3年数学　統一テスト（確率）　h29.1.27(金)　（　　）組　（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

1　１個のさいころを投げるとき、６の約数の目が出る確率を求めよ。

2　４枚の硬貨を同時に投げるとき、１枚だけ表が出る確率を求めよ。

3　A，B，C，D，E，F，Gの７人の水泳選手のコース順を、くじ引きで決めるとき、AまたはBが１コースにくる確率を求めよ。

4　赤玉４個と白玉６個の入った袋から、２個の玉を同時に取り出すとき、２個とも赤玉が出る確率を求めよ。

5　１から10までの10枚の番号札の中から１枚引くとき、次の事象のどれとどれが互いに排反であるか。

事象A：偶数の札が出る　　　事象B：奇数の札が出る

事象C：６の約数の札が出る　　事象D：７の札が出る

6　赤玉７個と白玉３個の入った袋から１個の玉を取り出す試行をS、続いてもう１個の玉を取り出す試行をTとする。２つの試行SとTが独立であるのは、①、②のどちらか答えよ。

①　取り出した玉はもとにもどす

②　取り出した玉はもとにもどさない

7　１等、２等、３等の当たる確率がそれぞれ$\frac{5}{100}$、$\frac{10}{100}$、$\frac{30}{100}$であるくじがある。このくじを１本引くとき、１等、２等、３等のいずれかを引く確率を求めよ。

8　A、B、Cの３人がある検定試験に合格する確率は、それぞれ$\frac{3}{4}$、$\frac{1}{2}$、$\frac{5}{8}$であるとする。３人のうち、少なくとも１人が合格する確率を求めよ。

9　４枚の硬貨を同時に投げるとき、表が３枚以上出る確率を求めよ。

10　１から100までの100枚の番号札から１枚引くとき、５の倍数または８の倍数が出る確率を求めよ。

11　Aの袋には白玉５個と黒玉４個、Bの袋には白玉３個と黒玉５個が入っている。A、Bの袋から１個ずつ玉を取り出すとき、玉の色が異なる確率を求めよ。

12　１個のさいころを６回投げるとき、１または２の目がちょうど４回出る確率を求めよ。

13　40人のクラスで通学方法を調査したところ、電車を使う生徒は16人、自転車を使う生徒は22人、両方使う生徒は６人であった。この40人から１人を選ぶとき、その人が通学に電車を使うという事象をA、通学に自転車を使うという事象をBとするとき、次の確率を求めよ。

(1)　$P(A \cap B)$　　　(2)　$P_A(B)$

14　当たりくじ４本を含む10本のくじの中から、１本ずつ２本引く。ただし、１本目のくじはもとにもどさない。次の確率を求めよ。

(1)　２本とも当たる　　　(2)　１本目がはずれ、２本目が当たる

15 ３人の女子と10人の男子が輪の形に並ぶとき、次の確率を求めよ。

(1)　３人の女子が連続して並ぶ

(2)　少なくとも２人の女子が連続して並ぶ

16 袋の中に白玉７個と赤玉３個が入っている。Ａ、Ｂ２人のうち、最初にＡが袋の中から玉を２個同時に取り出す。次に、Ａの取り出した玉を袋にもどさずに、Ｂが袋の中から玉を２個同時に取り出すとき、次の確率を求めよ。

(1)　Ａの取り出した玉が２個とも白玉である

(2)　Ａの取り出した玉が白玉と赤玉が１個ずつである

(3)　Ｂの取り出した玉が２個とも赤玉である

17 １枚の硬貨を何回か投げて、先に表が２回出るとＡの勝ち、先に裏が４回出るとＢの勝ちとするゲームを考える。次の確率を求めよ。

(1)　５回目にＢが勝ち勝負がつく確率

(2)　Ａ、Ｂそれぞれの勝つ確率

[1]~[14] は各4点

[1] 1個のさいころを投げるとき、6の約数の目が出る確率を求めよ。

すべての目の出方は，6通り。

6の約数の目の出方は，1, 2, 3, 6 の 4通り

よって，求める確率は，$\frac{4}{6} = \boxed{\frac{2}{3}}$

[2] 4枚の硬貨を同時に投げるとき、1枚だけ表が出る確率を求めよ。

硬貨は表・裏の2通りの出方があるから

すべての場合の数は 2^4 通り。

□□□□

↑↑↑↑

2 2 2 2

2^4通り

1枚だけ表が出るのは 4通りだから

求める確率は

$\frac{4}{2^4} = \frac{4}{16} = \boxed{\frac{1}{4}}$

表□□□

□表□□

□□表□

□□□表

4通り

[3] A, B, C, D, E, F, Gの7人の水泳選手のコース順を、くじ引きで決めるとき、AまたはBが1コースにくる確率を求めよ。

・7人全員の並び方は，7!通り

・AまたはBが1コースにくる並び方は，2×6!通り

7人

□○○○○○○

2通り　6人

・よって，確率は $\frac{2\times 6!}{7!} = \boxed{\frac{2}{7}}$

[4] 赤玉4個と白玉6個の入った袋から、2個の玉を同時に取り出すとき、2個とも赤玉が出る確率を求めよ。

・全部の10個から2個を取る組合せは $_{10}C_2$ 通り

10個

○○○○○○○○○○

赤4こ　白6こ

・赤玉4個から2個選ぶ組合せは $_4C_2$ 通り

・よって，確率は

$\frac{_4C_2}{_{10}C_2} = {_4C_2} \times \frac{1}{_{10}C_2} = \frac{\cancel{4}^{2}\cdot 3}{\cancel{2}\cdot 1} \times \frac{\cancel{2}\cdot 1}{_{5}\cancel{10}\cdot \cancel{9}_{3}} = \boxed{\frac{2}{15}}$

[5] 1から10までの10枚の番号札の中から1枚引くとき、次の事象のどれとどれが互いに~~背~~反であるか。→排

事象A：偶数の札が出る　　事象B：奇数の札が出る

事象C：6の約数の札が出る　　事象D：7の札が出る

$A=\{2,4,6,8,10\}$，$B=\{1,3,5,7,9\}$，$C=\{1,2,3,6\}$

$D=\{7\}$　よって，排反は，$\boxed{\text{AとB, AとD, CとD}}$

[6] 赤玉7個と白玉3個の入った袋から1個の玉を取り出す試行をS、続いてもう1個の玉を取り出す試行をTとする。2つの試行SとTが独立であるのは、①、②のどちらか答えよ。

① 取り出した玉はもとにもどす

② 取り出した玉はもとにもどさない

①はSの結果がTの結果に影響を与えないが，

②はTの結果に影響を与えるので，$\boxed{\text{答は ①}}$

24

[7] 1等、2等、3等の当たる確率がそれぞれ $\frac{5}{100}$、$\frac{10}{100}$、$\frac{30}{100}$ であるくじがある。このくじを1本引くとき、1等、2等、3等のいずれかを引く確率を求めよ。

・1等を引く事象，2等を引く事象，3等を引く事象は互いに排反であるから，求める確率は

$\frac{5}{100} + \frac{10}{100} + \frac{30}{100} = \frac{45}{100} = \boxed{\frac{9}{20}}$

[8] A、B、Cの3人がある検定試験に合格する確率は、それぞれ $\frac{3}{4}$、$\frac{1}{2}$、$\frac{5}{8}$ であるとする。3人のうち、$\underbrace{\text{少なくとも1人が合格する}}_{①}$確率を求めよ。

・3人の試行は独立である。①の余事象は「3人とも合格しない」であるから，その確率は

$\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{5}{8}\right) = \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{8} = \frac{3}{64}$

・よって，求める確率は

$1 - \frac{3}{64} = \boxed{\frac{61}{64}}$

[9] 4枚の硬貨を同時に投げるとき、表が3枚以上出る確率を求めよ。

・4枚の表と裏の出方は，2^4通り

・表が3枚以上出るのは

[1] 表が3枚，裏が1枚のとき

表が3枚の確率は $\frac{3}{2^4} = \frac{3}{16}$

裏が1枚の確率は $\frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

よって，この確率は

$\frac{3}{16} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16}$

[2] 表が4枚のとき

表が4枚の出方は

表表表表 の 1通りより

この確率は $\frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

[1] [2] の結果より

求める確率は

$\frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \boxed{\frac{5}{16}}$

[10] 1から100までの100枚の番号札から1枚引くとき、$\underbrace{\text{5の倍数}}_{A}$または$\underbrace{\text{8の倍数}}_{B}$が出る確率を求めよ。

・$A=\{5\cdot1, 5\cdot2, \cdots 5\cdot20\}$ であるから

$P(A) = \frac{20}{100}$

・$B=\{8\cdot1, 8\cdot2 \cdots 8\cdot12\}$ であるから

$P(B) = \frac{12}{100}$

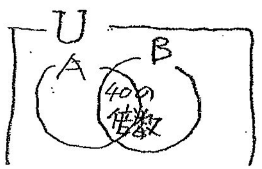
・$A\cap B=\{40\cdot1,\ 40\cdot2\}$ であるから

$P(A\cap B) = \frac{2}{100}$

よって，求める確率は

$\frac{20}{100} + \frac{12}{100} - \frac{2}{100}$

$= \frac{30}{100} = \boxed{\frac{3}{10}}$



16

[11] Aの袋には白玉5個と黒玉4個、Bの袋には白玉3個と黒玉5個が入っている。A、Bの袋から1個ずつ玉を取り出すとき、玉の色が異なる確率を求めよ。

2個の玉の色が異なるから

[1] Aから白玉，Bから黒玉のとき

Aから白玉の確率は $\frac{5}{9}$

Bから黒玉の確率は $\frac{5}{8}$

よって，$\frac{5}{9}\times\frac{5}{8} = \frac{25}{72}$

[2] Aから黒玉，Bから白玉のとき

Aから黒玉の確率は $\frac{4}{9}$

Bから白玉の確率は $\frac{3}{8}$

よって，$\frac{4}{9}\times\frac{3}{8} = \frac{12}{72}$

[1], [2] の結果より　$\frac{25}{72} + \frac{12}{72} = \boxed{\frac{37}{72}}$

[12] 1個のさいころを6回投げるとき、1または2の目がちょうど4回出る確率を求めよ。

・さいころを1回投げて，1または2の出る確率は，$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

・よって，求める確率は

$_6C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(1-\frac{1}{3}\right)^2$

$= {_6C_2}\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$= \frac{\cancel{6}^{2}\cdot 5}{\cancel{2}\cdot 1} \times \frac{1}{3\cdot3\cdot3\cdot3} \times \frac{2\cdot\cancel{2}}{3\cdot\cancel{3}}$

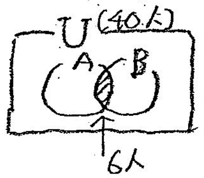
$= \boxed{\frac{20}{243}}$

[13] 40人のクラスで通学方法を調査したところ、電車を使う生徒は16人、自転車を使う生徒は22人、両方使う生徒は6人であった。この40人から1人を選ぶとき、その人が通学に電車を使うという事象をA、通学に自転車を使うという事象をBとするとき、次の確率を求めよ。

(1) $P(A\cap B) = \frac{n(A\cap B)}{n(U)}$

$= \frac{6}{40}$

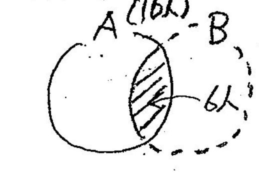
$= \boxed{\frac{3}{20}}$



(2) $P_A(B) = \frac{n(A\cap B)}{n(A)}$

$= \frac{6}{16}$

$= \boxed{\frac{3}{8}}$



[14] 当たりくじ4本を含む10本のくじの中から、1本ずつ2本引く。ただし、1本目のくじはもとにもどさない。次の確率を求めよ。

(1) 2本とも当たる　　(2) 1本目がはずれ、2本目が当たる

1本目が当たる事象をA，2本目が当たる事象をBとする。

(1) $P(A\cap B)$

$= P(A)P_A(B)$

$= \frac{\cancel{4}^{2}}{_{5}\cancel{10}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{9}_{3}}$

$= \boxed{\frac{2}{15}}$

(2) $P(\overline{A}\cap B)$

$= P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$

$= \frac{\cancel{3}\cancel{6}}{_{5}\cancel{10}} \times \frac{4}{\cancel{9}_{3}}$

$= \boxed{\frac{4}{15}}$

24

15 ３人の女子と10人の男子が輪の形に並ぶとき、次の確率を求めよ。

(1)　３人の女子が連続して並ぶ

(2)　少なくとも２人の女子が連続して並ぶ

(1)

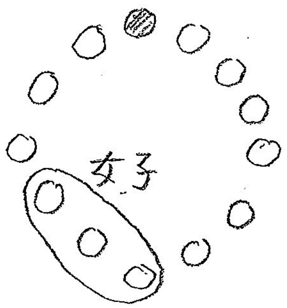
5

・すべての並び方は

$(13-1)!=12!$

・女子3人を1つにまとめたすべての並び方は $(11-1)!=10!$

・女子3人の並び方は、$3!$

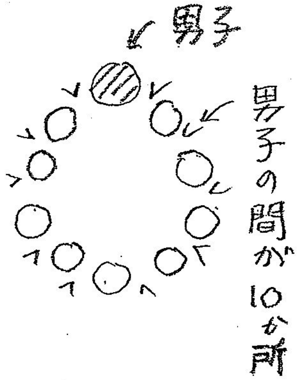


したがって、求める確率は

$$\frac{3!\times10!}{12!} = \frac{\cancel{3\cdot2}\cdot1}{{}_2\cancel{12}\cdot11} = \boxed{\frac{1}{22}}$$ △3

(2) 「少なくとも2人の女子が連続する」という事象は「女子は隣り合わない」という事象の余事象である。

6



・3人の女子が男子の間に並べばよいから、

男子の並び方は $(10-1)!=9!$

男子の間10か所に3人の女子が並ぶから ${}_{10}P_3$

また、すべての並び方は $(13-1)!=12!$

よって、求める確率は

$$1-\frac{9!\times{}_{10}P_3}{12!} = 1-\frac{\cancel{10}\cdot\cancel{9}\cdot\cancel{8}}{\cancel{12}\cdot11\cdot\cancel{10}}$$ △3

$$=1-\frac{6}{11} = \boxed{\frac{5}{11}}$$

別) $\frac{1}{22}+\frac{{}_3P_2\times{}_{10}P_2\times9!}{12!} = \frac{1}{22}+\frac{9}{22}=\frac{5}{11}$

$\frac{{}_3P_2\times(12-1)!}{(12-1)!}$ はダメ　　11

16 袋の中に白玉７個と赤玉３個が入っている。Ａ、Ｂ２人のうち、最初にＡが袋の中から玉を２個同時に取り出す。次に、Ａの取り出した玉を袋にもどさずに、Ｂが袋の中から玉を２個同時に取り出すとき、次の確率を求めよ。

(1)　Ａの取り出した玉が２個とも白玉である

(2)　Ａの取り出した玉が白玉と赤玉が１個ずつである

(3)　Ｂの取り出した玉が２個とも赤玉である

すべての取り出し方は、${}_{10}C_2$

(1) 白玉2個の取り出し方は、${}_7C_2$

したがって、求める確率は、

4

$$\frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{7\cdot\cancel{6}^{3}}{2\cdot1}\times\frac{2\cdot1}{{}_5\cancel{10}\cdot\cancel{9}_3} = \boxed{\frac{7}{15}}$$ △2

(2) 白玉1個の取り出し方は、${}_7C_1$

赤玉　〃　${}_3C_1$

したがって、求める確率は、

4

$$\frac{{}_7C_1\times{}_3C_1}{{}_{10}C_2} = 7\times\cancel{3}\times\frac{2\cdot1}{{}_5\cancel{10}\cdot\cancel{9}_3} = \boxed{\frac{7}{15}}$$ △2

(3) [1] Aの取り出した玉が、2個とも赤のとき

6

残りの赤玉は1個だから、成り立たない。

[2] Aの取り出した玉が、2個とも白のとき

Bは残り白5個、赤3個 計8個から、赤玉を2個を取り出す確率は、(1)の結果より

$$\frac{7}{15}\times\frac{{}_3C_2}{{}_8C_2} = \frac{\cancel{7}}{{}_5\cancel{15}}\times\frac{\cancel{3}\cdot\cancel{2}}{\cancel{2\cdot1}}\times\frac{\cancel{2\cdot1}}{{}_4\cancel{8}\cdot\cancel{7}} = \frac{1}{20}$$ △2

[3] Aの取り出し玉が、白玉と赤玉が1個ずつのとき

Bは白6個、赤2個計8個から、赤玉を2個取り出す確率は、(2)の結果より

$$\frac{7}{15}\times\frac{{}_2C_2}{{}_8C_2} = \frac{\cancel{7}}{15}\times1\times\frac{\cancel{2}\cdot1}{{}_4\cancel{8}\cdot\cancel{7}} = \frac{1}{60}$$ △2

[1], [2], [3]より求める確率は

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{60} = \frac{3}{60}+\frac{1}{60} = \frac{4}{60} = \boxed{\frac{1}{15}}$$

17 １枚の硬貨を何回か投げて、先に表が２回出るとＡの勝ち、先に裏が４回出るとＢの勝ちとするゲームを考える。次の確率を求めよ。

(1)　５回目にＢが勝ち勝負がつく確率

(2)　Ａ、Ｂそれぞれの勝つ確率

(1) 5回目にBが勝つのは、4回目までに表が1回、裏が3回出て、さらに5回目に裏が出る場合である。

5

(例)　表　うら　うら　うら　□←うら

したがって、求める確率は

$${}_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{1}{2}$$ △3

$$=4\times\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \cancel{4}\times\frac{1}{\cancel{2\cdot2}\cdot2\cdot2\cdot2}$$

$$=\boxed{\frac{1}{8}}$$

(2) Bが勝つのは、4回目か5回目で勝負がつく。(1)の(例)のように、5回目に表が出て、勝負がつく場合もあるので、6回目はない。

6

したがって、

[1] 4回目にBが勝つとき

4回とも裏が出るから

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

[2] 5回目にBが勝つとき

(1)の結果より $\frac{1}{8}$

よって、Bが勝つのは、$\frac{1}{16}+\frac{1}{8}=\boxed{\frac{3}{16}}$ △3

Aが勝つのは、$1-\frac{3}{16}=\boxed{\frac{13}{16}}$ △3