1 : 6$$

４．▱ABCD の面積を $S$ とすると　$\triangle ABC = \dfrac{1}{2}S$

点 E は辺 AB の中点であるから

$$\triangle EBC = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}S = \frac{1}{4}S$$

また，EB∥FC，AB＝CD であるから

$$GE : GC = BE : FC = \frac{1}{2}AB : \frac{2}{3}CD$$

$$= 3 : 4$$

したがって

$$\triangle GBC = \frac{4}{7}\triangle EBC = \frac{4}{7} \times \frac{1}{4}S = \frac{1}{7}S$$

よって，△GBC の面積は ▱ABCD の面積の $\dfrac{1}{7}$ 倍　　答

５．(1)　AD∥EF，AD＝BC であるから

$$EG : GD = EF : AD$$

$$= EF : BC$$

$$= 1 : 3$$

よって　$EG : ED = 1 : (1+3)$

$$= 1 : 4 \quad \cdots\cdots ①$$

(2)　AD∥EC，AD＝BC であるから

$$EH : HD = EC : AD$$

$$= EC : BC$$

$$= 2 : 3$$

よって　$EH : ED = 2 : (2+3)$

$$= 2 : 5 \quad \cdots\cdots ②$$

(3)　①，② より

$$EG = \frac{1}{4}ED,\ EH = \frac{2}{5}ED$$

したがって

$$EG : EH = \frac{1}{4}ED : \frac{2}{5}ED = 5 : 8$$

(4)　$EG : GH = 5 : (8-5) = 5 : 3$

(5)　(1)，(4) より

$$GH = \frac{3}{5}EG = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4}ED = \frac{3}{20}ED$$

よって　$GH : ED = 3 : 20$

▱ABCD の面積を ▱ABCD と表すと

$$\triangle AGH = \frac{3}{20}\triangle AED$$

$$= \frac{3}{20} \times \frac{1}{2}▱ABCD$$

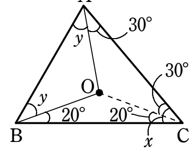
$$= \frac{3}{40}▱ABCD$$

よって　$\triangle AGH : ▱ABCD = \dfrac{3}{40}▱ABCD : ▱ABCD$

$$= 3 : 40$$

６．(1)　△OAC において，OA＝OC であるから

$$\angle OCA = \angle OAC = 30^\circ$$




△OBC において，OB＝OC であるから

$$\angle OCB = \angle OBC = 20^\circ$$

よって　$\angle x = 30^\circ + 20^\circ$

$$= 50^\circ$$

三角形の内角の和は 180° であるから

$$2\angle y = 180^\circ - (20^\circ + 50^\circ + 30^\circ)$$

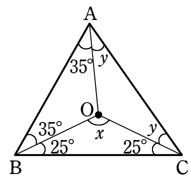
$$= 80^\circ$$

よって　$\angle y = 40^\circ$

(2)　△OBC において，OB＝OC であるから

$$\angle x = 180^\circ - 25^\circ \times 2$$

$$= 130^\circ$$




三角形の内角の和は 180° であるから

$$2\angle y = 180^\circ - (35^\circ \times 2 + 25^\circ \times 2)$$

$$= 60^\circ$$

よって　$\angle y = 30^\circ$

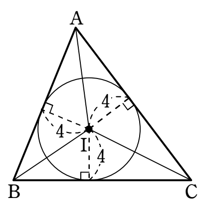
７．1 つの円の弧の長さは，円周角の大きさに比例するから

$$30^\circ : \angle x = 2 : 3$$

$$2\angle x = 90^\circ$$

よって　$\angle x = 45^\circ$

８．△ABC を，3 つの三角形 △IAB，△IBC，△ICA に分割して，それらの面積の和を求める。




$$\triangle ABC = \triangle IAB + \triangle IBC + \triangle ICA$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times 4 + \frac{1}{2} \times BC \times 4 + \frac{1}{2} \times CA \times 4$$

$$= \frac{1}{2} \times (AB + BC + CA) \times 4$$

$$= \frac{1}{2} \times 42 \times 4$$

$$= 84$$

9. (1) $\angle x = \angle ACB = 74°$

$\angle y = \angle ABC = 56°$

(2) $\angle x = 70°$

$\triangle ABC$ は，$BA = BC$ の二等辺三角形であるから

$\angle BAC = \angle BCA = 70°$

よって，$\triangle ABC$ の内角について

$\angle y = 180° - 70° \times 2 = 40°$

(3) $\angle x = 108°$

$\triangle ABD$ の内角と外角について

$\angle BAD = 108° - 70° = 38°$

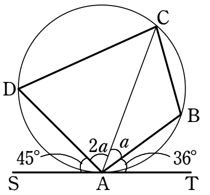
よって　$\angle y = 180° - (108° + 38°) = 34°$

10. $\angle DAB = 180° - (45° + 36°)$

$= 99°$

$\angle BAC = a$ とおく。

弧の長さと円周角の大きさは比例するから，




$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} = 1 : 2$ より

$\angle DAC = 2a$

よって，$\angle DAB$ について

$a + 2a = 99°$

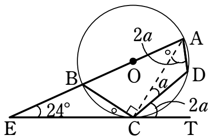
$a = 33°$

接線と弦のつくる角の定理により

$\angle ADC = \angle CAT$

したがって　$\angle ADC = 33° + 36° = 69°$　答

11. (1) $\angle BCE = x$ とおく。




接線と弦のつくる角の定理により

$\angle EAC = \angle BCE = x$

AB は円の直径であるから

$\angle ACB = 90°$

よって，$\triangle AEC$ の内角について

$24° + x + (90° + x) = 180°$

$x = 33°$

したがって　$\angle BCE = 33°$

(2) $\angle ACD = a$ とおく。

$\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{CD} = 1 : 2$ より

$\angle CAD = 2\angle ACD = 2a$

また，接線と弦のつくる角の定理により

$\angle DCT = \angle CAD = 2a$

よって，点 C における角について

$33° + 90° + a + 2a = 180°$

$a = 19°$

したがって　$\angle DCT = 2 \times 19° = 38°$

12. (1) 方べきの定理により

$PA \times PB = PC \times PD$

$5 \times 4 = 6 \times x$

よって　$x = \dfrac{10}{3}$

(2) 方べきの定理により

$PA \times PB = PC \times PD$

$(4 + 2) \times 4 = (x + 5) \times x$

整理すると　$x^2 + 5x - 24 = 0$

$(x - 3)(x + 8) = 0$

$x > 0$ であるから　$x = 3$

(3) 方べきの定理により

$PA \times PB = PT^2$

$4 \times (4 + x) = 6^2$

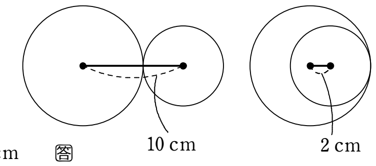
$4x = 20$

よって　$x = 5$

13. 2 つの円の半径を $r$ cm，$r'$ cm $(r > r')$ とする。

条件から

$$\begin{cases} r + r' = 10 & \text{(外接)} \\ r - r' = 2 & \text{(内接)} \end{cases}$$



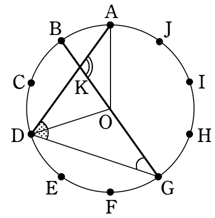

これを解くと

$r = 6$，$r' = 4$

よって，2 つの円の半径は　6 cm と 4 cm　答

14. 円の中心を O とする。

円周角の定理により




$\angle ADG = \dfrac{1}{2}\angle AOG$

$= \dfrac{1}{2} \times 360° \times \dfrac{4}{10}$

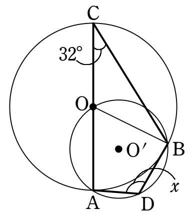
$= 72°$

$\angle BGD = \dfrac{1}{2}\angle BOD = \dfrac{1}{2} \times 360° \times \dfrac{2}{10} = 36°$

よって，$\triangle DGK$ の内角と外角について

$\angle AKG = 72° + 36° = 108°$

15. 円 O の半径 OB を引く。




$\angle AOB$ は，円 O の $\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角であるから

$\angle AOB = 2\angle ACB$

$= 2 \times 32° = 64°$

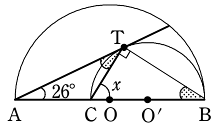
$\angle x$ の頂点を D とすると，四角形 OADB は円 O′ に内接しているから

$\angle AOB + \angle ADB = 180°$

$64° + \angle x = 180°$

よって　$\angle x = 116°$

16. B と T を結び，$\angle ATC = a$ とする。




接線と弦のつくる角の定理により

$\angle TBC = a$

また，円 O′ において，CB は直径であるから

$\angle CTB = 90°$

したがって，$\triangle TAB$ において

$26° + (a + 90°) + a = 180°$

$a = 32°$

よって，$\triangle TAC$ の内角と外角について

$\angle x = 26° + 32° = 58°$