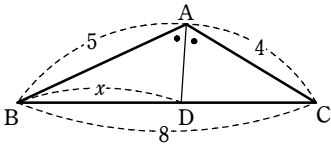
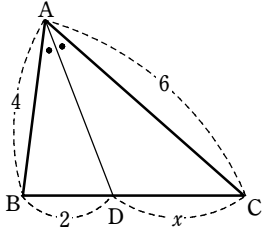


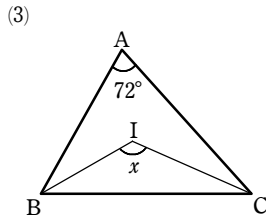
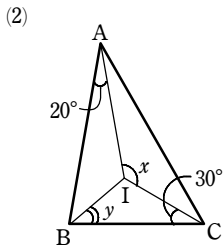
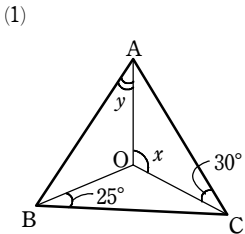
1. 次の長さの線分を 3 辺とする三角形が存在するかどうかを調べよ。
- (1) 4, 5, 7 (2) 3, 6, 9 (3) 12, 6, 5

2. 次の図において、 x の値を求めよ。ただし、AD は $\angle A$ の二等分線である。
- (1) (2)

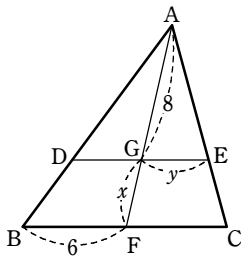


3. $AB=6$, $BC=5$, $CA=4$ である $\triangle ABC$ で、 $\angle A$ の外角の二等分線と、辺 BC の C を越える延長との交点を D とする。BD の長さを求めよ。

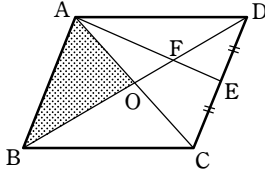
4. 次の図において、 O , I はそれぞれ $\triangle ABC$ の外心, 内心である。(1), (2) では $\angle x$, $\angle y$ の大きさを, (3) では $\angle x$ の大きさをそれぞれ求めよ。



5. 右の図において、点 G は $\triangle ABC$ の重心であり、 $DE \parallel BC$ である。このとき、 x , y の値を求めよ。

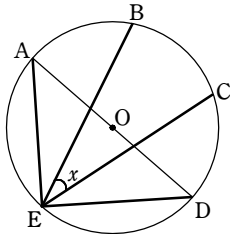


6. 平行四辺形 $ABCD$ の対角線の交点を O とする。また、辺 CD の中点を E , AE と BD の交点を F とする。 $\triangle AFD$ の面積が 5 cm^2 のとき、 $\triangle ABO$ の面積を求めよ。

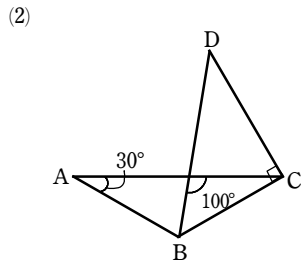
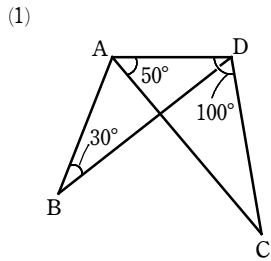


7. $\triangle ABC$ において、辺 BC の中点を D , 辺 AC の中点を E とし、 AD と BE の交点を F とする。 $\triangle ABC$ の面積を S とするとき、次の三角形の面積を S で表せ。
- (1) $\triangle ABD$ (2) $\triangle ABF$

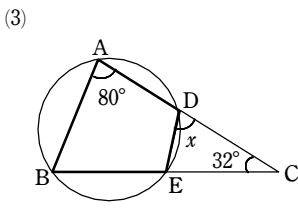
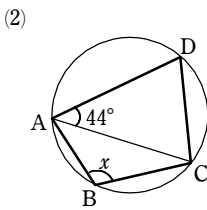
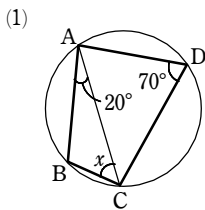
8. 右の図において、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、点 O は円の中心であり、 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ である。



9. 次の図について、4 点 A , B , C , D は 1 つの円周上にあるかどうかを調べよ。ただし、(2) では $AB=BC$ である。

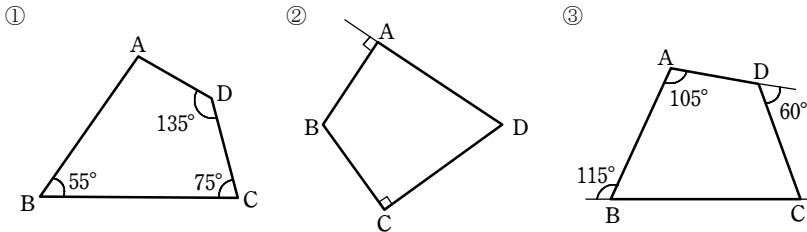


10. 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、(2) では $\widehat{AC} = \widehat{AD}$ である。

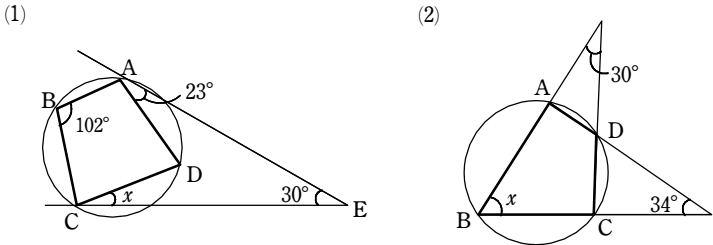


11. 円に内接する四角形 $ABCD$ がある。 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 4 : 3$ であるとき、 $\angle D$ の大きさを求めよ。

12. 次の四角形 ABCD のうち、円に内接するものはどれか。

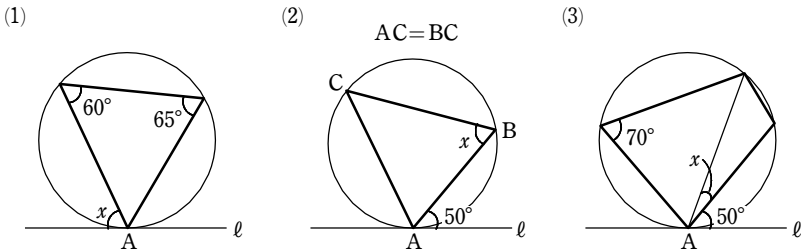


13. 次の図において、 $\angle x$ の大きさを求めよ。

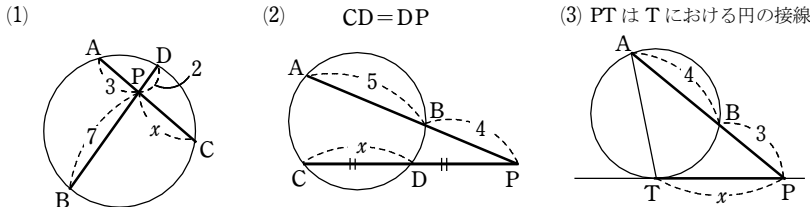


14. $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$ である $\triangle ABC$ の内接円が、辺 AB と接する点を D とするとき、 AD の長さを求めよ。

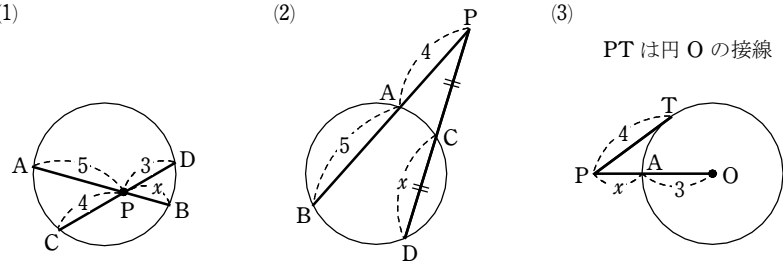
15. 次の図で、直線 ℓ は点 A における円の接線である。 $\angle x$ の大きさを求めよ。



16. 次の図において、 x の値を求めよ。

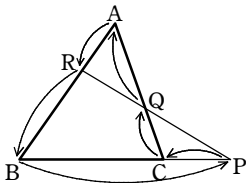


17. 下の図において、 x の値を求めよ。

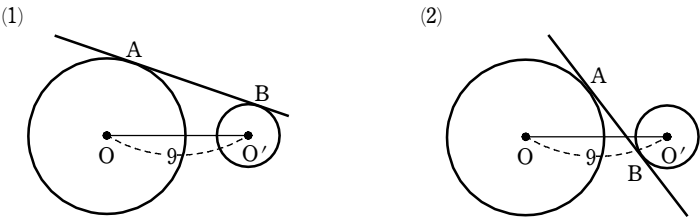


18. 半径が異なる 2 つの円があり、中心間の距離が 9 ならば外接し、5 ならば内接する。
このとき、2 つの円の半径を求めよ。

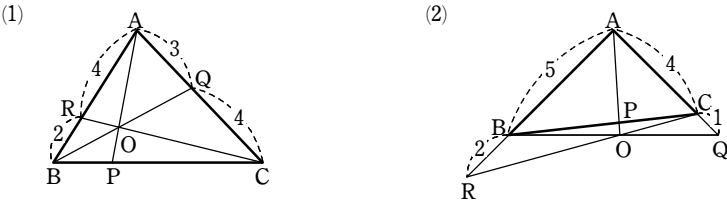
19. $\triangle ABC$ において、辺 BC を 3 : 1 に外分する点を P 、辺 AB を 1 : 2 に内分する点を R とし、 PR と AC の交点を Q とする。このとき、メネラウスの定理を用いて $AQ : QC$ を求めよ。



20. 下の図において、直線 AB は円 O 、 O' に、それぞれ点 A 、 B で接している。円 O の半径が 5、円 O' の半径が 2 であるとき、線分 AB の長さを求めよ。



21. 下の図において、 $BP : PC$ を求めよ。



22. $\triangle ABC$ の辺 AB 、 AC 上にそれぞれ点 R 、 Q があり、 $AR : RB=5 : 1$ 、 $AQ : QC=2 : 3$ である。線分 BQ と CR の交点を O 、直線 AO と辺 BC の交点を P とするとき、次の比を求めよ。

- (1) $BP : PC$
- (2) $AO : OP$
- (3) $\triangle ABC : \triangle OBC$

1. 次の長さの線分を 3 辺とする三角形が存在するかどうかを調べよ。

- (1) 4, 5, 7 (2) 3, 6, 9 (3) 12, 6, 5

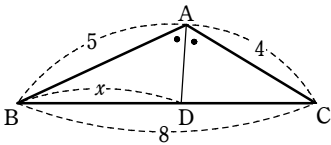
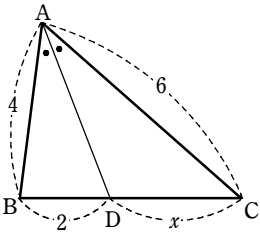
解答 (1) 存在する (2) 存在しない (3) 存在しない

解説

- (1) $4+5>7, 5+7>4, 7+4>5$ が成り立つから、三角形は存在する。
(2) $9=3+6$ であるから、三角形は存在しない。
(3) $12>6+5$ であるから、三角形は存在しない。

2. 次の図において、 x の値を求めよ。ただし、 AD は $\angle A$ の二等分線である。

- (1) (2)



解答 (1) $x=3$ (2) $x=\frac{40}{9}$

解説

- (1) $AB:AC=BD:DC$ であるから $4:6=2:x$
よって $4x=12$ したがって $x=3$
(2) $AB:AC=BD:DC$ であるから $5:4=x:(8-x)$
よって $5(8-x)=4x$ ゆえに $x=\frac{40}{9}$

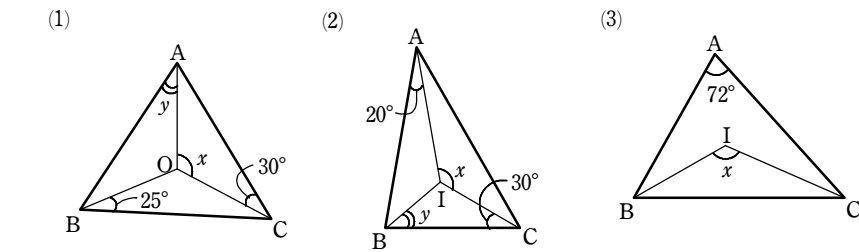
3. $AB=6, BC=5, CA=4$ である $\triangle ABC$ で、 $\angle A$ の外角の二等分線と、辺 BC の C を越える延長との交点を D とする。 BD の長さを求めよ。

解答 15

解説

$BD=x$ とすると、 $AB:AC=BD:DC$ であるから $6:4=x:(x-5)$
よって $6(x-5)=4x$ したがって $x=15$ すなわち $BD=15$

4. 次の図において、 O, I はそれぞれ $\triangle ABC$ の外心、内心である。(1)、(2) では $\angle x, \angle y$ の大きさを、(3) では $\angle x$ の大きさをそれぞれ求めよ。



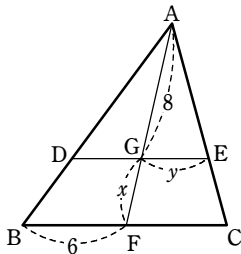
解答 (1) $x=120^\circ, y=35^\circ$ (2) $x=130^\circ, y=40^\circ$ (3) $x=126^\circ$

解説

- (1) $\triangle OAC$ において、 $OA=OC$ であるから $\angle OAC=30^\circ$
よって $x=180^\circ-2\times 30^\circ=120^\circ$
また $\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=60^\circ$

$OA=OB$ であるから $y=\angle ABO=60^\circ-25^\circ=35^\circ$
(2) $\angle IAC=\angle IAB=20^\circ, \angle ICA=\angle ICB=30^\circ$ であるから
 $x=180^\circ-(20^\circ+30^\circ)=130^\circ$
また $\angle IBA=\angle IBC=y$
よって、 $\triangle ABC$ において $2\times 20^\circ+2y+2\times 30^\circ=180^\circ$
したがって $y=40^\circ$
(3) $\angle B=2\angle IBC, \angle C=2\angle ICB$ であるから、 $\triangle ABC$ において
 $72^\circ+2\angle IBC+2\angle ICB=180^\circ$ よって $\angle IBC+\angle ICB=54^\circ$
したがって、 $\triangle IBC$ において
 $x=180^\circ-(\angle IBC+\angle ICB)=126^\circ$

5. 右の図において、点 G は $\triangle ABC$ の重心であり、 $DE\parallel BC$ である。このとき、 x, y の値を求めよ。

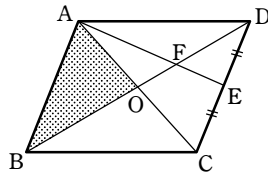


解答 $x=4, y=4$

解説

重心 G は中線 AF を $2:1$ に内分するから $8:x=2:1$
よって $2x=8$ したがって $x=4$
また、 F は辺 BC の中点であるから $FC=BF=6$
 $GE\parallel FC$ であるから $GE:FC=AG:AF=2:3$
よって $y:6=2:3$ ゆえに $3y=12$
したがって $y=4$

6. 平行四辺形 $ABCD$ の対角線の交点を O とする。また、辺 CD の中点を E, AE と BD の交点を F とする。 $\triangle AFD$ の面積が 5 cm^2 のとき、 $\triangle ABO$ の面積を求めよ。



解答 $\frac{15}{2}\text{ cm}^2$

解説

$OA=OC, CE=ED$ であるから、 F は $\triangle ADC$ の重心である。
よって $OF:FD=1:2$ ゆえに $\triangle AOF:\triangle AFD=1:2$
したがって $\triangle AOF=\frac{1}{2}\triangle AFD=\frac{5}{2}(\text{cm}^2)$
よって $\triangle AOD=\triangle AOF+\triangle AFD=\frac{5}{2}+5=\frac{15}{2}(\text{cm}^2)$
 $OB=OD$ であるから $\triangle ABO=\triangle AOD=\frac{15}{2}(\text{cm}^2)$

7. $\triangle ABC$ において、辺 BC の中点を D 、辺 AC の中点を E とし、 AD と BE の交点を F とする。 $\triangle ABC$ の面積を S とするとき、次の三角形の面積を S で表せ。

- (1) $\triangle ABD$ (2) $\triangle ABF$

解答 (1) $\frac{1}{2}S$ (2) $\frac{1}{3}S$

解説

(1) $\triangle ABC:\triangle ABD=BC:BD=2:1$

よって $2\triangle ABD=\triangle ABC$

したがって $\triangle ABD=\frac{1}{2}S$

(2) 点 F は $\triangle ABC$ の重心であるから

$AF:FD=2:1$

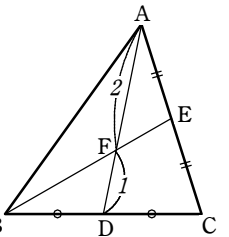
よって $\triangle ABD:\triangle ABF=AD:AF=3:2$

ゆえに $3\triangle ABF=2\triangle ABD$

したがって $\triangle ABF=\frac{2}{3}\triangle ABD=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}S=\frac{1}{3}S$

8. 右の図において、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、点 O

は円の中心であり、 $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$ である。

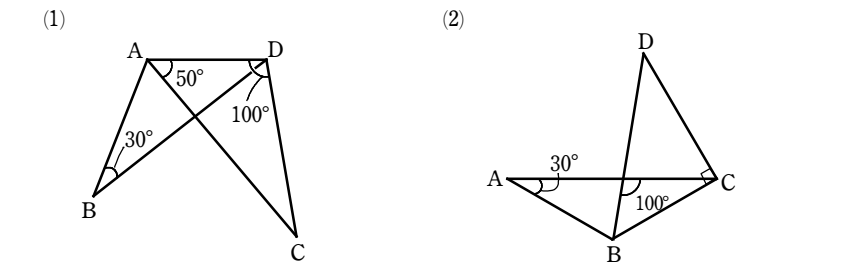


解答 30°

解説

$\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$ であるから $\angle AEB=\angle BEC=\angle CED=x$
 $\angle AED=90^\circ$ であるから $3x=90^\circ$ したがって $x=30^\circ$

9. 次の図について、4 点 A, B, C, D は 1 つの円周上にあるかどうかを調べよ。ただし、(2) では $AB=BC$ である。

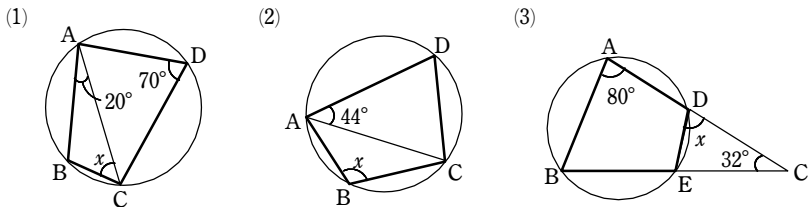


解答 (1) 1 つの円周上にある (2) 1 つの円周上にない

解説

- (1) $\angle ACD=180^\circ-(50^\circ+100^\circ)=30^\circ$
よって、 $\angle ACD=\angle ABD$ であるから、4 点 A, B, C, D は 1 つの円周上にある。
(2) $AB=BC$ であるから $\angle ACB=30^\circ$
よって $\angle CBD=180^\circ-(100^\circ+30^\circ)=50^\circ$
ゆえに $\angle BDC=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$
よって、 $\angle BAC\neq\angle BDC$ であるから、4 点 A, B, C, D は 1 つの円周上にない。

10. 次の図で、 $\angle x$ の大きさを求めよ。ただし、(2)では $\widehat{AC}=\widehat{AD}$ である。



【解答】 (1) 50° (2) 112° (3) 68°

【解説】

- (1) $\angle B=180^\circ-70^\circ=110^\circ$
よって $x=180^\circ-(110^\circ+20^\circ)=50^\circ$
- (2) $\widehat{AC}=\widehat{AD}$ であるから $\angle D=(180^\circ-44^\circ)\div 2=68^\circ$
よって $x=180^\circ-68^\circ=112^\circ$
- (3) $\angle DEC=\angle A=80^\circ$ であるから
 $x=180^\circ-(80^\circ+32^\circ)=68^\circ$
- 【別解】 $\angle B=180^\circ-(80^\circ+32^\circ)=68^\circ$
よって $x=\angle B=68^\circ$

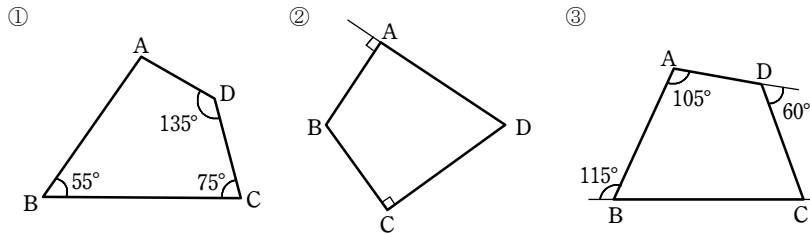
11. 円に内接する四角形 ABCD がある。 $\angle A:\angle B:\angle C=2:4:3$ であるとき、 $\angle D$ の大きさを求めよ。

【解答】 36°

【解説】

$\angle A:\angle B:\angle C=2:4:3$ であるから、
 $\angle A=2k, \angle B=4k, \angle C=3k (k>0^\circ)$
とおける。 $\angle A+\angle C=180^\circ$ であるから
 $2k+3k=180^\circ$ よって $k=36^\circ$
ゆえに $\angle B=4\times 36^\circ=144^\circ$
したがって $\angle D=180^\circ-\angle B=180^\circ-144^\circ=36^\circ$

12. 次の四角形 ABCD のうち、円に内接するものはどれか。

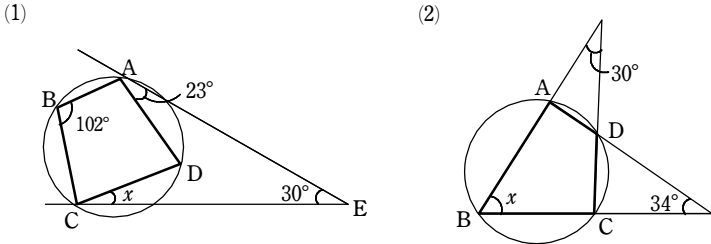


【解答】 ②

【解説】

- ① $\angle B+\angle D=55^\circ+135^\circ=190^\circ (\neq 180^\circ)$
よって、四角形 ABCD は円に内接しない。
- ② $\angle BAD+\angle C=90^\circ+90^\circ=180^\circ$
よって、四角形 ABCD は円に内接する。
- ③ $\angle ABC=180^\circ-115^\circ=65^\circ (\neq 60^\circ)$
よって、四角形 ABCD は円に内接しない。
- 以上から、円に内接するものは ②

13. 次の図において、 $\angle x$ の大きさを求めよ。



【解答】 (1) 25° (2) 58°

【解説】

- (1) 直線 AD と直線 CE の交点を F とすると $\angle CDF=102^\circ$
また $\angle DFC=23^\circ+30^\circ=53^\circ$
したがって $x=180^\circ-(102^\circ+53^\circ)=25^\circ$
- (2) 直線 AD と直線 BC の交点を E とすると $\angle CDE=x$
また $\angle DCE=30^\circ+x$
よって、 $\triangle DCE$ において $x+(30^\circ+x)+34^\circ=180^\circ$
したがって $x=(180^\circ-30^\circ-34^\circ)\div 2=58^\circ$

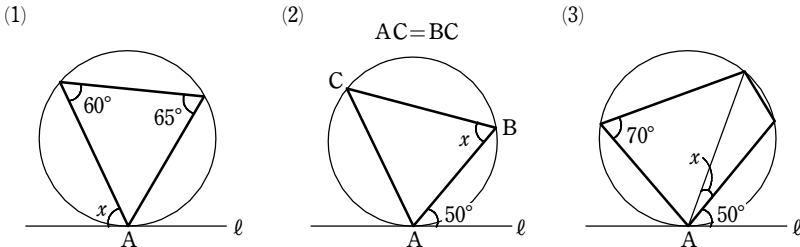
14. $AB=5, BC=6, CA=7$ である $\triangle ABC$ の内接円が、辺 AB と接する点を D とするとき、AD の長さを求めよ。

【解答】 3

【解説】

$\triangle ABC$ の内接円と辺 BC, CA との接点をそれぞれ E, F とする。
 $AD=x$ とおくと、 $AD=AF$ から $AF=x$
また $BD=AB-AD=5-x, CF=AC-AF=7-x$
 $BD=BE, CE=CF$ であるから $BE=5-x, CE=7-x$
 $BC=BE+CE$ であるから $6=(5-x)+(7-x)$
これを解いて $x=3$ すなわち $AD=3$

15. 次の図で、直線 ℓ は点 A における円の接線である。 $\angle x$ の大きさを求めよ。

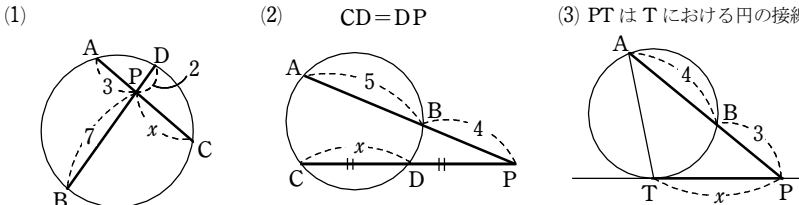


【解答】 (1) 65° (2) 65° (3) 20°

【解説】

- (1) 円の接線と弦の作る角により $x=65^\circ$
(2) 円の接線と弦の作る角により $\angle ACB=50^\circ$
 $\widehat{AC}=\widehat{BC}$ であるから $x=(180^\circ-50^\circ)\div 2=65^\circ$
(3) 円の接線と弦の作る角により $x+50^\circ=70^\circ$ よって $x=20^\circ$

16. 次の図において、 x の値を求めよ。

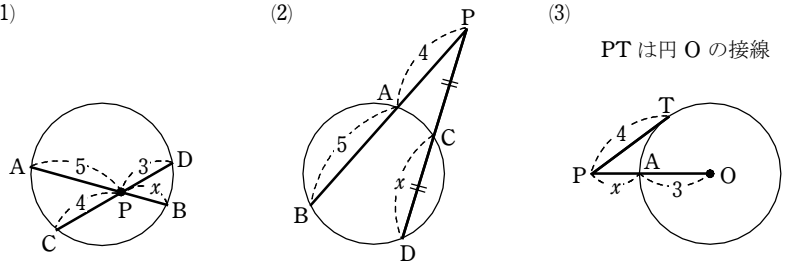


【解答】 (1) $x=\frac{14}{3}$ (2) $x=3\sqrt{2}$ (3) $x=\sqrt{21}$

【解説】

- (1) 方べきの定理により $PA\cdot PC=PB\cdot PD$
よって $3\cdot x=7\cdot 2$ したがって $x=\frac{14}{3}$
- (2) 方べきの定理により $PA\cdot PB=PC\cdot PD$
よって $(4+5)\cdot 4=2x\cdot x$ したがって $x^2=18$
 $x>0$ であるから $x=3\sqrt{2}$
- (3) 方べきの定理により $PA\cdot PB=PT^2$
よって $(4+3)\cdot 3=x^2$ したがって $x^2=21$
 $x>0$ であるから $x=\sqrt{21}$

17. 下の図において、 x の値を求めよ。



【解答】 (1) $x=\frac{12}{5}$ (2) $x=3\sqrt{2}$ (3) $x=2$

【解説】

- (1) 方べきの定理により $PA\cdot PB=PC\cdot PD$
よって $5\cdot x=4\cdot 3$ ゆえに $x=\frac{12}{5}$
- (2) 方べきの定理により $PA\cdot PB=PC\cdot PD$
よって $4\cdot (4+5)=x\cdot 2x$ ゆえに $x^2=18$
 $x>0$ であるから $x=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
- (3) PO の延長と円 O の交点を B とする。
方べきの定理により $PA\cdot PB=PT^2$
よって $x(x+6)=4^2$
ゆえに $x^2+6x-16=0$
 $(x-2)(x+8)=0$
 $x>0$ であるから $x=2$

18. 半径が異なる 2 つの円があり、中心間の距離が 9 ならば外接し、5 ならば内接する。
このとき、2 つの円の半径を求めよ。

【解答】 7, 2

【解説】

2 つの円の半径を $r, r' (r>r')$ とすると

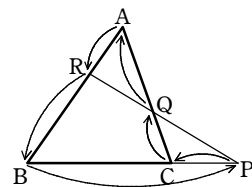
$$r+r'=9 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$r-r'=5 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ② を解いて $r=7, r'=2$

すなわち, 2つの円の半径は $7, 2$

19. $\triangle ABC$ において, 辺 BC を $3:1$ に外分する点を P , 辺 AB を $1:2$ に内分する点を R とし, PR と AC の交点を Q とする。このとき, メネラウスの定理を用いて $AQ:QC$ を求めよ。



解答 $3:2$

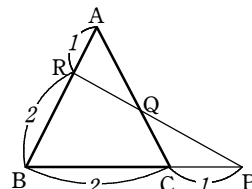
解説

$\triangle ABC$ と直線 PR にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

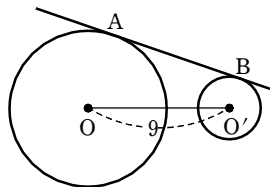
$$\text{よって} \quad \frac{3}{1} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad \text{ゆえに} \quad \frac{CQ}{QA} = \frac{2}{3}$$

したがって $AQ:QC=3:2$

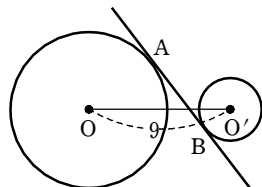


20. 下の図において, 直線 AB は円 O, O' に, それぞれ点 A, B で接している。円 O の半径が 5 , 円 O' の半径が 2 であるとき, 線分 AB の長さを求めよ。

(1)



(2)



解答 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $4\sqrt{2}$

解説

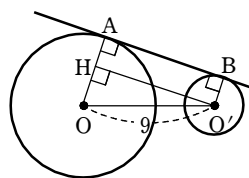
- (1) 右の図のように, 点 O' から線分 OA に垂線 $O'H$ を下ろすと

$$OH = OA - HA = OA - O'B = 5 - 2 = 3$$

$\triangle OO'H$ は直角三角形であるから

$$\begin{aligned} O'H &= \sqrt{OO'^2 - OH^2} \\ &= \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

よって $AB = O'H = 6\sqrt{2}$



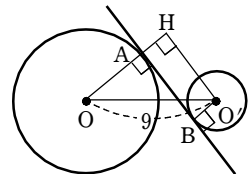
- (2) 右の図のように, 点 O' から線分 OA の延長に垂線 $O'H$ を下ろすと

$$OH = OA + HA = OA + O'B = 5 + 2 = 7$$

$\triangle OO'H$ は直角三角形であるから

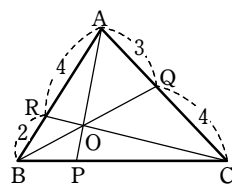
$$\begin{aligned} O'H &= \sqrt{OO'^2 - OH^2} \\ &= \sqrt{9^2 - 7^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

よって $AB = O'H = 4\sqrt{2}$

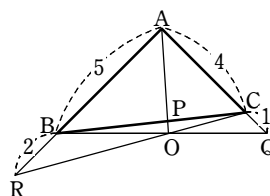


21. 下の図において, $BP:PC$ を求めよ。

(1)



(2)



解答 (1) $3:8$ (2) $10:7$

解説

- (1) チェバの定理により $\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$

$$\text{よって} \quad \frac{BP}{PC} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{2} = 1 \quad \text{ゆえに} \quad \frac{BP}{PC} = \frac{3}{8}$$

したがって $BP:PC=3:8$

- (2) チェバの定理により $\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$

$$\text{よって} \quad \frac{BP}{PC} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{2} = 1 \quad \text{ゆえに} \quad \frac{BP}{PC} = \frac{10}{7}$$

したがって $BP:PC=10:7$

22. $\triangle ABC$ の辺 AB, AC 上にそれぞれ点 R, Q があり, $AR:RB=5:1$, $AQ:QC=2:3$ である。線分 BQ と CR の交点を O , 直線 AO と辺 BC の交点を P とするとき, 次の比を求めよ。

- (1) $BP:PC$ (2) $AO:OP$ (3) $\triangle ABC:\triangle OBC$

解答 (1) $2:15$ (2) $17:3$ (3) $20:3$

解説

- (1) $\triangle ABC$ と点 O にチェバの定理を用いると

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

$$\text{よって} \quad \frac{BP}{PC} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{1} = 1 \quad \text{ゆえに} \quad \frac{BP}{PC} = \frac{2}{15}$$

したがって $BP:PC=2:15$

- (2) $\triangle ABP$ と直線 RC にメネラウスの定理を用いると

$$\frac{BC}{CP} \cdot \frac{PO}{OA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

ここで, (1)の結果から $BC:CP=17:15$

$$\text{よって} \quad \frac{17}{15} \cdot \frac{PO}{OA} \cdot \frac{5}{1} = 1 \quad \text{ゆえに} \quad \frac{PO}{OA} = \frac{3}{17}$$

したがって $AO:OP=17:3$

- (3) 辺 BC は $\triangle ABC$ と $\triangle OBC$ の共通の底辺であるから

$$\triangle ABC:\triangle OBC = AP:OP$$

(2)の結果から $AP:OP=20:3$

したがって $\triangle ABC:\triangle OBC=20:3$

