数学演習（確率）Ｈ２３．１１．１４　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

1．1 から 10 までの番号札から 1 枚を取り出すとき，次の確率を求めよ。
⑴　偶数の番号札が出る確率　⑵　2 以下または 8 以上の番号札が出る確率
⑶　奇数かつ素数の番号札が出る確率

2．MONDAY の 6 文字をでたらめに 1 列に並べるとき
⑴　O が左端，A が右端に並ぶ確率を求めよ。
⑵　母音が両端に並ぶ確率を求めよ。

3．2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。
⑴　目の和が 4 になる確率　⑵　目の積が奇数になる確率
⑶　目の和が素数になる確率

4．1 から 100 までの番号札から 1 枚を取り出すとき，その番号が次のようになる確率を求めよ。
⑴　6 の倍数　⑵　3 で割って 1 余る数

5．赤玉 2 個，青玉 3 個，黄玉 2 個が入った袋から 3 個の玉を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。
⑴　すべて青玉が出る確率　⑵　赤玉 1 個と青玉 2 個が出る確率
⑶　どの色の玉も出る確率

6．大きさの異なる赤玉 3 個，白玉 3 個が入った袋がある。この袋から玉を 1 個ずつ袋に戻さないですべて取り出すとき，次の確率を求めよ。
⑴　白玉が 3 回連続で出る確率　⑵　赤玉と白玉が交互に出る確率

7．A，B，C の 3 人がじゃんけんを 1 回するとき，次の確率を求めよ。
⑴　A だけが負ける確率　⑵　1 人だけが勝つ確率

8．ハート 13 枚，スペード 13 枚の計 26 枚のトランプから同時に 3 枚を抜き取るとき
⑴　3 枚ともハートか，3 枚ともスペードが出る確率を求めよ。
⑵　出る絵札の枚数が 3 枚でない確率を求めよ。

9．赤玉 5 個，白玉 4 個，黄玉 3 個が入った袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。
⑴　黄玉が 2 個以上出る確率　⑵　3 個とも同じ色の玉が出る確率

10. 1 から 100 までの番号をつけた 100 枚のカードから 1 枚を取り出すとき

(1) 番号が 3 の倍数または 5 の倍数である確率を求めよ。

(2) 番号が 3 の倍数でも 5 の倍数でもない確率を求めよ。

11. 1 等 4 本，2 等 8 本から成る 12 本のくじの中から同時に 3 本引くとき，1 等，2 等の当たりくじどちらか一方のみを引く確率を求めよ。

12. 2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 目の和が 4 の倍数になる確率　(2) 目の積が偶数になる確率

13. 1 組 52 枚のトランプから 1 枚抜き取り，カードを見てからもとに戻すことを 2 回行うとき，次の確率を求めよ。

(1) 2 回ともハートが出る確率　(2) 2 回目に初めてハートが出る確率

14. 白玉 4 個，赤玉 8 個が入った袋から玉を 1 個取り出し，色を調べてからもとに戻すことを 2 回行うとき，次の確率を求めよ。

(1) 2 回とも白玉が出る確率　(2) 同じ色の玉が出る確率

(3) 異なる色の玉が出る確率

15. 大中小 3 個のさいころを投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 大の目が奇数，中の目が 3 の倍数，小の目が 1 となる確率

(2) 少なくとも 1 個は偶数の目が出る確率

16. 1 から 9 までの番号札から 1 枚抜き取り，番号を見てからもとに戻すことを 3 回行うとき，3 枚の番号の積が偶数となる確率を求めよ。

17. 1 個のさいころを 5 回投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 3 以上の目がちょうど 2 回出る確率

(2) 3 以上の目が出るのが 1 回以下である確率

18. 2 つの野球チーム A，B があり，A の B に対する勝率は 0.4 である。A と B が 3 連戦を行うとき，A が 2 勝 1 敗となる確率を求めよ。ただし，各試合において引き分けはないものとする

# 数学演習（確率）Ｈ２３．１１．１４

（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

１．1 から 10 までの番号札から 1 枚を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　偶数の番号札が出る確率　　(2)　2 以下または 8 以上の番号札が出る確率

(3)　奇数かつ素数の番号札が出る確率

解答　(1)　$\frac{1}{2}$　(2)　$\frac{1}{2}$　(3)　$\frac{3}{10}$

解説

10 枚の番号札から 1 枚を取り出す方法は　10 通り

(1)　偶数の番号札が出る場合は，2，4，6，8，10 の　5 通り

よって，求める確率は　$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

(2)　2 以下または 8 以上の番号札が出る場合は，1，2，8，9，10 の　5 通り

よって，求める確率は　$\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

(3)　奇数かつ素数の番号札が出る場合は，3，5，7 の　3 通り

よって，求める確率は　$\frac{3}{10}$

２．MONDAY の 6 文字をでたらめに 1 列に並べるとき

(1)　O が左端，A が右端に並ぶ確率を求めよ。

(2)　母音が両端に並ぶ確率を求めよ。

解答　(1)　$\frac{1}{30}$　(2)　$\frac{1}{15}$

解説

6 文字を 1 列に並べる並べ方は　${}_6P_6=6!$（通り）

(1)　左端に O，右端に A を並べ，その間に残りの 4 文字を並べる並べ方は

${}_4P_4=4!$（通り）

よって，求める確率は　$\frac{4!}{6!}=\frac{1}{30}$

(2)　母音 O，A を両端に並べる並べ方は　${}_2P_2=2!$（通り）

そのおのおのに対して，間に並べる 4 つの子音の並べ方は　${}_4P_4=4!$（通り）

よって，求める確率は　$\frac{2!\times4!}{6!}=\frac{1}{15}$

３．2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　目の和が 4 になる確率　　(2)　目の積が奇数になる確率

(3)　目の和が素数になる確率

解答　(1)　$\frac{1}{12}$　(2)　$\frac{1}{4}$　(3)　$\frac{5}{12}$

解説

さいころの目の出方の総数は　$6\times6=36$（通り）

(1)　目の和が 4 になる場合は　(1，3)，(2，2)，(3，1) の　3 通り

よって，求める確率は　$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

(2)　目の積が奇数になる場合は

(1，1)，(1，3)，(1，5)，(3，1)，(3，3)，(3，5)，(5，1)，(5，3)，(5，5)

の 9 通り

よって，求める確率は　$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

(3)　目の和が素数になる場合は

(1，1)，(1，2)，(1，4)，(1，6)，(2，1)，(2，3)，(2，5)，(3，2)，(3，4)，

(4，1)，(4，3)，(5，2)，(5，6)，(6，1)，(6，5)

の 15 通り

よって，求める確率は　$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

４．1 から 100 までの番号札から 1 枚を取り出すとき，その番号が次のようになる確率を求めよ。

(1)　6 の倍数　　(2)　3 で割って 1 余る数

解答　(1)　$\frac{4}{25}$　(2)　$\frac{17}{50}$

解説

100 枚の番号札から 1 枚を取り出す方法は　100 通り

(1)「6 の倍数である」という事象は　$\{6\cdot1,\ 6\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 6\cdot16\}$　より　16通り

よって，求める確率は　$\frac{16}{100}=\frac{4}{25}$

(2)「3 で割って 1 余る数である」という事象は

$\{3\cdot0+1,\ 3\cdot1+1,\ 3\cdot2+1,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33+1\}$

0から33までに整数は34個あるので

よって，求める確率は　$\frac{34}{100}=\frac{17}{50}$

５．赤玉 2 個，青玉 3 個，黄玉 2 個が入った袋から 3 個の玉を同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　すべて青玉が出る確率　　(2)　赤玉 1 個と青玉 2 個が出る確率

(3)　どの色の玉も出る確率

解答　(1)　$\frac{1}{35}$　(2)　$\frac{6}{35}$　(3)　$\frac{12}{35}$

解説

7 個の玉から 3 個を取り出す組合せの数は　${}_7C_3$ 通り

(1)　すべて青玉が出る場合の数は　${}_3C_3$ 通り

よって，求める確率は　$\frac{{}_3C_3}{{}_7C_3}=\frac{1}{35}$

(2)　赤玉 1 個と青玉 2 個が出る場合の数は　${}_2C_1\times{}_3C_2$ 通り

よって，求める確率は　$\frac{{}_2C_1\times{}_3C_2}{{}_7C_3}=\frac{6}{35}$

(3)　どの色の玉も出るとは，赤玉，青玉，黄玉が 1 個ずつ出るということである。

この場合の数は　${}_2C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1$ 通り

よって，求める確率は　$\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_7C_3}=\frac{12}{35}$

６．大きさの異なる赤玉 3 個，白玉 3 個が入った袋がある。この袋から玉を 1 個ずつ袋に戻さないですべて取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　白玉が 3 回連続で出る確率　　(2)　赤玉と白玉が交互に出る確率

解答　(1)　$\frac{1}{5}$　(2)　$\frac{1}{10}$

解説

6 個の玉を 1 個ずつすべて取り出す方法は　${}_6P_6$ 通り

(1)　白玉 3 個を 1 個の玉とみなして 4 個の玉の順列を考えると　$4!$ 通り

そのおのおのに対して，白玉 3 個の取り出し方は　$3!$ 通り

したがって，白玉が 3 回連続で出る場合の数は　$4!\times3!$ 通り

よって，求める確率は　$\frac{4!\times3!}{6!}=\frac{1}{5}$

(2)　赤玉と白玉が交互に出るのは

赤白赤白赤白，　白赤白赤白赤

の 2 つの場合がある。

それぞれの場合の数は，赤玉 3 個の出方が $3!$ 通り，白玉 3 個の出方が $3!$ 通りあるから　$3!\times3!$ 通り

よって，求める確率は　$\frac{3!\times3!\times2}{6!}=\frac{1}{10}$

７．A，B，C の 3 人がじゃんけんを 1 回するとき，次の確率を求めよ。

(1)　A だけが負ける確率　　(2)　1 人だけが勝つ確率

解答　(1)　$\frac{1}{9}$　(2)　$\frac{1}{3}$

解説

3 人の手の出し方の総数は　$3\times3\times3=27$（通り）

(1)　A だけが負ける場合は

A がグー，B，C はパー，　A がチョキ，B，C はグー，

A がパー，B，C はチョキ

の 3 通りある。よって，求める確率は　$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

(2)　1 人だけが勝つ場合，勝者の決まり方は，A か B か C かの 3 通りある。

そのおのおのに対して，勝ち方がグー，チョキ，パーの 3 通りある。

よって，求める確率は　$\frac{3\times3}{27}=\frac{1}{3}$

８．ハート 13 枚，スペード 13 枚の計 26 枚のトランプから同時に 3 枚を抜き取るとき

(1)　3 枚ともハートか，3 枚ともスペードが出る確率を求めよ。

(2)　出る絵札の枚数が 3 枚でない確率を求めよ。

解答　(1)　$\frac{11}{50}$　(2)　$\frac{129}{130}$

解説

26 枚のトランプから 3 枚を抜き取る組合せは　${}_{26}C_3$ 通り

(1)　[1]　3 枚ともハートが出る確率は　$\frac{{}_{13}C_3}{{}_{26}C_3}$

[2]　3 枚ともスペードが出る確率は　$\frac{{}_{13}C_3}{{}_{26}C_3}$

[1]，[2] の事象は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{{}_{13}C_3}{{}_{26}C_3}+\frac{{}_{13}C_3}{{}_{26}C_3}=\frac{11}{100}+\frac{11}{100}=\frac{11}{50}$$

(2)「出る絵札の枚数が 3 枚でない」という事象は，「絵札が 3 枚出る」という事象の余事象である。

絵札が 3 枚出る確率は　$\frac{{}_6C_3}{{}_{26}C_3}=\frac{1}{130}$

よって，求める確率は　$1-\frac{1}{130}=\frac{129}{130}$

９．赤玉 5 個，白玉 4 個，黄玉 3 個が入った袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　黄玉が 2 個以上出る確率　　(2)　3 個とも同じ色の玉が出る確率

解答　(1)　$\frac{7}{55}$　(2)　$\frac{3}{44}$

解説

12 個の玉から 3 個を取り出す組合せは　${}_{12}C_3$ 通り

(1)「黄玉が 2 個以上出る」という事象は

$A$：黄玉が 2 個出る　　$B$：黄玉が 3 個出る

という 2 つの事象の和事象 $A\cup B$ で表される。

$$P(A)=\frac{{}_3C_2\times{}_9C_1}{{}_{12}C_3}=\frac{3\times9}{220}=\frac{27}{220},\quad P(B)=\frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}=\frac{1}{220}$$

$A$，$B$ は互いに排反であるから，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{27}{220}+\frac{1}{220}=\frac{7}{55}$$

(2)「3 個とも同じ色の玉が出る」という事象は，「3 個とも赤玉が出る」，「3 個とも白玉が出る」，「3 個とも黄玉が出る」の 3 つの事象の和事象で表され，この 3 つの事象は互いに排反である。

よって，求める確率は $\dfrac{{}_5C_3}{{}_{12}C_3}+\dfrac{{}_4C_3}{{}_{12}C_3}+\dfrac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}=\dfrac{10}{220}+\dfrac{4}{220}+\dfrac{1}{220}=\dfrac{3}{44}$

10. 1 から 100 までの番号をつけた 100 枚のカードから 1 枚を取り出すとき
(1) 番号が 3 の倍数または 5 の倍数である確率を求めよ。
(2) 番号が 3 の倍数でも 5 の倍数でもない確率を求めよ。

解答 (1) $\dfrac{47}{100}$ (2) $\dfrac{53}{100}$

解説

(1) 番号が「3 の倍数である」という事象を $A$，「5 の倍数である」という事象を $B$ とすると
$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ 3\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$,
$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ 5\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot20\}$,
$A\cap B=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ 15\cdot3,\ \cdots\cdots,\ 15\cdot6\}$

よって，求める確率は
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=\frac{33}{100}+\frac{20}{100}-\frac{6}{100}=\frac{47}{100}$$

(2) 求める確率は
$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-\frac{47}{100}=\frac{53}{100}$$

11. 1 等 4 本，2 等 8 本から成る 12 本のくじの中から同時に 3 本引くとき，1 等，2 等の当たりくじどちらか一方のみを引く確率を求めよ。

解答 $\dfrac{3}{11}$

解説

起こりうる場合の総数は ${}_{12}C_3$ 通り

[1] 3 本とも 1 等のくじを引く確率は $\dfrac{{}_4C_3}{{}_{12}C_3}$

[2] 3 本とも 2 等のくじを引く確率は $\dfrac{{}_8C_3}{{}_{12}C_3}$

[1]，[2] の事象は互いに排反であるから，求める確率は
$$\frac{{}_4C_3}{{}_{12}C_3}+\frac{{}_8C_3}{{}_{12}C_3}=\frac{4}{220}+\frac{56}{220}=\frac{3}{11}$$

12. 2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。
(1) 目の和が 4 の倍数になる確率 (2) 目の積が偶数になる確率

解答 (1) $\dfrac{1}{4}$ (2) $\dfrac{3}{4}$

解説

目の出方の総数は $6\times6=36$（通り）

(1) 目の和が 4 の倍数になるのは，和が 4，8，12 となる 3 つの場合がある。
[1] 目の和が 4 になる場合は (1, 3)，(2, 2)，(3, 1)
[2] 目の和が 8 になる場合は (2, 6)，(3, 5)，(4, 4)，(5, 3)，(6, 2)
[3] 目の和が 12 になる場合は (6, 6)
[1]，[2]，[3] は互いに排反であるから，求める確率は
$$\frac{3}{36}+\frac{5}{36}+\frac{1}{36}=\frac{1}{4}$$

(2)「目の積が偶数になる」という事象は，「目の積が奇数になる」という事象の余事象である。

目の積が奇数になる確率は $\dfrac{3\times3}{36}=\dfrac{1}{4}$

よって，求める確率は $1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$

13. 1 組 52 枚のトランプから 1 枚抜き取り，カードを見てからもとに戻すことを 2 回行うとき，次の確率を求めよ。
(1) 2 回ともハートが出る確率 (2) 2 回目に初めてハートが出る確率

解答 (1) $\dfrac{1}{16}$ (2) $\dfrac{3}{16}$

解説

1 回目にカードを抜き取る試行と，2 回目にカードを抜き取る試行は独立である。

(1) $\dfrac{13}{52}\times\dfrac{13}{52}=\dfrac{1}{16}$

(2) 1 回目にハートでないカードが出て，2 回目にハートが出ればよいから
$$\left(1-\frac{13}{52}\right)\times\frac{13}{52}=\frac{3}{16}$$

14. 白玉 4 個，赤玉 8 個が入った袋から玉を 1 個取り出し，色を調べてからもとに戻すことを 2 回行うとき，次の確率を求めよ。
(1) 2 回とも白玉が出る確率 (2) 同じ色の玉が出る確率
(3) 異なる色の玉が出る確率

解答 (1) $\dfrac{1}{9}$ (2) $\dfrac{5}{9}$ (3) $\dfrac{4}{9}$

解説

1 回目に玉を取り出す試行と，2 回目に玉を取り出す試行は独立である。

(1) $\dfrac{4}{12}\times\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{9}$

(2) 同じ色の玉が出るという事象は
$A$：2 回とも白玉が出る　$B$：2 回とも赤玉が出る
という 2 つの事象の和事象 $A\cup B$ で表される。

(1) から $P(A)=\dfrac{1}{9}$ また $P(B)=\dfrac{8}{12}\times\dfrac{8}{12}=\dfrac{4}{9}$

$A$，$B$ は互いに排反であるから，求める確率は $\dfrac{1}{9}+\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}$

(3)「異なる色の玉が出る」という事象は，「同じ色の玉が出る」という事象の余事象である。

よって，求める確率は $1-\dfrac{5}{9}=\dfrac{4}{9}$

15. 大中小 3 個のさいころを投げるとき，次の確率を求めよ。
(1) 大の目が奇数，中の目が 3 の倍数，小の目が 1 となる確率
(2) 少なくとも 1 個は偶数の目が出る確率

解答 (1) $\dfrac{1}{36}$ (2) $\dfrac{7}{8}$

解説

大中小のそれぞれのさいころを投げる試行は独立である。

(1) 大の目が奇数となる確率は $\dfrac{3}{6}$

中の目が 3 の倍数となる確率は $\dfrac{2}{6}$

小の目が 1 となる確率は $\dfrac{1}{6}$

よって，求める確率は $\dfrac{3}{6}\times\dfrac{2}{6}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{36}$

(2)「少なくとも 1 個は偶数の目が出る」という事象は，「3 個とも奇数の目が出る」という事象の余事象である。

3 個とも奇数の目が出る確率は $\dfrac{3}{6}\times\dfrac{3}{6}\times\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{8}$

よって，求める確率は $1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$

16. 1 から 9 までの番号札から 1 枚抜き取り，番号を見てからもとに戻すことを 3 回行うとき，3 枚の番号の積が偶数となる確率を求めよ。

解答 $\dfrac{604}{729}$

解説

「3 枚の番号の積が偶数となる」という事象は，「3 枚の番号の積が奇数となる」という事象の余事象である。

3 枚の番号の積が奇数となる確率は $\dfrac{5}{9}\times\dfrac{5}{9}\times\dfrac{5}{9}=\dfrac{125}{729}$

よって，求める確率は $1-\dfrac{125}{729}=\dfrac{604}{729}$

17. 1 個のさいころを 5 回投げるとき，次の確率を求めよ。
(1) 3 以上の目がちょうど 2 回出る確率
(2) 3 以上の目が出るのが 1 回以下である確率

解答 (1) $\dfrac{40}{243}$ (2) $\dfrac{11}{243}$

解説

1 回投げて 3 以上の目が出る確率は $\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

(1) ${}_5C_2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\left(1-\dfrac{2}{3}\right)^3=10\times\dfrac{4}{9}\times\dfrac{1}{27}=\dfrac{40}{243}$

(2) [1] 3 以上の目が 1 回も出ない確率は
$$\left(1-\frac{2}{3}\right)^5=\frac{1}{243}$$
[2] 3 以上の目がちょうど 1 回出る確率は
$${}_5C_1\frac{2}{3}\left(1-\frac{2}{3}\right)^4=\frac{10}{243}$$
[1]，[2] の事象は互いに排反であるから，求める確率は
$$\frac{1}{243}+\frac{10}{243}=\frac{11}{243}$$

18. 2 つの野球チーム A，B があり，A の B に対する勝率は 0.4 である。A と B が 3 連戦を行うとき，A が 2 勝 1 敗となる確率を求めよ。ただし，各試合において引き分けはないものとする

解答 $\dfrac{36}{125}$

解説

1 回の試合で，A が勝つ確率は $0.4=\dfrac{2}{5}$

よって，求める確率は ${}_3C_2\left(\dfrac{2}{5}\right)^2\left(1-\dfrac{2}{5}\right)=3\times\dfrac{4}{25}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{36}{125}$