

- 1

1 から 2 0 0 までの整数のうち，次のような整数の個数を求めよ。  
(1) 2 の倍数または 3 の倍数
- 2

(2) 2，3，5 の少なくとも 1 つで割り切れる整数
- 3

大中小 3 個のサイコロを同時に投げるとき，次の場合は何通りあるか。  
(1) 少なくとも 2 個が同じ目になる場合
- 4

(2) 目の積が 3 の倍数になる場合
- 5

3 7 8 において，次のものを求めよ。  
(1) 正の約数の個数
- 6

(2) すべての正の約数の和
- 7

5 個の数字 0，1，2，3，4 が書かれたカードが 1 枚ずつある。このカードを使って，次のような自然数の個数を求めよ。  
(1) 4 桁の数
- 8

(2) 5 桁の偶数

- 5

男子 5 人，女子 4 人が一列に並ぶとき，次の並び方は何通りあるか。  
(1) 男子が両端になる
- 6

(2) 女子 4 人が続いて並ぶ
- 7

(3) 男子と女子が交互に並ぶ
- 8

大人 2 人，子ども 4 人が円卓に座る。次のような並び方は何通りあるか。  
(1) 制限なしに並ぶ
- 9

(2) 大人 2 人が向かいあって座る
- 10

1 から 4 までの数字を使ってできる 4 桁以下の整数は何個あるか。ただし，同じ数字を重複して用いてよいものとする。
- 11

1 2 人の生徒を次のようにする方法は何通りあるか。  
(1) 5 人，4 人，3 人の 3 組に分ける
- 12

(2) 3 つの部屋に 4 人ずつ分ける
- 13

(3) 4 人ずつ 3 つの組に分ける

- 9

右の図で点 P から点 Q まで最短で行く道順のうち，次のような場合は何通りあるか。  
(1) すべての場合
- 10

(2) 点 A を通る場合
- 11

(3) × の箇所を通らない場合
- 12

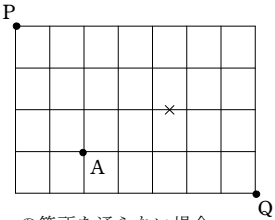
りんご，みかん，なしの 3 種類の果物の中から 1 2 個選び籠盛を作るとき，何通りの作り方があるか。ただし，1 個も入らない果物があってもよいものとする。
- 13

次の展開式における，[ ] 内に指定した項の係数を求めよ。  
(1)  $(2x - 3y)^7$   $[x^4y^3]$
- 14

(2)  $(a + b + c)^8$   $[a^4b^3c]$
- 15

$(2a - 1)^5$  を展開せよ。
- 16

等式  ${}_nC_0 + 3{}_nC_1 + 3^2{}_nC_2 + \cdots + 3^n{}_nC_n = 4^n$  を証明せよ。



1 1から200までの整数のうち、次のような整数の個数を求めよ。

(1) 2の倍数または3の倍数

100 66

6の倍数 33

$100 + 66 - 33 = 133$

(2) 2, 3, 5の少なくとも1つで割り切れる整数

2 100

6 33

30 60

3 66

15 132

5 40

10 200

$100 + 66 + 40$

$- 33 - 13 - 20 + 6$

$= 146$

2 大中小3個のサイコロを同時に投げるとき、次の場合は何通りあるか。

(1) 少なくとも2個が同じ目になる場合

全部で  $6 \times 6 \times 6 = 216$

すべて異なる  $6 \times 5 \times 4 = 120$

$216 - 120$

$= 96$  通り

(2) 目の積が3の倍数になる場合

1つだけ3の倍数 3の倍数

すべて3の倍数  $4 \times 4 \times 4 = 64$

$216 - 64$

$= 152$  通り

3 378において、次のものを求めよ。

(1) 正の約数の個数

$378 = 2 \times 3^3 \times 7$

(2) すべての正の約数の和

$(2^0 + 2^1)(3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3)(7^0 + 7^1)$

$= 960$

4 5個の数字0, 1, 2, 3, 4が書かれたカードが1枚ずつある。このカードを使って、次のような自然数の個数を求めよ。

(1) 4桁の数

$4 \times 4 \times 3 \times 2$

$= 96$

(2) 5桁の偶数



0  
2  
4

一の位 0 ...  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

一の位 2 ...  $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$

4 " = 18

$24 + 18 + 18 = 60$

5 男子5人、女子4人が一列に並ぶとき、次の並び方は何通りあるか。

(1) 男子が両端になる

$4! \times 4!$

$= 100800$  通り

(2) 女子4人が続いて並ぶ

$6! \times 4!$

$= 172800$  通り

(3) 男子と女子が交互に並ぶ

$5! \times 4!$

$= 28800$  通り

6 大人2人、子ども4人が円卓に座る。次のような並び方は何通りあるか。

(1) 制限なしに並ぶ

$(6-1)!$

$= 120$  通り

(2) 大人2人が向かいあって座る

$4! = 24$  通り

7 1~4までの数字を使ってできる4桁以下の整数は何個あるか。

ただし、同じ数字を重複して用いてよいものとする。

4桁  $4^4 = 256$

3桁  $4^3 = 64$

2桁  $4^2 = 16$

1桁  $4^1 = 4$

$340$

8 12人の生徒を次のようにする方法は何通りあるか。

(1) 5人, 4人, 3人の3組に分ける

$\frac{12!}{5!4!3!}$

(2) 3つの部屋に4人ずつ入れる

$\frac{12!}{4!4!4!}$

$= 27720$  通り

$= 34650$  通り

(3) 4人ずつ3つの組に分ける

$\frac{34650}{3!}$

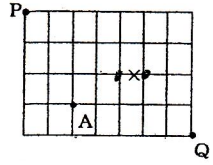
$= 5775$  通り

9 右の図で点Pから点Qまで最短で行く道順のうち、次のような場合は何通りあるか。

(1) すべての場合

${}_{11}C_4 \times {}_7C_7 = 330$

通り



(2) 点Aを通る場合

${}_{11}C_2 \times {}_6C_1$

$= 60$  通り

(3) Xの箇所を通らない場合

${}_{11}C_2 \times {}_4C_2 = 90$

$330 - 90 = 240$  通り

10 りんご, みかん, なしの3種類の果物の中から12個選び籠盛をつくる時、何通りの作りがあるか。ただし、1個も入らない果物があってもよいものとする。

${}_{3H}{}_{12} = {}_{14}C_{12}$

$= {}_{14}C_2$

$= 91$  通り

11 次の展開式における、[ ]内に指定した項の係数を求めよ。

(1)  $(2x-3y)^7$   $[x^4y^3]$

(2)  $(a+b+c)^8$   $[a^4b^3c]$

${}_{11}C_4 (2x)^4 (-3y)^3$

$\frac{8!}{4!3!1!} a^4 b^3 c$

$= -15120 x^4 y^3$

$= 280 a^4 b^3 c$

12  $(2a-1)^5$ を展開せよ。

$= 32a^5 - 80a^4 + 80a^3 - 40a^2 + 10a - 1$

13 等式  ${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \dots + {}_nC_n = 2^n$  を証明せよ。

$(1+3)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 \cdot 3 + {}_nC_2 \cdot 3^2 + \dots + {}_nC_n \cdot 3^n$

$4^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 \cdot 3 + {}_nC_2 \cdot 3^2 + \dots + {}_nC_n \cdot 3^n$

□