数学演習（確率）Ｈ１９．１２．３　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　)

１．赤玉３個と白玉５個がある。これら全部を無作為に横一列に並べるとき，次の確率を答えよ。

⑴　どの２個の赤玉も隣り合わない　　⑵　赤玉３個が全て隣り合う。

２．袋の中に白玉３個と黒玉４個が入っている。玉を同時に３個取り出すとき，次の確率を求めよ。

⑴　３個とも同じ色の玉を取り出す。　　⑵　同じ色の玉を２個取り出す。

３．４人でじゃんけんを１回するとき，次の確率を求めよ。

⑴　１人だけ勝つ。　　⑵　あいこになる。

４．１から１００までの番号札の中から１枚を引くとき，その番号札が４の倍数，または６の倍数である確率を求めよ。

５．４個のサイコロを１回投げるとき，出た目の積が３の倍数になるような確率を求めよ。

６．３個のさいころを１回投げるとき，出た目の最小値が２である確率を求めよ。

7．袋の中に赤玉３個と白玉５個が入っている。A，Bの２人がこの順に１個ずつ玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。ただし，取り出した玉は元に戻さないとする。

(1)　Bが赤玉を取り出す。

(2)　Bが赤玉を取り出したとき，Aも赤玉を取り出していた。

8．白玉６個と赤玉３個が入っている袋から，玉を１個取り出し，その玉と同じ色の玉をもう１個追加して２個とも袋の中に戻す。よく混ぜてからまた１個の玉を取り出すとき，白玉が取り出される確率を求めよ。

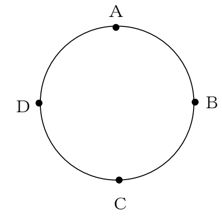
9．次の２つの事象A，Bは独立であるか従属であるか，理由をつけて答えよ。

(1)　１から１５までの１５個の自然数から１個の自然数を選ぶとき，偶数を選ぶという事象をA，９以上の数を選ぶという事象をBとする。

(2)　ジョーカーを除く１組５２枚のトランプから１枚を取り出すとき，ハートの札を取り出すという事象をA，絵札を取り出す事象をBとする。

10.　２つのプロ野球チームA，Bが日本シリーズを戦った。ただし，引き分けはないものとし，先に４勝した方が優勝する。１回の試合でAチームが勝つ確率を$\frac{2}{3}$とするとき，６ゲーム目で優勝チームが決まる確率を求めよ。

11.　右の図のように，４点A,B,C,Dが円周上にある。この点上を進む点Pについて考える。コインを１枚投げ，表が出たら反時計回りに１つ，裏が出たら時計回りに１つ，現在いる点から進むとする。点Aを出発点として，この試行を５回行ったとき，点Pが点Bにいる確率を求めよ。



12.　サイコロを２個投げるとき，出る目の差の絶対値の期待値を求めよ。

確認テスト（確率）　　　　（　　）組（　　）番　名前（ こたえ ）

1．赤玉３個と白玉５個がある。これら全部を無作為に横一列に並べるとき，次の確率を答えよ。

(1)　どの２個の赤玉も隣り合わない　　　(2)　赤玉３個が全て隣り合う。

(1)

∧ 白 ∧ 白 ∧ 白 ∧ 白 ∧ 白 ∧　← 白は5!の並べ方

赤の入り方は $_6P_3$

∴ $\frac{_6P_3\times 5!}{8!} = \frac{\cancel{6\cdot5\cdot4}\cdot\cancel{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}}{\cancel{8}\cdot7\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}} = \frac{5}{14}$ //

⑤

(2)

$\overbrace{\boxed{赤赤赤}\ 白\ 白\ 白\ 白\ 白}^{6!}$

↑ 3!

∴ $\frac{3!\times 6!}{8!} = \frac{3\cdot2\cdot1\cdot\cancel{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}}{\cancel{8}\cdot7\cdot\cancel{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}} = \frac{3}{28}$ //

⑤

2．袋の中に白玉３個と黒玉４個が入っている。玉を同時に３個取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　３個とも同じ色の玉を取り出す。　　(2)　同じ色の玉を２個取り出す。

(1)

白3コ　$\frac{_3C_3}{_7C_3}$

黒3コ　$\frac{_4C_3}{_7C_3}$

∴ $\frac{_3C_3}{_7C_3}+\frac{_4C_3}{_7C_3} = \frac{1}{35}+\frac{4}{35}$

$= \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$ //　⑤

(2)

白2コ 黒1コ　$\frac{_3C_2\times{_4C_1}}{_7C_3} = \frac{12}{35}$

白1コ 黒2コ　$\frac{_3C_1\times{_4C_2}}{_7C_3} = \frac{18}{35}$

∴ $\frac{12}{35}+\frac{18}{35} = \frac{30}{35}$

$= \frac{6}{7}$ //　⑤

3．４人でじゃんけんを１回するとき，次の確率を求めよ。

(1)　１人だけ勝つ。　　　(2)　あいこになる。

(1) 4人のうち誰が勝つか

という選び方が $_4C_1$通り

4人をA，B，C，Dとすると

手の出し方は

A	B	C	D
ぐ	ち	ち	ち
ち	ぱ	ぱ	ぱ
ぱ	ぐ	ぐ	ぐ

の3通り

∴ $\frac{_4C_1\times 3}{3^4} = \frac{4}{27}$ //

⑤

(2)・全員同じ手を出す時

3通り（ぐ，ち，ぱ）①

・全員違う手を出す

4人中，2人は同じ手を出す

それが3通り（ぐ，ち，ぱ）

仮に，それをぐとすると，

ぐ ぐ ち ぱ

の4つの手が出される事になる

よって，誰がどの手を出すか

というのは，この4つを一列に

並べる並べ方に等しいので

$\frac{4!}{2!} = 12$通り

よって，$3\times12 = 36$通り②

以上より①②から　$\frac{3+36}{3^4} = \frac{13}{27}$ //　⑤

4．１から１００までの番号札の中から１枚を引くとき，その番号札が４の倍数，または６の倍数である確率を求めよ。

4の倍数 → 25コ（100÷4=25）商

6の倍数 → 16コ（100÷6=16）

4と6の最小公倍数 ⇒ 12.

12の倍数 → 8コ.（100÷12=9）

∴ $\frac{25+16-8}{100} = \frac{33}{100}$ //　⑤

5．４個のサイコロを１回投げるとき，出た目の積が３の倍数になるような確率を求めよ。

⇓

少なくとも1個，3の倍数が出る。

余事象で考えると

1 −（1つも3の倍数が出ない）

$= 1 - \frac{4^4}{6^4}$

$= 1 - \frac{2^4}{3^4} = 1 - \frac{16}{81} = \frac{65}{81}$ //

⑤

6．３個のさいころを１回投げるとき，出た目の最小値が２である確率を求めよ。

⇓

すべて2以上の目であり，

少なくとも1コ，2の目の

サイコロがある

よって

$\frac{5^3}{6^3} - \frac{4^3}{6^3} = \frac{125}{216} - \frac{64}{216} = \frac{61}{216}$ //

↑ すべて2以上の目が出る確率　　↑ すべて3以上の目が出る確率

⑩

/50

7．袋の中に赤玉３個と白玉５個が入っている。A，Bの２人がこの順に１個ずつ玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。ただし，取り出した玉は元に戻さないとする。

(1)　Bが赤玉を取り出す。

A ― B　　A ― B
赤　赤　　白　赤

$$\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}=\frac{6+15}{56}=\frac{21}{56}$$
$$=\frac{3}{8}$$

⑤

(2)　Bが赤玉を取り出したとき，Aも赤玉を取り出していた。

B＼A	赤	白
赤	$\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}$	$\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}$
白		

◯の中での△の占める割合を求めればよい

$$\frac{\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}}{\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$$

⑤

8．白玉６個と赤玉３個が入っている袋から，玉を１個取り出し，その玉と同じ色の玉をもう１個追加して２個とも袋の中に戻す。よく混ぜてからまた１個の玉を取り出すとき，白玉が取り出される確率を求めよ。

・赤 → 袋の中には {白6コ 赤4コ → 白

$\frac{3}{9}$　　$\frac{6}{10}$

$$\therefore\ \frac{3}{9}\times\frac{6}{10}=\frac{18}{90}$$

・白 → 袋の中には {白7コ 赤3コ → 白

$\frac{6}{9}$　　$\frac{7}{10}$

$$\therefore\ \frac{6}{9}\times\frac{7}{10}=\frac{42}{90}$$

$$\therefore\ \frac{18}{90}+\frac{42}{90}=\frac{60}{90}=\frac{2}{3}$$

⑤

9．次の２つの事象A，Bは独立であるか従属であるか，理由をつけて答えよ。

(1)　１から１５までの１５個の自然数から１個の自然数を選ぶとき，偶数を選ぶという事象をA，９以上の数を選ぶという事象をBとする。

$$P(A)=\frac{7}{15}$$
$$P(B)=\frac{7}{15}$$

$P(A\cap B)$＝偶数かつ９以上の数を選ぶ

$$=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$$

⑤

よって $P(A)\times P(B)=P(A\cap B)$ が成り立たないので従属

(2)　ジョーカーを除く１組５２枚のトランプから１枚を取り出すとき，ハートの札を取り出すという事象をA，絵札を取り出す事象をBとする。

$$P(A)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$$
$$P(B)=\frac{4\times3}{52}=\frac{12}{52}=\frac{3}{13}$$

$P(A\cap B)$＝ハートの絵札を取り出す

$$=\frac{3}{52}$$

よって

$P(A)\times P(B)=P(A\cap B)$ が成り立つので独立　⑤

10．２つのプロ野球チームA，Bが日本シリーズを戦った。ただし，引き分けはないものとし，先に４勝した方が優勝する。１回の試合でAチームが勝つ確率を$\frac{2}{3}$とするとき，６ゲーム目で優勝チームが決まる確率を求めよ。

Aが優勝か，Bが優勝か

・Aが優勝する時

Aの３勝２敗で６戦目を行い，Aが勝つ．

$${}_5C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}$$
$$=10\times\frac{8\times2}{3^6}=\frac{160}{3^6}$$

・Bが優勝する時

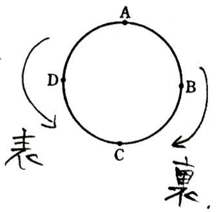
Bの３勝２敗で６戦目を行い，Bが勝つ．

$${}_5C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}$$
$$=10\times\frac{4\times1}{3^6}=\frac{40}{3^6}$$

$$\therefore\ \frac{160}{3^6}+\frac{40}{3^6}=\frac{200}{3^6}=\frac{200}{729}$$

⑩

11．右の図のように，４点A,B,C,Dが円周上にある。この点上を進む点Pについて考える。コインを１枚投げ，表が出たら反時計回りに１つ，裏が出たら時計回りに１つ，現在いる点から進むとする。点Aを出発点として，この試行を５回行ったとき，点Pが点Bにいる確率を求めよ。



５回後にBにいるのは次の３通り．

{ 表４回裏１回 …… (i)
表２回裏３回 …… (ii)
裏５回 …… (iii)

(i) 表４回裏１回　${}_5C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{32}$

(ii) 表２回裏３回　${}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{10}{32}$

(iii) 裏５回　$\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$

$$\therefore\ \frac{5}{32}+\frac{10}{32}+\frac{1}{32}=\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$$

⑩

12．サイコロを２個投げるとき，出る目の差の絶対値の期待値を求めよ。

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

出る目の差の絶対値

0が6通り
1が10通り
2が8通り
3が6通り
4が4通り
5が2通り

∴

$$E=0\times\frac{6}{36}+1\times\frac{10}{36}+2\times\frac{8}{36}+3\times\frac{6}{36}+4\times\frac{4}{36}+5\times\frac{2}{36}$$
$$=\frac{10}{36}+\frac{16}{36}+\frac{18}{36}+\frac{16}{36}+\frac{10}{36}=\frac{70}{36}=\frac{35}{18}$$

⑤