数学演習（確率）Ｈ１９．９．１４　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

１．MONDAY の 6 文字をでたらめに 1 列に並べるとき

(1)　O が左端，A が右端に並ぶ確率を求めよ。

(2)　母音が両端に並ぶ確率を求めよ。

２．赤玉 2 個，青玉 3 個，黄玉 2 個が入った袋から 3 個の玉を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　すべて青玉が出る確率　　(2)　赤玉 1 個と青玉 2 個が出る確率

(3)　どの色の玉も出る確率

３．大きさの異なる赤玉 3 個，白玉 3 個が入った袋がある。この袋から玉を 1 個ずつ袋に戻さないですべて取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　白玉が 3 回連続で出る確率　　(2)　赤玉と白玉が交互に出る確率

４．A，B，C の 3 人がじゃんけんを 1 回するとき，次の確率を求めよ。

(1)　A だけが負ける確率　　(2)　1 人だけが勝つ確率

５．異なる 5 個の数字 1，2，3，4，5 を任意に並べて順列を作る。このとき，次の確率を求めよ。

(1)　1，2，3 が皆隣り合う確率

(2)　1，2，3 がこの順に並ぶが，どの 2 つも隣り合わない確率

６．赤玉 5 個，白玉 4 個，黄玉 3 個が入った袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　黄玉が 2 個以上出る確率　　(2)　3 個とも同じ色の玉が出る確率

７．ハート 13 枚，スペード 13 枚の計 26 枚のトランプから同時に 3 枚を抜き取るとき

(1)　3 枚ともハートか，3 枚ともスペードが出る確率を求めよ。

(2)　出る絵札の枚数が 3 枚でない確率を求めよ。

８．1 から 100 までの番号をつけた 100 枚のカードから 1 枚を取り出すとき

(1)　番号が 3 の倍数または 5 の倍数である確率を求めよ。

(2)　番号が 3 の倍数でも 5 の倍数でもない確率を求めよ。

９．2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　目の和が 4 の倍数になる確率　　(2)　目の積が偶数になる確率

10．赤玉 6 個，青玉 4 個，白玉 3 個が袋の中に入っている。この袋の中から同時に 3 個取り出すとき，取り出した玉の色が 2 色である確率を求めよ。

数学演習２（確率）Ｈ１９．９．１４　　　　　　　　　　　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

１．白玉 4 個，赤玉 8 個が入った袋から玉を 1 個取り出し，色を調べてからもとに戻すことを 2 回行うとき，次の確率を求めよ。
⑴　2 回とも白玉が出る確率　　⑵　同じ色の玉が出る確率
⑶　異なる色の玉が出る確率

２．1 から 9 までの番号札から 1 枚抜き取り，番号を見てからもとに戻すことを 3 回行うとき，3 枚の番号の積が偶数となる確率を求めよ。

３．座標平面上を動く点 P が原点 O にある。1 回の移動において確率 $\frac{2}{3}$ で x 軸方向に 1，確率 $\frac{1}{3}$ で y 軸方向に 1 だけ移動する。5 回の移動後に P が点 (3，2) にいる確率を求めよ。

４．袋の中に赤玉 1 個，黄玉 2 個，青玉 3 個が入っている。1 個取り出してもとに戻す試行を 3 回行うとき，それぞれの色が 1 回ずつ出る確率を求めよ。

５．10 本のくじが袋の中に入っており，このうち 4 本が当たりくじである。袋の中からくじを 1 本引き，当たりかはずれかを調べて袋の中に戻すことを 6 回行うとき，6 回目に 2 度目の当たりくじを引く確率を求めよ。また，少なくとも 2 回当たりくじを引く確率を求めよ。

６．$\boxed{\text{P}}$ のカード 2 枚，$\boxed{\text{Q}}$ のカード 4 枚が入った袋から 2 枚のカードを取り出す。次の各場合に，取り出した 2 枚のカードの文字が異なる確率を求めよ。
⑴　最初 1 枚取り出し，袋に戻してから 2 枚目を取り出す場合
⑵　2 枚同時に取り出す場合

７．箱 A，B，C に赤玉と白玉が右の表の個数だけ入っている。各箱の中から玉を 1 個ずつ取り出すとき，白玉がちょうど 2 個出る確率を求めよ。

	A	B	C
赤玉	3	2	1
白玉	1	2	3

８．2 個のさいころを同時に投げるとき，次の X の期待値を求めよ。
⑴　出た目の差の絶対値 X　　⑵　出た目の和 X

９．赤玉 3 個，白玉 2 個が入った袋から 3 個の玉を同時に取り出すとき，赤玉が出る個数を X とする。X の期待値を求めよ。

10．8 冊のうち 2 冊は A 君の本である。これらの中から任意に 1 冊選び，もとに戻すことを 3 回繰り返すとき，A 君の本を選ぶ回数の期待値を求めよ。

1．6 文字を 1 列に並べる並べ方は　$_6P_6=6!$（通り）

⑴　左端に O，右端に A を並べ，その間に残りの 4 文字を並べる並べ方は

$_4P_4=4!$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{4!}{6!}=\dfrac{1}{30}$

⑵　母音 O，A を両端に並べる並べ方は　$_2P_2=2!$（通り）

そのおのおのに対して，間に並べる 4 つの子音の並べ方は　$_4P_4=4!$（通り）

よって，求める確率は　$\dfrac{2!\times4!}{6!}=\dfrac{1}{15}$

2．7 個の玉から 3 個を取り出す組合せの数は　$_7C_3$ 通り

⑴　すべて青玉が出る場合の数は　$_3C_3$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{_3C_3}{_7C_3}=\dfrac{1}{35}$

⑵　赤玉 1 個と青玉 2 個が出る場合の数は　$_2C_1\times{}_3C_2$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{_2C_1\times{}_3C_2}{_7C_3}=\dfrac{6}{35}$

⑶　どの色の玉も出るとは，赤玉，青玉，黄玉が 1 個ずつ出るということである。

この場合の数は　$_2C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{_2C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1}{_7C_3}=\dfrac{12}{35}$

3．6 個の玉を 1 個ずつすべて取り出す方法は　$_6P_6$ 通り

⑴　白玉 3 個を 1 個の玉とみなして 4 個の玉の順列を考えると　$4!$ 通り

そのおのおのに対して，白玉 3 個の取り出し方は　$3!$ 通り

したがって，白玉が 3 回連続で出る場合の数は　$4!\times3!$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{4!\times3!}{6!}=\dfrac{1}{5}$

⑵　赤玉と白玉が交互に出るのは

赤白赤白赤白，　白赤白赤白赤

の 2 つの場合がある。

それぞれの場合の数は，赤玉 3 個の出方が $3!$ 通り，白玉 3 個の出方が $3!$ 通りあるから　$3!\times3!$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{3!\times3!\times2}{6!}=\dfrac{1}{10}$

4．3 人の手の出し方の総数は　$3\times3\times3=27$（通り）

⑴　A だけが負ける場合は

A がグー，B，C はパー，　A がチョキ，B，C はグー，

A がパー，B，C はチョキ

の 3 通りある。よって，求める確率は　$\dfrac{3}{27}=\dfrac{1}{9}$

⑵　1 人だけが勝つ場合，勝者の決まり方は，A か B か C かの 3 通りある。

そのおのおのに対して，勝ち方がグー，チョキ，パーの 3 通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{3\times3}{27}=\dfrac{1}{3}$

5．5 個の数字の並べ方は　$5!$ 通り

⑴　1，2，3 が皆隣り合う並べ方は，まず，1，2，3 を 1 つの数 * とみて，*，4，5 の 3 個の数字の並べ方が　$3!$ 通り

更に，1，2，3 の並べ方が $3!$ 通りあることから　$3!\times3!$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{3!\times3!}{5!}=\dfrac{3}{10}$

⑵　条件を満たす並べ方は，まず 1，2，3 をこの順に並べ，1 と 2 の間，2 と 3 の間に 4，5 を並べるから　$2!$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{2!}{5!}=\dfrac{1}{60}$

6．12 個の玉から 3 個を取り出す組合せは　$_{12}C_3$ 通り

⑴　「黄玉が 2 個以上出る」という事象は

A：黄玉が 2 個出る　　B：黄玉が 3 個出る

という 2 つの事象の和事象 $A\cup B$ で表される。

$$P(A)=\frac{_3C_2\times{}_9C_1}{_{12}C_3}=\frac{3\times9}{220}=\frac{27}{220},\quad P(B)=\frac{_3C_3}{_{12}C_3}=\frac{1}{220}$$

A，B は互いに排反であるから，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{27}{220}+\frac{1}{220}=\frac{7}{55}$$

⑵　「3 個とも同じ色の玉が出る」という事象は，「3 個とも赤玉が出る」，「3 個とも白玉が出る」，「3 個とも黄玉が出る」の 3 つの事象の和事象で表され，この 3 つの事象は互いに排反である。

よって，求める確率は　$\dfrac{_5C_3}{_{12}C_3}+\dfrac{_4C_3}{_{12}C_3}+\dfrac{_3C_3}{_{12}C_3}=\dfrac{10}{220}+\dfrac{4}{220}+\dfrac{1}{220}=\dfrac{3}{44}$

7．26 枚のトランプから 3 枚を抜き取る組合せは　$_{26}C_3$ 通り

⑴　[1]　3 枚ともハートが出る確率は　$\dfrac{_{13}C_3}{_{26}C_3}$

[2]　3 枚ともスペードが出る確率は　$\dfrac{_{13}C_3}{_{26}C_3}$

[1]，[2] の事象は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{_{13}C_3}{_{26}C_3}+\frac{_{13}C_3}{_{26}C_3}=\frac{11}{100}+\frac{11}{100}=\frac{11}{50}$$

⑵　「出る絵札の枚数が 3 枚でない」という事象は，「絵札が 3 枚出る」という事象の余事象である。

絵札が 3 枚出る確率は　$\dfrac{_6C_3}{_{26}C_3}=\dfrac{1}{130}$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{1}{130}=\dfrac{129}{130}$

8．⑴　番号が「3 の倍数である」という事象を A，「5 の倍数である」という事象を B とすると　$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ 3\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$，

$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ 5\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot20\}$，

$A\cap B=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ 15\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 15\cdot6\}$

よって，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=\frac{33}{100}+\frac{20}{100}-\frac{6}{100}=\frac{47}{100}$$

⑵　求める確率は

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\frac{47}{100}=\frac{53}{100}$$

9．目の出方の総数は　$6\times6=36$（通り）

⑴　目の和が 4 の倍数になるのは，和が 4，8，12 となる 3 つの場合がある。

[1]　目の和が 4 になる場合は　(1，3)，(2，2)，(3，1)

[2]　目の和が 8 になる場合は　(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)

[3]　目の和が 12 になる場合は　(6，6)

[1]，[2]，[3] は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{3}{36}+\frac{5}{36}+\frac{1}{36}=\frac{1}{4}$$

⑵　「目の積が偶数になる」という事象は，「目の積が奇数になる」という事象の余事象である。

目の積が奇数になる確率は　$\dfrac{3\times3}{36}=\dfrac{1}{4}$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$

10．13 個の玉から 3 個を取り出す組合せは　$_{13}C_3$ 通り

「3 個とも同じ色の玉を取り出す」という事象を A，「取り出した玉の色が 3 色である」という事象を B とすると，「取り出した玉の色が 2 色である」という事象は $\overline{A\cup B}$ である。ここで

$$P(A)=\frac{_6C_3}{_{13}C_3}+\frac{_4C_3}{_{13}C_3}+\frac{_3C_3}{_{13}C_3}=\frac{25}{286}$$
$$P(B)=\frac{_6C_1\times{}_4C_1\times{}_3C_1}{_{13}C_3}=\frac{72}{286}$$

A，B は互いに排反であるから　$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\dfrac{97}{286}$

よって，求める確率は　$P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\dfrac{97}{286}=\dfrac{189}{286}$

数学演習２（確率）Ｈ１９．９．１４解答　　　　(　)組(　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　)

１．1 回目に玉を取り出す試行と，2 回目に玉を取り出す試行は独立である。

(1)　$\dfrac{4}{12}\times\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{9}$

(2)　同じ色の玉が出るという事象は

A：2 回とも白玉が出る　　　　B：2 回とも赤玉が出る

という 2 つの事象の和事象 $A\cup B$ で表される。

(1) から　$P(A)=\dfrac{1}{9}$　　　また　$P(B)=\dfrac{8}{12}\times\dfrac{8}{12}=\dfrac{4}{9}$

A，B は互いに排反であるから，求める確率は　$\dfrac{1}{9}+\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}$

(3)　「異なる色の玉が出る」という事象は，「同じ色の玉が出る」という事象の余事象である。

よって，求める確率は　$1-\dfrac{5}{9}=\dfrac{4}{9}$

２．「3 枚の番号の積が偶数となる」という事象は，「3 枚の番号の積が奇数となる」という事象の余事象である。

3 枚の番号の積が奇数となる確率は　$\dfrac{5}{9}\times\dfrac{5}{9}\times\dfrac{5}{9}=\dfrac{125}{729}$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{125}{729}=\dfrac{604}{729}$

３．5 回の移動後に点 (3，2) にいるのは，x 軸方向に 3 回，y 軸方向に 2 回移動したときである。

よって，求める確率は　${}_5C_3\left(\dfrac{2}{3}\right)^3\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=10\times\dfrac{8}{3^5}=\dfrac{80}{243}$

４．各回の玉を取り出す試行は独立である。

1 個玉を取り出すとき，赤玉，黄玉，青玉が出る確率は，それぞれ　$\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{2}{6}$，$\dfrac{3}{6}$

3 回玉を取り出すとき，赤玉，黄玉，青玉が 1 個ずつ出る出方は ${}_3P_3$ 通りあり，各場合は互いに排反である。

よって，求める確率は　$\left(\dfrac{1}{6}\times\dfrac{2}{6}\times\dfrac{3}{6}\right)\times{}_3P_3=\dfrac{1}{6}$

５．くじを 1 本引くとき，当たりくじを引く確率は　$\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

6 回目に 2 度目の当たりくじを引くのは，5 回目までに 1 回だけ当たりくじを引き，6 回目に当たりくじを引く場合である。

よって，その確率は

$${}_5C_1\frac{2}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^4\times\frac{2}{5}=\frac{2^2\times3^4}{5^5}=\frac{324}{3125}$$

また，「少なくとも 2 回当たりくじを引く」という事象は，「0 回または 1 回だけ当たりくじを引く」という事象の余事象である。

0 回または 1 回だけ当たりくじを引く確率は

$$\left(\frac{3}{5}\right)^6+{}_6C_1\frac{2}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^5=\frac{3^5}{5^6}(3+6\times2)=\frac{729}{3125}$$

よって，少なくとも 2 回当たりくじを引く確率は

$$1-\frac{729}{3125}=\frac{2396}{3125}$$

６．(1)　1 枚目を取り出す試行と 2 枚目を取り出す試行は独立である。

[1]　1 枚目に $\boxed{\text{P}}$ のカード，2 枚目に $\boxed{\text{Q}}$ のカードが出る確率は

$$\frac{2}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{9}$$

[2]　1 枚目に $\boxed{\text{Q}}$ のカード，2 枚目に $\boxed{\text{P}}$ のカードが出る確率は

$$\frac{4}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{2}{9}$$

[1]，[2] の事象は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$$

(2)　$\dfrac{{}_2C_1\times{}_4C_1}{{}_6C_2}=\dfrac{8}{15}$

７．各箱の中から玉を 1 個ずつ取り出す試行は独立である。

[1]　箱 A，B から白玉，箱 C から赤玉が出る場合，その確率は

$$\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{32}$$

[2]　箱 A，C から白玉，箱 B から赤玉が出る場合，その確率は

$$\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{32}$$

[3]　箱 B，C から白玉，箱 A から赤玉が出る場合，その確率は

$$\frac{3}{4}\times\frac{2}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{32}$$

[1]，[2]，[3] は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{1}{32}+\frac{3}{32}+\frac{9}{32}=\frac{13}{32}$$

８．(1)　2 個のさいころ A，B の目の差の絶対値は，右の表のようになる。

したがって，X のとりうる値と，それぞれの値をとる確率は次の表のようになる。

B＼A	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

X	0	1	2	3	4	5	計
確率	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$	1

よって，求める期待値は

$$0\times\frac{6}{36}+1\times\frac{10}{36}+2\times\frac{8}{36}+3\times\frac{6}{36}+4\times\frac{4}{36}+5\times\frac{2}{36}=\frac{35}{18}$$

(2)　X のとりうる値と，それぞれの値をとる確率は次の表のようになる。

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	計
確率	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

よって，求める期待値は

$$(2+12)\times\frac{1}{36}+(3+11)\times\frac{2}{36}+(4+10)\times\frac{3}{36}+(5+9)\times\frac{4}{36}+(6+8)\times\frac{5}{36}+7\times\frac{6}{36}$$

$$=\frac{14}{36}(1+2+3+4+5+3)=7$$

９．X のとりうる値は 1，2，3 である。

各値について，X がその値をとる確率は

$\dfrac{{}_3C_1\times{}_2C_2}{{}_5C_3}=\dfrac{3}{10}$，　$\dfrac{{}_3C_2\times{}_2C_1}{{}_5C_3}=\dfrac{6}{10}$，

$\dfrac{{}_3C_3}{{}_5C_3}=\dfrac{1}{10}$

X	1	2	3	計
確率	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	1

よって，求める期待値は

$$1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{6}{10}+3\times\frac{1}{10}=\frac{18}{10}=\frac{9}{5}$$

10．A 君の本を選ぶ回数は，0 回，1 回，2 回，3 回 の場合がある。

0 回である確率は　$\left(\dfrac{3}{4}\right)^3=\dfrac{27}{64}$

1 回である確率は　${}_3C_1\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{3}{4}\right)^2=\dfrac{27}{64}$

2 回である確率は　${}_3C_2\left(\dfrac{1}{4}\right)^2\dfrac{3}{4}=\dfrac{9}{64}$

3 回である確率は　$\left(\dfrac{1}{4}\right)^3=\dfrac{1}{64}$

よって，求める期待値は

$$0\times\frac{27}{64}+1\times\frac{27}{64}+2\times\frac{9}{64}+3\times\frac{1}{64}=\frac{48}{64}=\frac{3}{4}\ (\text{回})$$