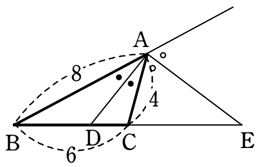
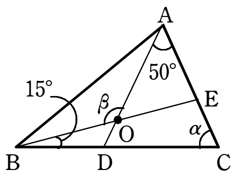
$\boxed{1}$ AB＝8，BC＝6，AC＝4 である △ABC において，∠A およびその外角の二等分線と，辺 BC またはその延長との交点をそれぞれ D，E とするとき，次のものを求めよ。

(1)　線分 BD の長さ　　(2)　線分 BE の長さ

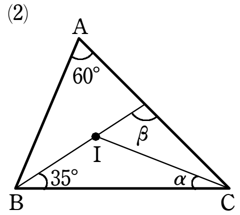


$\boxed{2}$ 下の図において，点 O は △ABC の外心であり，点 I は △ABC の内心である。α，β を求めよ。

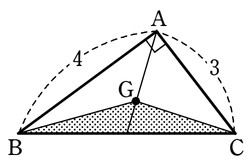
(1)



(2)

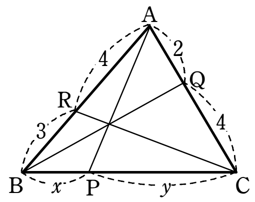


$\boxed{3}$ ∠A＝90°，AB＝4，AC＝3 である直角三角形 ABC について，その重心を G とするとき，△GBC の面積を求めよ。

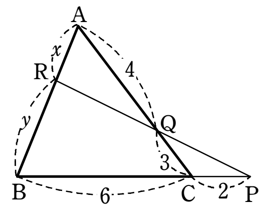


$\boxed{4}$ 下の図において，$x : y$ を求めよ。

(1)

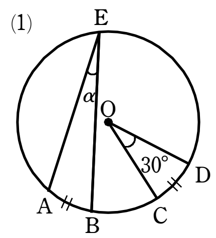


(2)

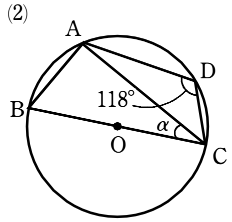


$\boxed{5}$ 下の図において，α，β を求めよ。ただし，O は円の中心とし，直線 ℓ は円の接線とする。

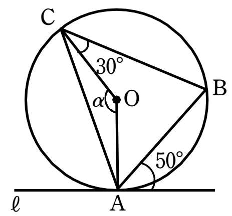
(1)



(2)

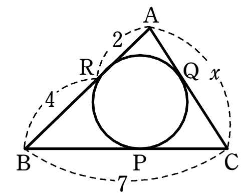


(3)



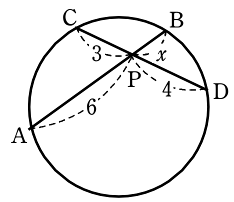
A は円の接点

$\boxed{6}$ 下の図において，x を求めよ。ただし，△ABC の内接円が辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ，P，Q，R とする。

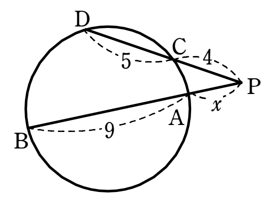


$\boxed{7}$ 下の図において，x を求めよ。ただし，直線 PT は円の接線で，T は接点である。

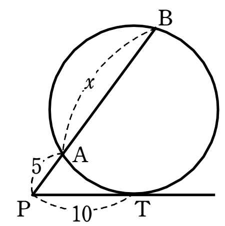
(1)



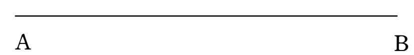
(2)



(3)

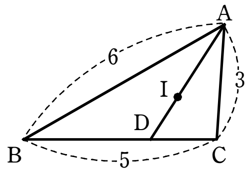


$\boxed{8}$ 線分 AB が与えられたとき，線分 AB を 3 : 2 に内分する点を作図せよ。



統一テスト（図形の性質B）Ｈ３０．７．２３　　（　）組（　）番　名前（　　）

1 AB＝6，BC＝5，CA＝3 である △ABC の内心を I とする。直線 AI と辺 BC の交点を D とするとき，AI : ID を求めよ。

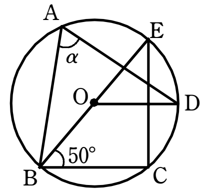


2 △ABC の辺 AB，AC 上にそれぞれ点 R，Q があり，AR : RB＝3 : 1，AQ : QC＝5 : 2 である。線分 BQ と CR の交点を O，直線 AO と辺 BC の交点を P とするとき，次の比を求めよ。

(1) BP : PC　　(2) AO : OP

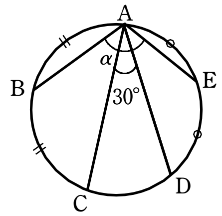
3 下の図において，α を求めよ。ただし，O は円の中心とする。

(1)

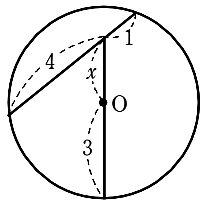


OD∥BC

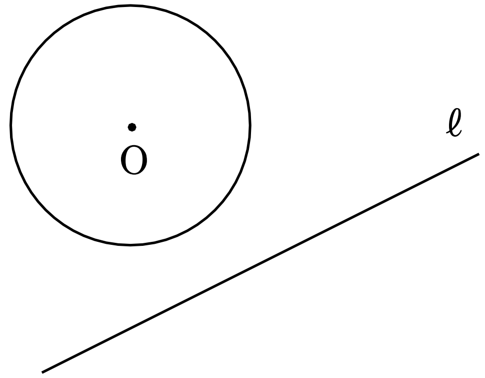
(2)



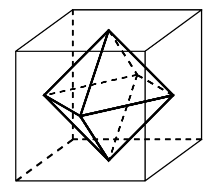
4 下の図において，x を求めよ。ただし，O は円の中心である。



5 右の図のように，直線 ℓ と円 O およびその中心が与えられている。直線 ℓ に平行な円 O の接線を作図せよ。（接線を 1 本のみ作成せよ）



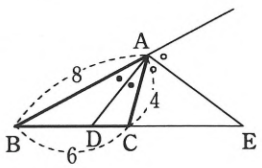
6 正六面体の各面の対角線の交点を頂点とし，隣り合った面どうしの頂点を結ぶことによって，正六面体の中に正八面体ができる。正六面体の 1 辺の長さが 10であるとき正八面体の体積を求めよ。



統一テスト（図形の性質A）Ｈ３０．７．２３　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　）

1 AB＝8，BC＝6，AC＝4 である △ABC において，∠A およびその外角の二等分線と，辺 BC またはその延長との交点をそれぞれ D，E とするとき，次のものを求めよ。

(1) 線分 BD の長さ　(2) 線分 BE の長さ



解答 (1) 4 ③　(2) 12 ③

(1) AD は ∠A の二等分線であるから　BD : DC＝AB : AC＝8 : 4＝2 : 1

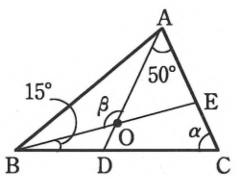
よって，線分 BD の長さは　$BD=\dfrac{2}{2+1}BC=\dfrac{2}{3}\times 6=4$

(2) AE は ∠A の外角の二等分線であるから　BE : EC＝AB : AC＝8 : 4＝2 : 1

よって，線分 BE の長さは　$BE=\dfrac{2}{2-1}BC=2\times 6=12$

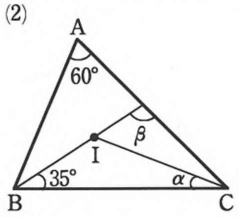
2 下の図において，点 O は △ABC の外心であり，点 I は △ABC の内心である。α，β を求めよ。

(1)



(各2) ④

(2)



解答 (1) α＝65°，β＝130°　(2) α＝25°，β＝95°　④(各2)

(1) OA＝OB＝OC であるから，△OBC，△OCA は二等辺三角形である。

よって　∠OCA＝∠OAC＝50°

　　　　∠OCB＝∠OBC＝15°

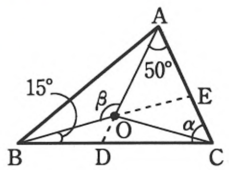
ゆえに　α＝∠OCA＋∠OCB＝50°＋15°＝65°

また，△OAC において　50°×2＋∠AOC＝180°

これを解いて　∠AOC＝80°

△OBC において　15°×2＋∠BOC＝180°　これを解いて　∠BOC＝150°

したがって　β＝360°−(80°＋150°)＝130°



別解 △ADC において　∠ADB＝α＋50°

また，△ODB において　β＝15°＋∠ODB＝15°＋(α＋50°)

よって　β＝α＋65°　……①

O は △ABC の外心であるから　β＝2α　……②　(円周角の定理)

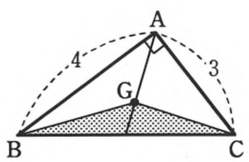
①，② から　2α＝α＋65°　したがって　α＝65°，β＝130°

(2) ∠IBA＝∠IBC＝35°，∠ICA＝∠ICB＝α

よって，△ABC において　60°＋35°×2＋2α＝180°　これを解いて　α＝25°

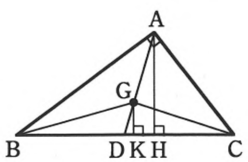
右の図の △ABD において　β＝60°＋∠ABD＝60°＋35°＝95°

3 ∠A＝90°，AB＝4，AC＝3 である直角三角形 ABC について，その重心を G とするとき，△GBC の面積を求めよ。



解答 2 ④

△ABC の面積は　$\dfrac{1}{2}\times 4\times 3=6$



点 G は △ABC の重心であるから，辺 BC の中点を D とすると

AG : GD＝2 : 1

ここで，A から辺 BC に下ろした垂線を AH，G から辺 BC に下ろした垂線を GK とすると，AH∥GK から

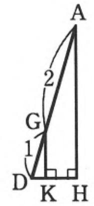
AH : GK＝AD : GD＝3 : 1

よって，BC を底辺とするとき，△ABC と △GBC の高さの比は

AH : GK＝3 : 1

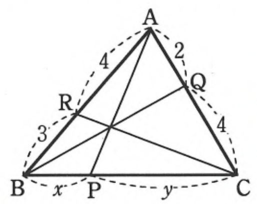
したがって，△ABC と △GBC の面積比は 3 : 1 であり

$\triangle GBC=\dfrac{1}{3}\triangle ABC=\dfrac{1}{3}\times 6=2$



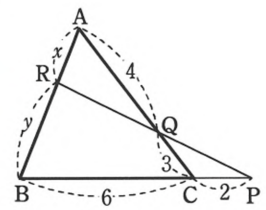
4 下の図において，$x : y$ を求めよ。

(1)



比が違→ダメ

(2)



③

解答 (1) 3 : 8　(2) 1 : 3 ③

(1) △ABC にチェバの定理を用いると　$\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{CQ}{QA}\cdot\dfrac{AR}{RB}=1$

すなわち　$\dfrac{x}{y}\cdot\dfrac{4}{2}\cdot\dfrac{4}{3}=1$　よって　$\dfrac{x}{y}=\dfrac{3}{8}$ より　$x : y=3 : 8$

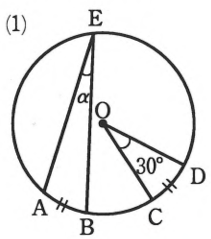
x＝3, y＝8　-2　代はダメ

(2) △ABC と RP にメネラウスの定理を用いると　$\dfrac{BP}{PC}\cdot\dfrac{CQ}{QA}\cdot\dfrac{AR}{RB}=1$

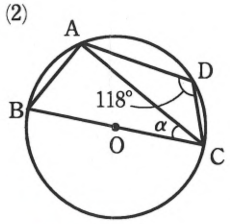
すなわち　$\dfrac{8}{2}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{x}{y}=1$　よって　$\dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{3}$ より　$x : y=1 : 3$

5 下の図において，α，β を求めよ。ただし，O は円の中心とし，直線 ℓ は円の接線とする。

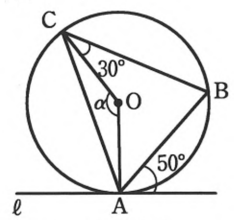
(1)



(2)



(3)



A は円の接点

③　③

解答 (1) α＝15°　(2) α＝28°　(3) α＝140° ③

(1) 長さの等しい弧に対する円周角は等しいから

∠AOB＝∠COD＝30°

円周角の定理により　$\angle AEB=\dfrac{1}{2}\angle AOB$

よって　$\alpha=\angle AEB=\dfrac{1}{2}\times 30°=15°$

(2) 四角形 ABCD は円に内接するから　∠ABC＋118°＝180°

よって　∠ABC＝62°

また，線分 BC は円の直径であるから　∠BAC＝90°

△ABC において　62°＋90°＋α＝180°

これを解いて　α＝28°

(3) 円の接線と弦の作る角により　∠ACB＝50°

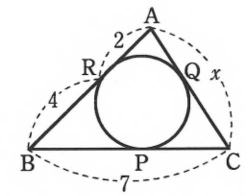
よって　∠OCA＝50°−30°＝20°

△OAC は二等辺三角形であるから　∠OAC＝∠OCA＝20°

△OAC において，内角の和は 180° であるから

α＝180°−2×20°＝140°

6 下の図において，x を求めよ。ただし，△ABC の内接円が辺 BC，CA，AB と接する点をそれぞれ，P，Q，R とする。



解答 $x=5$ ④

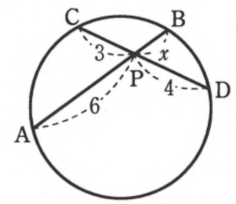
円の接線の性質により　AQ＝AR＝2，BP＝BR＝4

よって　CQ＝CP＝7−4＝3

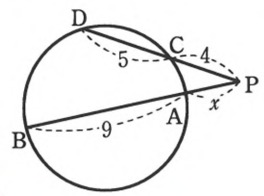
したがって　x＝AQ＋CQ＝2＋3＝5

7 下の図において，x を求めよ。ただし，直線 PT は円の接線で，T は接点である。

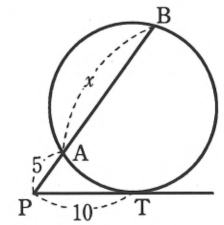
(1)



(2)



(3)



③　③

解答 (1) $x=2$　(2) $x=3$　(3) $x=15$ ③

(1) 方べきの定理により　$6\cdot x=3\cdot 4$

すなわち　$6x=12$

これを解いて　$x=2$

(2) 方べきの定理により　$x\cdot(x+9)=4\cdot(4+5)$

式を整理して　$x^2+9x-36=0$

$(x+12)(x-3)=0$

$x>0$ より　$x=3$

(3) 方べきの定理により　$5\cdot(x+5)=10^2$

すなわち　$5x=75$

これを解いて　$x=15$

8 線分 AB が与えられたとき，線分 AB を 3 : 2 に内分する点を作図せよ。

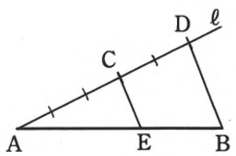
A　　　　　　　　　　　　B

④

① 点 A を通り，直線 AB と異なる半直線 ℓ を引く。

② ℓ 上に，AC : CD＝3 : 2 となるように点 C，D をとる。

③ C を通り，直線 BD に平行な直線を引き，線分 AB との交点を E とする。



このとき，EC∥BD から

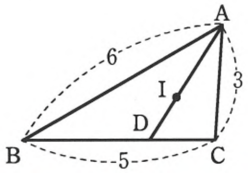
AE : EB＝AC : CD＝3 : 2

よって，点 E は線分 AB を 3 : 2 に内分する点である。

統一テスト（図形の性質B）Ｈ３０．７．２３　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

1 AB=6, BC=5, CA=3 である △ABC の内心を I とする。直線 AI と辺 BC の交点を D とするとき，AI : ID を求めよ。

未約分 -2



解答　9 : 5　⑦

(Dは接点ではない)

I は内心であるから　∠BAD=∠DAC

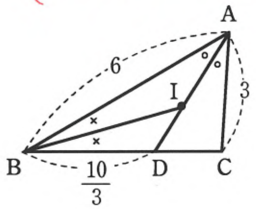
よって　BD : DC=AB : AC=6 : 3=2 : 1　-2

であるから

$BD=\frac{2}{2+1}BC=\frac{2}{3}\times5=\frac{10}{3}$

また，∠ABI=∠IBD から

$AI : ID=BA : BD=6 : \frac{10}{3}=9 : 5$



2 △ABC の辺 AB, AC 上にそれぞれ点 R, Q があり，AR : RB=3 : 1, AQ : QC=5 : 2 である。線分 BQ と CR の交点を O，直線 AO と辺 BC の交点を P とするとき，次の比を求めよ。

(1)　BP : PC　　　　(2)　AO : OP

⑥　　　　比が逆 → ダメ

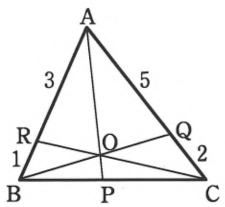
解答　(1)　5 : 6　(2)　11 : 2　⑥

(1)　△ABC にチェバの定理を用いると

$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$

すなわち　$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{1}=1$

$\frac{BP}{PC}=\frac{5}{6}$ より　BP : PC=5 : 6



(2)　△ABP と RC にメネラウスの定理を用いると

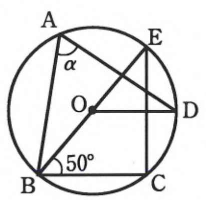
$\frac{AR}{RB}\cdot\frac{BC}{CP}\cdot\frac{PO}{OA}=1$

すなわち　$\frac{3}{1}\cdot\frac{11}{6}\cdot\frac{PO}{OA}=1$

$\frac{PO}{OA}=\frac{2}{11}$ より　AO : OP=11 : 2

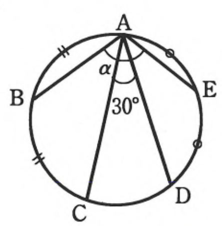
3 下の図において，α を求めよ。ただし，O は円の中心とする。

(1)



OD∥BC

(2)



⑥　　⑥

解答　(1)　α=65°　(2)　α=105°

(1)　OD∥BC より，∠EOD=∠OBC=50° であるから

∠BOD=180°−∠EOD=180°−50°=130°

よって　$\alpha=\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$

(2)　∠ADB=∠BDC=∠BAC

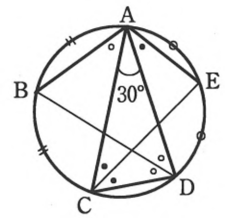
∠ACE=∠ECD=∠EAD

よって　α=30°+(∠BAC+∠EAD)

$=30^\circ+\frac{1}{2}(\angle ADC+\angle ACD)$

$=30^\circ+\frac{1}{2}(180^\circ-\angle CAD)$

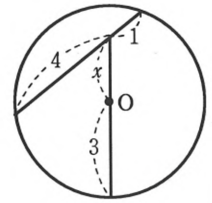
$=30^\circ+\frac{1}{2}(180^\circ-30^\circ)=105^\circ$



4 下の図において，x を求めよ。ただし，O は円の中心である。

解答　$x=\sqrt{5}$

⑥

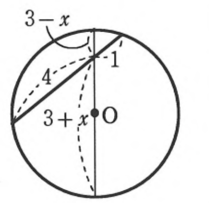


右の図において，方べきの定理により

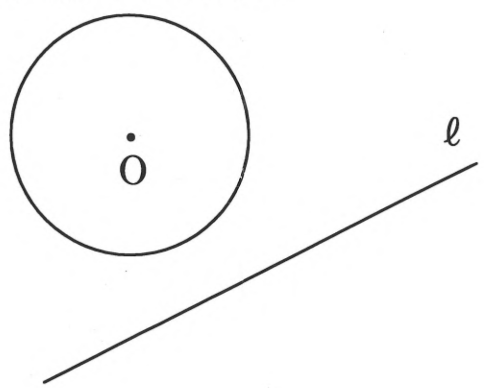
$(3-x)(3+x)=1\cdot4$

式を整理して　$x^2=5$

$x>0$ より　$x=\sqrt{5}$



5 右の図のように，直線 ℓ と円 O およびその中心が与えられている。直線 ℓ に平行な円 O の接線を作図せよ。（接線を 1 本のみ作成せよ）



①　点 O を通る直線 ℓ の垂線を引き，円 O との交点を A，B とする。

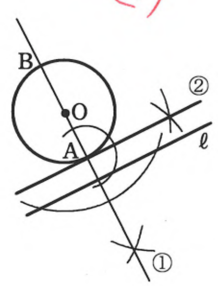
②　点 A において，直線 AB の垂線を引く。

このとき，② の直線は，半径 OA に垂直であるから，円 O の接線である。

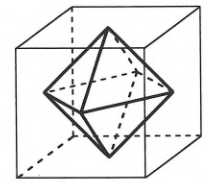
また，直線 ℓ，② の直線，はすべて ① の直線に垂直であるから，これらの 2 直線は平行である。

よって，② の直線は求める接線である。

⑥



6 正六面体の各面の対角線の交点を頂点とし，隣り合った面どうしの頂点を結ぶことによって，正六面体の中に正八面体ができる。正六面体の 1 辺の長さが 10 であるとき正八面体の体積を求めよ。



解答　$\frac{500}{3}$　⑦

右の図のように頂点を定める。

求める体積は，正四角錐 ABCDE の体積の 2 倍である。

正方形 BCDE の面積は，1 辺の長さが 10 の正方形の面積の半分であるから

10×10÷2=50　-3

正四角錐 ABCDE の高さは

10÷2=5

よって，正四角錐 ABCDE の体積は

$\frac{1}{3}\times50\times5=\frac{250}{3}$

ゆえに，求める体積は

$\frac{250}{3}\times2=\frac{500}{3}$