数学演習(確率) Ｈ２５．１１．１８　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

１．赤玉2個，青玉3個，黄玉2個が入った袋から3個の玉を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。
(1)　すべて青玉が出る確率　　(2)　赤玉1個と青玉2個が出る確率
(3)　どの色の玉も出る確率

２．MONDAY の6文字をでたらめに1列に並べるとき
(1)　O が左端，A が右端に並ぶ確率を求めよ。
(2)　母音が両端に並ぶ確率を求めよ。

３．A，B，C の3人がじゃんけんを1回するとき，次の確率を求めよ。
(1)　A だけが負ける確率　　(2)　1人だけが勝つ確率

４．赤玉5個，白玉4個，黄玉3個が入った袋から同時に3個の玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。
(1)　黄玉が2個以上出る確率　　(2)　3個とも同じ色の玉が出る確率

５．1から100までの番号をつけた100枚のカードから1枚を取り出すとき
(1)　番号が3の倍数または5の倍数である確率を求めよ。
(2)　番号が3の倍数でも5の倍数でもない確率を求めよ。

６．大きさの異なる赤玉3個，白玉3個が入った袋がある。この袋から玉を1個ずつ袋に戻さないですべて取り出すとき，次の確率を求めよ。
(1)　白玉が3回連続で出る確率　　(2)　赤玉と白玉が交互に出る確率

７．赤玉6個，青玉4個，白玉3個が袋の中に入っている。この袋の中から同時に3個取り出すとき，取り出した玉の色が2色である確率を求めよ。

８. 1 個のさいころを 5 回投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　3 以上の目がちょうど 2 回出る確率

(2)　3 以上の目が出るのが 1 回以下である確率

９. 座標平面上を動く点 P が原点 O にある。1 回の移動において確率 $\dfrac{2}{3}$ で x 軸方向に 1，確率 $\dfrac{1}{3}$ で y 軸方向に 1 だけ移動する。5 回の移動後に P が点 (3，2) にいる確率を求めよ。

10. 15 本のくじの中に当たりくじが 3 本ある。初め A が 1 本引き，次に B が 1 本引くとき，次の確率を求めよ。ただし，引いたくじはもとに戻さないものとする。

(1)　A は当たり，B ははずれる確率　　(2)　2 人ともはずれる確率

11. 10 本のくじの中に，50 円の当たりくじが 1 本，20 円の当たりくじが 2 本入っている。このくじを 1 本引くとき，当たる金額の期待値を求めよ。

12. 赤玉 6 個，白玉 4 個が入った袋の中から，もとに戻さないで 1 個ずつ 2 回取り出すとき，最初の玉が赤である事象を A，2 番目の玉が白である事象を B とする。次の確率を求めよ。

(1)　$P_A(B)$　　(2)　$P_{\overline{A}}(\overline{B})$

13. 箱 A には白玉 3 個と赤玉 5 個，箱 B には白玉 2 個と赤玉 1 個と青玉 3 個が入っている。まず，任意に 1 つの箱を選び，次にその箱の中から玉を 1 個取り出すものとする。取り出された玉の色が白であったとき，それが箱 B から取り出された確率を求めよ。

14. 袋の中に赤玉 1 個，黄玉 2 個，青玉 3 個が入っている。1 個取り出してもとに戻す試行を 3 回行うとき，それぞれの色が 1 回ずつ出る確率を求めよ。

数学演習(確率)　Ｈ２５．１１．１８　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

1．赤玉 2 個，青玉 3 個，黄玉 2 個が入った袋から 3 個の玉を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　すべて青玉が出る確率　　(2)　赤玉 1 個と青玉 2 個が出る確率

(3)　どの色の玉も出る確率

解答　(1)　$\dfrac{1}{35}$　(2)　$\dfrac{6}{35}$　(3)　$\dfrac{12}{35}$

解説

7 個の玉から 3 個を取り出す組合せの数は　${}_7C_3$ 通り

(1)　すべて青玉が出る場合の数は　${}_3C_3$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_3C_3}{{}_7C_3}=\dfrac{1}{35}$

(2)　赤玉 1 個と青玉 2 個が出る場合の数は　${}_2C_1\times{}_3C_2$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_2C_1\times{}_3C_2}{{}_7C_3}=\dfrac{6}{35}$

(3)　どの色の玉も出るとは，赤玉，青玉，黄玉が 1 個ずつ出るということである。

この場合の数は　${}_2C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_2C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_7C_3}=\dfrac{12}{35}$

2．MONDAY の 6 文字をでたらめに 1 列に並べるとき

(1)　O が左端，A が右端に並ぶ確率を求めよ。

(2)　母音が両端に並ぶ確率を求めよ。

解答　(1)　$\dfrac{1}{30}$　(2)　$\dfrac{1}{15}$

解説

6 文字を 1 列に並べる並べ方は　${}_6P_6=6!$ (通り)

(1)　左端に O，右端に A を並べ，その間に残りの 4 文字を並べる並べ方は

${}_4P_4=4!$ (通り)

よって，求める確率は　$\dfrac{4!}{6!}=\dfrac{1}{30}$

(2)　母音 O，A を両端に並べる並べ方は　${}_2P_2=2!$ (通り)

そのおのおのに対して，間に並べる 4 つの子音の並べ方は　${}_4P_4=4!$ (通り)

よって，求める確率は　$\dfrac{2!\times4!}{6!}=\dfrac{1}{15}$

3．A，B，C の 3 人がじゃんけんを 1 回するとき，次の確率を求めよ。

(1)　A だけが負ける確率　　(2)　1 人だけが勝つ確率

解答　(1)　$\dfrac{1}{9}$　(2)　$\dfrac{1}{3}$

解説

3 人の手の出し方の総数は　$3\times3\times3=27$ (通り)

(1)　A だけが負ける場合は

A がグー，B，C はパー，　A がチョキ，B，C はグー，

A がパー，B，C はチョキ

の 3 通りある。よって，求める確率は　$\dfrac{3}{27}=\dfrac{1}{9}$

(2)　1 人だけが勝つ場合，勝者の決まり方は，A か B か C かの 3 通りある。

そのおのおのに対して，勝ち方がグー，チョキ，パーの 3 通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{3\times3}{27}=\dfrac{1}{3}$

4．赤玉 5 個，白玉 4 個，黄玉 3 個が入った袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　黄玉が 2 個以上出る確率　　(2)　3 個とも同じ色の玉が出る確率

解答　(1)　$\dfrac{7}{55}$　(2)　$\dfrac{3}{44}$

解説

12 個の玉から 3 個を取り出す組合せは　${}_{12}C_3$ 通り

(1)　「黄玉が 2 個以上出る」という事象は

A：黄玉が 2 個出る　　B：黄玉が 3 個出る

という 2 つの事象の和事象 $A\cup B$ で表される。

$$P(A)=\frac{{}_3C_2\times{}_9C_1}{{}_{12}C_3}=\frac{3\times9}{220}=\frac{27}{220},\quad P(B)=\frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}=\frac{1}{220}$$

A，B は互いに排反であるから，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{27}{220}+\frac{1}{220}=\frac{7}{55}$$

(2)　「3 個とも同じ色の玉が出る」という事象は，「3 個とも赤玉が出る」，「3 個とも白玉が出る」，「3 個とも黄玉が出る」の 3 つの事象の和事象で表され，この 3 つの事象は互いに排反である。

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_5C_3}{{}_{12}C_3}+\dfrac{{}_4C_3}{{}_{12}C_3}+\dfrac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}=\dfrac{10}{220}+\dfrac{4}{220}+\dfrac{1}{220}=\dfrac{3}{44}$

5．1 から 100 までの番号をつけた 100 枚のカードから 1 枚を取り出すとき

(1)　番号が 3 の倍数または 5 の倍数である確率を求めよ。

(2)　番号が 3 の倍数でも 5 の倍数でもない確率を求めよ。

解答　(1)　$\dfrac{47}{100}$　(2)　$\dfrac{53}{100}$

解説

(1)　番号が「3 の倍数である」という事象を A，「5 の倍数である」という事象を B とすると

$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ 3\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$,

$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ 5\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot20\}$,

$A\cap B=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ 15\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 15\cdot6\}$

よって，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=\frac{33}{100}+\frac{20}{100}-\frac{6}{100}=\frac{47}{100}$$

(2)　求める確率は

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\frac{47}{100}=\frac{53}{100}$$

6．大きさの異なる赤玉 3 個，白玉 3 個が入った袋がある。この袋から玉を 1 個ずつ袋に戻さないですべて取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　白玉が 3 回連続で出る確率　　(2)　赤玉と白玉が交互に出る確率

解答　(1)　$\dfrac{1}{5}$　(2)　$\dfrac{1}{10}$

解説

6 個の玉を 1 個ずつすべて取り出す方法は　${}_6P_6$ 通り

これらの取り出し方のうち，該当する取り出し方が何通りあるか考える。

(1)　白玉 3 個を 1 個の玉とみなして 4 個の玉の順列を考えると　$4!$ 通り

そのおのおのに対して，白玉 3 個の取り出し方は　$3!$ 通り

したがって，白玉が 3 回連続で出る場合の数は　$4!\times3!$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{4!\times3!}{6!}=\dfrac{1}{5}$

(2)　赤玉と白玉が交互に出るのは

赤白赤白赤白，　白赤白赤白赤

の 2 つの場合がある。

それぞれの場合の数は，赤玉 3 個の出方が $3!$ 通り，白玉 3 個の出方が $3!$ 通りあるから　$3!\times3!$ 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{3!\times3!\times2}{6!}=\dfrac{1}{10}$

7．赤玉 6 個，青玉 4 個，白玉 3 個が袋の中に入っている。この袋の中から同時に 3 個取り出すとき，取り出した玉の色が 2 色である確率を求めよ。

解答　$\dfrac{189}{286}$

解説

13 個の玉から 3 個を取り出す組合せは　${}_{13}C_3$ 通り

「3 個とも同じ色の玉を取り出す」という事象を A，「取り出した玉の色が 3 色である」という事象を B とすると，「取り出した玉の色が 2 色である」という事象は $\overline{A\cup B}$ である。ここで

$$P(A)=\frac{{}_6C_3}{{}_{13}C_3}+\frac{{}_4C_3}{{}_{13}C_3}+\frac{{}_3C_3}{{}_{13}C_3}=\frac{25}{286}$$

$$P(B)=\frac{{}_6C_1\times{}_4C_1\times{}_3C_1}{{}_{13}C_3}=\frac{72}{286}$$

A，B は互いに排反であるから　$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\dfrac{97}{286}$

よって，求める確率は　$P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\dfrac{97}{286}=\dfrac{189}{286}$

8．1 個のさいころを 5 回投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　3 以上の目がちょうど 2 回出る確率

(2)　3 以上の目が出るのが 1 回以下である確率

解答　(1)　$\dfrac{40}{243}$　　(2)　$\dfrac{11}{243}$

解説

1 回投げて 3 以上の目が出る確率は　$\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

(1)　${}_5C_2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\left(1-\dfrac{2}{3}\right)^3=10\times\dfrac{4}{9}\times\dfrac{1}{27}=\dfrac{40}{243}$

(2)　[1]　3 以上の目が 1 回も出ない確率は

$$\left(1-\frac{2}{3}\right)^5=\frac{1}{243}$$

[2]　3 以上の目がちょうど 1 回出る確率は

$${}_5C_1\frac{2}{3}\left(1-\frac{2}{3}\right)^4=\frac{10}{243}$$

[1]，[2] の事象は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{1}{243}+\frac{10}{243}=\frac{11}{243}$$

9．座標平面上を動く点 P が原点 O にある。1 回の移動において確率 $\dfrac{2}{3}$ で x 軸方向に 1，確率 $\dfrac{1}{3}$ で y 軸方向に 1 だけ移動する。5 回の移動後に P が点 (3，2) にいる確率を求めよ。

解答　$\dfrac{80}{243}$

解説

5 回の移動後に点 (3，2) にいるのは，x 軸方向に 3 回，y 軸方向に 2 回移動したときである。

よって，求める確率は　${}_5C_3\left(\dfrac{2}{3}\right)^3\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=10\times\dfrac{8}{3^5}=\dfrac{80}{243}$

10. 15 本のくじの中に当たりくじが 3 本ある。初め A が 1 本引き，次に B が 1 本引くとき，次の確率を求めよ。ただし，引いたくじはもとに戻さないものとする。

(1)　A は当たり，B ははずれる確率　　(2)　2 人ともはずれる確率

解答　(1)　$\dfrac{6}{35}$　　(2)　$\dfrac{22}{35}$

解説

A が当たるという事象を A，B が当たるという事象を B とする。

(1)　$P(A\cap\overline{B})=P(A)P_A(\overline{B})=\dfrac{3}{15}\times\dfrac{12}{14}=\dfrac{6}{35}$

(2)　$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})P_{\overline{A}}(\overline{B})=\dfrac{12}{15}\times\dfrac{11}{14}=\dfrac{22}{35}$

11. 10 本のくじの中に，50 円の当たりくじが 1 本，20 円の当たりくじが 2 本入っている。このくじを 1 本引くとき，当たる金額の期待値を求めよ。

解答　9 円

解説

当たる金額と，それぞれが得られる確率は，右の表のようになる。

金額	50	20	0	計
確率	$\dfrac{1}{10}$	$\dfrac{2}{10}$	$\dfrac{7}{10}$	1

よって，求める期待値は

$$50\times\frac{1}{10}+20\times\frac{2}{10}+0\times\frac{7}{10}=\frac{90}{10}=9\ (\text{円})$$

12. 赤玉 6 個，白玉 4 個が入った袋の中から，もとに戻さないで 1 個ずつ 2 回取り出すとき，最初の玉が赤である事象を A，2 番目の玉が白である事象を B とする。次の確率を求めよ。

(1)　$P_A(B)$　　(2)　$P_{\overline{A}}(\overline{B})$

解答　(1)　$\dfrac{4}{9}$　　(2)　$\dfrac{2}{3}$

解説

(1)　求める確率は，最初の玉が赤であったとき，2 番目の玉が白である確率であるから

$$P_A(B)=\frac{4}{9}$$

(2)　求める確率は，最初の玉が白であったとき，2 番目の玉が赤である確率であるから

$$P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

13. 箱 A には白玉 3 個と赤玉 5 個，箱 B には白玉 2 個と赤玉 1 個と青玉 3 個が入っている。まず，任意に 1 つの箱を選び，次にその箱の中から玉を 1 個取り出すものとする。取り出された玉の色が白であったとき，それが箱 B から取り出された確率を求めよ。

解答　$\dfrac{8}{17}$

解説

箱 A を選ぶ，箱 B を選ぶ，白玉を取り出すという事象を，それぞれ A，B，W とする。このとき，A と B は互いに排反である。

任意に 1 つの箱を選ぶので，箱Aも箱Bも選ばれる確率は$\dfrac{1}{2}$

よって，白玉を取り出す確率は

箱Aを選び白玉を取り出す，または箱Bを選び白玉を取り出すので

$$P(W)=P(A\cap W)+P(B\cap W)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}=\frac{17}{48}$$

求める確率は，条件つき確率 $P_W(B)$ であるから

$P(B\cap W)$は箱Bを選び白玉を取り出す確率より　$P(B\cap W)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{6}$

よって公式から

$$P_W(B)=\frac{P(B\cap W)}{P(W)}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\div\frac{17}{48}=\frac{8}{17}$$

14. 袋の中に赤玉 1 個，黄玉 2 個，青玉 3 個が入っている。1 個取り出してもとに戻す試行を 3 回行うとき，それぞれの色が 1 回ずつ出る確率を求めよ。

解答　$\dfrac{1}{6}$

解説

各回の玉を取り出す試行は独立である。

1 個玉を取り出すとき，赤玉，黄玉，青玉が出る確率は，それぞれ　$\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{2}{6}$，$\dfrac{3}{6}$

3 回玉を取り出すとき，赤玉，黄玉，青玉が 1 個ずつ出る出方は ${}_3P_3$ 通りあり，各場合は互いに排反である。

よって，求める確率は　$\left(\dfrac{1}{6}\times\dfrac{2}{6}\times\dfrac{3}{6}\right)\times{}_3P_3=\dfrac{1}{6}$