第２回定期考査（場合の数と確率A）Ｈ３０．７．４　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　）

$\boxed{1}$ 100 以下の自然数のうち，次のような数の個数を求めよ。

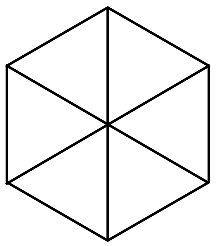
(1) 7 の倍数　　(2) 7 の倍数でない数

(3) 5 の倍数または 7 の倍数

$\boxed{2}$ 7 個の数字 1，2，3，4，5，6，7 を 1 個ずつ使って整数を作る。次のような数は何個作れるか。

(1) 4 桁の整数　　(2) 7 桁の整数

$\boxed{3}$ 次の図形の各部分をすべて異なる色で塗り分ける。6 種類の色があるとき，何通りの塗り方があるか。ただし，回転して同じになるときは，同じ塗り方とみなす。



$\boxed{4}$ 5 人が 1 回じゃんけんをするとき，手の出し方は何通りあるか。

$\boxed{5}$ 大人 5 人と子ども 10 人の中から 5 人を選ぶとき，大人 1 人，子ども 4 人を選ぶ選び方は何通りあるか。

$\boxed{6}$ a 4 個，b 2 個，c 2 個の 8 文字全部を 1 列に並べるとき，並べ方の総数を求めよ。

$\boxed{7}$ 4 枚の硬貨を同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) すべて裏が出る。　　(2) 1 枚だけ表が出る。

$\boxed{8}$ 赤玉 4 個と白玉 6 個の入った袋から，2 個の玉を同時に取り出すとき，2 個とも白玉が出る確率を求めよ。

$\boxed{9}$ 4 枚の硬貨を同時に投げるとき，表が 3 枚以上出る確率を求めよ。

$\boxed{10}$ A，B，C の 3 人がある検定試験に合格する確率は，それぞれ $\frac{3}{4}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{5}{8}$ であるとする。3 人のうち，少なくとも 1 人が合格する確率を求めよ。

$\boxed{11}$ 1 個のさいころを 6 回投げるとき，奇数の目がちょうど 3 回出る確率を求めよ。

$\boxed{12}$ 1 から 50 までの 50 枚の番号札から 1 枚引くとき，次の確率を求めよ。

(1) 3 の倍数かつ 5 の倍数の札を引く確率

(2) 引いた札が 3 の倍数であったとして，それが 5 の倍数でもある確率

$\boxed{13}$ 当たりくじ 4 本を含む 10 本のくじの中から，1 本ずつ 2 本引く。ただし，1 本目のくじはもとにもどさない。2 本ともはずれる確率を求めよ。

第２回定期考査（場合の数と確率B）Ｈ３０．７．４　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　）

$\boxed{1}$ 海外旅行者 100 人のうち，75 人がカゼ薬を，80 人が胃薬を携帯していた。カゼ薬と胃薬を両方とも携帯していた人の数を m とするとき，m のとりうる値の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{2}$ 108 の正の約数は何個あるか。

$\boxed{3}$ 男子 4 人と女子 4 人が横 1 列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか。

(1)　両端が女子である。　　(2)　男子 4 人が続いて並ぶ。

(3)　男女が交互に並ぶ。

$\boxed{4}$ 大人 3 人と子ども 3 人が輪の形に並ぶとき，大人と子どもが交互に並ぶ。並び方は何通りあるか。

$\boxed{5}$ 4 桁の自然数 n の千の位，百の位，十の位，一の位の数字を，それぞれ a，b，c，d とする。$a>b>c>d$ を満たす n は何個あるか。

$\boxed{6}$ 8 人を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

(1)　A，B の 2 つの組に，4 人ずつ分ける。

(2)　4 人ずつの 2 つの組に分ける。

$\boxed{7}$ りんご，みかん，バナナの 3 種類の果物がそれぞれたくさんある。この中から 6 個を選ぶ方法は何通りあるか。ただし，選ばない果物があってもよい。

$\boxed{8}$ 赤玉 4 個と白玉 2 個の入った袋の中から，3 個の玉を同時に取り出すとき，白玉が 1 個だけ出る確率を求めよ。

$\boxed{9}$ 赤玉 4 個，青玉 6 個，黄玉 3 個の入った袋から，4 個の玉を同時に取り出すとき，少なくとも 2 個は黄玉が出る確率を求めよ。

$\boxed{10}$ 2 つの野球チーム A，B があり，最近の A の B に対する勝率は $\dfrac{2}{5}$ である。この割合で勝敗が決まるものとして，A と B が 3 連戦を行うとき，A が 2 勝 1 敗となる確率を求めよ。

$\boxed{11}$ ある地域で，A，B の 2 つの質問によるアンケート調査をした結果，質問 B にイエスと答えた人は全体の 48 % であった。また，2 つの質問をともにイエスと答えた人は全体の 27 % であった。この調査をした全員の中から 1 人を任意に選んだとする。その人が質問 B にイエスと答えていたとき，質問 A にもイエスと答えている確率を求めよ。

第２回定期考査（場合の数と確率A）Ｈ３０．７．４ (教科書16〜△)　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　）

1 100 以下の自然数のうち，次のような数の個数を求めよ。

(1) 7 の倍数　　(2) 7 の倍数でない数

(3) 5 の倍数または 7 の倍数

2　2　2

解答 (1) 14 個　(2) 86 個　(3) 32 個

100 以下の自然数全体の集合を U とし，U の部分集合で，7 の倍数全体の集合を A，5 の倍数全体の集合を B とすると

$A=\{7\cdot1,\ 7\cdot2,\ 7\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 7\cdot14\}$，

$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ 5\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot20\}$

よって　$n(A)=14$，$n(B)=20$

(1) $n(A)=14$（個）

(2) $n(\overline{A})=n(U)-n(A)=100-14=86$（個）

(3) 5 の倍数かつ 7 の倍数は，35 の倍数である。

$A\cap B=\{35\cdot1,\ 35\cdot2\}$

よって　$n(A\cap B)=2$

求めるのは $n(A\cup B)$ である。

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=14+20-2=32$（個）

2 7 個の数字 1，2，3，4，5，6，7 を 1 個ずつ使って整数を作る。次のような数は何個作れるか。

(1) 4 桁の整数　　(2) 7 桁の整数

3　3

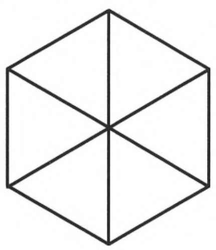
解答 (1) 840 個　(2) 5040 個

(1) ${}_7P_4=7\cdot6\cdot5\cdot4=840$（個）

(2) $7!=7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=5040$（個）

3 次の図形の各部分をすべて異なる色で塗り分ける。6 種類の色があるとき，何通りの塗り方があるか。ただし，回転して同じになるときは，同じ塗り方とみなす。

解答 120 通り　3



6 色の円順列であるから

$(6-1)!=5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$（通り）

4 5 人が 1 回じゃんけんをするとき，手の出し方は何通りあるか。

解答 243 通り　2

1 人の手の出し方は，それぞれ 3 通りあるから　$3^5=243$（通り）

5 大人 5 人と子ども 10 人の中から 5 人を選ぶとき，大人 1 人，子ども 4 人を選ぶ選び方は何通りあるか。

解答 1050 通り　3

大人 1 人の選び方は ${}_5C_1$ 通りあり，そのどの場合に対しても，子ども 4 人の選び方は，${}_{10}C_4$ 通りある。

よって，積の法則により　${}_5C_1\times{}_{10}C_4=5\times\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=1050$（通り）

6 a 4 個，b 2 個，c 2 個の 8 文字全部を 1 列に並べるとき，並べ方の総数を求めよ。

解答 420 通り　3

同じ文字が 4 個，2 個，2 個あり，これらを 1 列に並べるから

$\dfrac{8!}{4!2!2!}=\dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{2\cdot1\times2\cdot1}=420$（通り）

7 4 枚の硬貨を同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) すべて裏が出る。　　(2) 1 枚だけ表が出る。

注 (1) $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$ は本当はダメ

3　3

解答 (1) $\dfrac{1}{16}$　(2) $\dfrac{1}{4}$

4 枚の硬貨に，それぞれ表，裏の 2 通りの出方がある。

よって，起こりうるすべての場合の数は　2^4 通り

(1) すべて裏が出るのは 1 通りであるから，求める確率は　$\dfrac{1}{2^4}=\dfrac{1}{16}$

(2) 1 枚だけ表が出るのは 4 通りあるから，求める確率は　$\dfrac{4}{2^4}=\dfrac{1}{4}$

8 赤玉 4 個と白玉 6 個の入った袋から，2 個の玉を同時に取り出すとき，2 個とも白玉が出る確率を求めよ。

解答 $\dfrac{1}{3}$　3

全部の 10 個から 2 個取る組合せは　${}_{10}C_2$ 通り

白玉 6 個から 2 個取る組合せは　${}_6C_2$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_6C_2}{{}_{10}C_2}=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{2\cdot1}{10\cdot9}=\dfrac{1}{3}$

9 4 枚の硬貨を同時に投げるとき，表が 3 枚以上出る確率を求めよ。

解答 $\dfrac{5}{16}$　3

4 枚の硬貨の表と裏の出方は　2^4 通り

表が 3 枚以上出るのは，次の [1]，[2] のいずれかである。

[1] 表が 3 枚，裏が 1 枚出る場合

裏の出る 1 枚の選び方は　4 通り

よって，この確率は　$\dfrac{4}{2^4}=\dfrac{4}{16}$

[2] 表が 4 枚出る場合

表が 4 枚の出方は　1 通り

よって，この確率は　$\dfrac{1}{2^4}=\dfrac{1}{16}$

[1]，[2] の 2 つの事象は互いに排反であるから，求める確率は

$\dfrac{4}{16}+\dfrac{1}{16}=\dfrac{5}{16}$

10 A，B，C の 3 人がある検定試験に合格する確率は，それぞれ $\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{5}{8}$ であるとする。3 人のうち，少なくとも 1 人が合格する確率を求めよ。

解答 $\dfrac{61}{64}$　3

A，B，C の 3 人が検定試験を受けるという 3 つの試行は，合否の結果が互いに影響しないから独立である。

「少なくとも 1 人が合格する」という事象は，「3 人とも合格しない」という事象の余事象である。

3 人とも合格しない確率は

$\left(1-\dfrac{3}{4}\right)\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\left(1-\dfrac{5}{8}\right)=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{8}=\dfrac{3}{64}$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{3}{64}=\dfrac{61}{64}$

11 1 個のさいころを 6 回投げるとき，奇数の目がちょうど 3 回出る確率を求めよ。

解答 $\dfrac{5}{16}$　3

さいころを 1 回投げて，奇数の目が出る確率は　$\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

よって，求める確率は

${}_6C_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^{6-3}={}_6C_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{1}{2^6}=\dfrac{5}{16}$

12 1 から 50 までの 50 枚の番号札から 1 枚引くとき，次の確率を求めよ。

(1) 3 の倍数かつ 5 の倍数の札を引く確率

(2) 引いた札が 3 の倍数であったとして，それが 5 の倍数でもある確率

3

解答 (1) $\dfrac{3}{50}$　(2) $\dfrac{3}{16}$　3

「3 の倍数の札を引く」という事象を A，「5 の倍数の札を引く」という事象を B とする。

(1) 求める確率は　$P(A\cap B)$

$A\cap B=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ 15\cdot3\}$ であるから　$P(A\cap B)=\dfrac{3}{50}$

(2) 求める確率は　$P_A(B)$

$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot16\}$ であるから (1) より　$P_A(B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(A)}=\dfrac{3}{16}$

13 当たりくじ 4 本を含む 10 本のくじの中から，1 本ずつ 2 本引く。ただし，1 本目のくじはもとにもどさない。2 本ともはずれる確率を求めよ。

解答 $\dfrac{1}{3}$　3

1 本目が当たるという事象を A，2 本目が当たるという事象を B とする。

$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})P_{\overline{A}}(\overline{B})=\dfrac{6}{10}\times\dfrac{5}{9}=\dfrac{1}{3}$

150

第2回定期考査（場合の数と確率B）Ｈ３０．７．４　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

1 海外旅行者100人のうち，75人がカゼ薬を，80人が胃薬を携帯していた。カゼ薬と胃薬を両方とも携帯していた人の数を m とするとき，m のとりうる値の最大値と最小値を求めよ。

解答　最大値75，最小値55　4 (7₀2)

この100人の海外旅行者全体の集合を U とし，カゼ薬を携帯していた人の集合を A，胃薬を携帯していた人の集合を B とすると

$n(U)=100$，$n(A)=75$，$n(B)=80$

$n(A\cap B)$ が最大値をとるのは $A\subset B$ のときである。このとき

$m=n(A\cap B)=n(A)=75$

$n(A\cap B)$ が最小値をとるのは $\overline{A}\cap\overline{B}=\phi$ すなわち $A\cup B=U$ のときである。

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ から

$n(A\cap B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=75+80-100=55$

よって　最大値75，最小値55

2 108の正の約数は何個あるか。

解答　12個　4

$108=2^2\cdot 3^3$ であるから，108の正の約数は，2^2 の正の約数と 3^3 の正の約数の積で表される。

2^2 の正の約数は，1，2，2^2 の　3個

3^3 の正の約数は，1，3，3^2，3^3 の　4個

よって，積の法則により　$3\times 4=12$（個）

3 男子4人と女子4人が横1列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか。

(1) 両端が女子である。　(2) 男子4人が続いて並ぶ。

(3) 男女が交互に並ぶ。

解答　(1) 8640通り　3　(2) 2880通り　3　(3) 1152通り　3

(1) 両端の女子2人の並び方は　${}_4P_2$ 通り

そのどの場合に対しても，間に並ぶ残りの6人の並び方は　6! 通り

よって，並び方の総数は，積の法則により

${}_4P_2\times 6!=4\cdot 3\times 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=8640$（通り）

(2) 男子4人をひとまとめにする。女子4人と男子ひとまとめの並び方は　5! 通り

そのどの場合に対しても，ひとまとめにした男子4人の並び方は　4! 通り

よって，並び方の総数は，積の法則により

$5!\times 4!=5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1\times 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=2880$（通り）

(3) 男女が交互に並ぶのは，次の2つの場合である。

[1] 男女男女男女男女　と並ぶ場合

男子4人の並び方，女子4人の並び方は，それぞれ4! 通りあるから，積の法則により　$4!\times 4!$（通り）

[2] 女男女男女男女男　と並ぶ場合

[1] と同様に　$4!\times 4!$（通り）

[1]，[2] から，並び方の総数は，和の法則により

$4!\times 4!+4!\times 4!=1152$（通り）

4 大人3人と子ども3人が輪の形に並ぶとき，大人と子どもが交互に並ぶ。並び方は何通りあるか。

解答　12通り　4

大人3人の円順列の総数は　$(3-1)!$ 通り

子ども3人を大人の間に1人ずつ並べる方法は　3! 通り

よって，求める並び方の総数は，積の法則により

$(3-1)!\times 3!=2\cdot 1\times 3\cdot 2\cdot 1=12$（通り）

5 4桁の自然数 n の千の位，百の位，十の位，一の位の数字を，それぞれ a，b，c，d とする。$a>b>c>d$ を満たす n は何個あるか。

解答　210個　4

0～9の10個の数字から4個を選んで，大きいものから順に a，b，c，d とすると，条件を満たす自然数 n ができる。

よって，求める自然数 n の個数は　${}_{10}C_4=\dfrac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=210$（個）

6 8人を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

(1) A，Bの2つの組に，4人ずつ分ける。

(2) 4人ずつの2つの組に分ける。

解答　(1) 70通り　3　(2) 35通り　3

(1) Aの4人の選び方は　${}_8C_4$ 通り

Aの4人が決まれば，残りの4人はBに決まる。

よって，求める分け方の総数は　${}_8C_4=\dfrac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=70$（通り）

(2) (1)の分け方で，同じ人数の組のA，Bの区別をなくすと2! 通りずつ同じ組分けができる。

よって，求める分け方の総数は　$\dfrac{70}{2!}=\dfrac{70}{2}=35$（通り）

7 りんご，みかん，バナナの3種類の果物がそれぞれたくさんある。この中から6個を選ぶ方法は何通りあるか。ただし，選ばない果物があってもよい。

解答　28通り　4

6個の果物を ○ で表し，2個の仕切り｜で1列に並べた ○ を分ける。｜で仕切られた ○ の数が左から順にりんご，みかん，バナナの数を表すと考えると，果物の選び方の総数は6個の ○ と2個の｜の並べ方の総数と等しいから

$\dfrac{8!}{6!2!}=\dfrac{8\cdot 7}{2\cdot 1}=28$（通り）

別解　求める選び方の総数は，異なる3個のものから重複を許して6個取る組合せの総数と等しい。

よって　${}_{3+6-1}C_6={}_8C_6={}_8C_2=\dfrac{8\cdot 7}{2\cdot 1}=28$（通り）

8 赤玉4個と白玉2個の入った袋の中から，3個の玉を同時に取り出すとき，白玉が1個だけ出る確率を求めよ。

解答　$\dfrac{3}{5}$　3

全部の6個から3個取る組合せは　${}_6C_3$ 通り

白玉2個から1個，赤玉4個から2個取る組合せは　${}_2C_1\times{}_4C_2$（通り）

よって，求める確率は

$\dfrac{{}_2C_1\times{}_4C_2}{{}_6C_3}=2\times\dfrac{4\cdot 3}{2\cdot 1}\times\dfrac{3\cdot 2\cdot 1}{6\cdot 5\cdot 4}=\dfrac{3}{5}$

9 赤玉4個，青玉6個，黄玉3個の入った袋から，4個の玉を同時に取り出すとき，少なくとも2個は黄玉が出る確率を求めよ。

解答　$\dfrac{29}{143}$　4

全部の13個から4個取る組合せは　${}_{13}C_4$ 通り

[1] 黄玉が2個出る場合

黄玉3個から2個，黄玉以外の10個から2個取る組合せは　${}_3C_2\times{}_{10}C_2$（通り）

よって，この確率は　$\dfrac{{}_3C_2\times{}_{10}C_2}{{}_{13}C_4}=\dfrac{3\cdot 2}{2\cdot 1}\times\dfrac{10\cdot 9}{2\cdot 1}\times\dfrac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10}=\dfrac{27}{143}$

[2] 黄玉が3個出る場合

黄玉3個から3個，黄玉以外の10個から1個取る組合せは　${}_3C_3\times{}_{10}C_1$（通り）

よって，この確率は　$\dfrac{{}_3C_3\times{}_{10}C_1}{{}_{13}C_4}=1\times 10\times\dfrac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{13\cdot 12\cdot 11\cdot 10}=\dfrac{2}{143}$

[1]，[2] の2つの事象は互いに排反であるから，求める確率は

$\dfrac{27}{143}+\dfrac{2}{143}=\dfrac{29}{143}$

10 2つの野球チームA，Bがあり，最近のAのBに対する勝率は $\dfrac{2}{5}$ である。この割合で勝敗が決まるものとして，AとBが3連戦を行うとき，Aが2勝1敗となる確率を求めよ。

解答　$\dfrac{36}{125}$　4

Aがちょうど2回勝つ確率であるから

${}_3C_2\left(\dfrac{2}{5}\right)^2\left(1-\dfrac{2}{5}\right)^{3-2}={}_3C_1\left(\dfrac{2}{5}\right)^2\left(\dfrac{3}{5}\right)=3\times\left(\dfrac{2}{5}\right)^2\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{36}{125}$

11 ある地域で，A，Bの2つの質問によるアンケート調査をした結果，質問Bにイエスと答えた人は全体の48％であった。また，2つの質問をともにイエスと答えた人は全体の27％であった。この調査をした全員の中から1人を任意に選んだとする。その人が質問Bにイエスと答えていたとき，質問Aにもイエスと答えている確率を求めよ。

解答　$\dfrac{9}{16}$　4　未約分 2

質問A，Bにイエスと答えるという事象をそれぞれ A，B とすると，求める確率は

$P_B(A)$

$P(B)=\dfrac{48}{100}$，$P(A\cap B)=\dfrac{27}{100}$ から

$P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{27}{48}=\dfrac{9}{16}$

/50