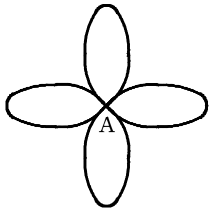
1．右の図を，中心Ａを出発点として一筆で書く方法は何通りあるか。



2．整数 5400 の正の約数は全部で ア［　　］ 個ある。また，これらの約数の総和は イ［　　］ である。

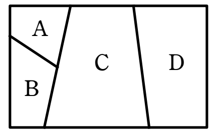
3．0，1，2，3，4 から異なる 3 つの数字を選んで作る 3 桁の整数は，全部で ア［　　］ 個ある。そのうち，3 の倍数となるものは イ［　　］ 個である。

4．男子 4 人，女子 3 人が 1 列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか。

(1)　女子 3 人が隣り合う

(2)　女子どうしが隣り合わない

5．右の図で，A，B，C，D の境目がはっきりするように，赤，青，黄，白の 4 色の絵の具で塗り分けるとき



(1)　すべての部分の色が異なる場合は何通りあるか。

(2)　同じ色を 2 回使ってもよいが，隣り合う部分は異なる色とする場合は何通りあるか。

6．(1)　男子 5 人と女子 2 人が円形に並ぶ方法は何通りか。

(2)　(1) のうち，2 人の女子が隣り合わない並び方は何通りか。

(3)　7 人から 4 人が選ばれて円形に並ぶ方法は何通りか。

7．次の 4 種類の数字を用いて，3 桁以下の正の整数は何個作れるか。ただし，同じ数字を繰り返し用いてもよいものとする。

(1)　1，2，3，4　　　　(2)　0，1，2，3

8．(1)　7 人を 2 つの部屋Ａ，Ｂに入れる方法は何通りあるか。ただし，1 人も入らない部屋があってもよいものとする。

(2)　7 人を，区別をしない 2 つの部屋に入れる方法は何通りあるか。ただし，それぞれの部屋には少なくとも 1 人は入れるものとする。

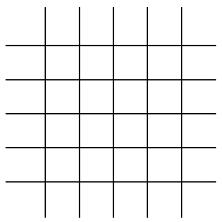
9．(1)　HGAKUEN の 7 文字から 6 文字を選んで文字列を作り，それを辞書式に配列するとき，GAKUEN は初めから数えて何番目の文字列か。ただし，同じ文字は繰り返して用いないものとする。

(2)　異なる 5 つの文字 A，B，C，D，E を用いてできるすべての順列を，辞書式配列法によって順に並べるとき，第 63 番目にある順列は何か。

10．立方体の各面に，異なる 5 色をすべて使って塗る方法は何通りあるか。ただし，隣り合った面の色は異なるようにする。また，立方体を回転させて一致する塗り方は同じとみなす。

11. 正十角形について，次の数を求めよ。
(1)　対角線の本数
(2)　正十角形の頂点のうちの 3 個を頂点とする三角形の個数
(3)　(2) の三角形のうち，正十角形と 1 辺だけを共有する三角形の個数

12. 右の図のように，5 本の平行線と，それらに直交する 5 本の平行線が，それぞれ両方とも同じ間隔 a $(a>0)$ で並んでいる。この 10 本の直線のうちの 4 本で囲まれる図形について，次の問いに答えよ。
(1)　長方形 (正方形を含む) は全部で何個あるか。
(2)　正方形は全部で何個あるか。



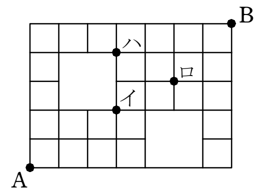
13. J，A，P，A，N，E，S，E の 8 個の文字全部を使ってできる順列について，次のような並べ方は何通りあるか。
(1)　異なる並べ方
(2)　J は P より左側にあり，かつ P は N より左側にあるような並べ方

14. 8 冊の異なる本を次のようにする方法は何通りあるか。
(1)　5 冊，2 冊，1 冊の 3 組に分ける
(2)　2 冊ずつ 4 人の生徒に与える
(3)　2 冊ずつ 4 組に分ける
(4)　4 冊，2 冊，2 冊の 3 組に分ける

15. $x+y+z=7$ を満たす負でない整数解の組 $(x,\ y,\ z)$ は何個あるか。

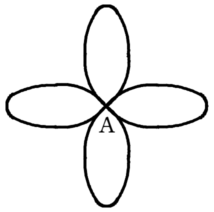
16. 白色カードが 5 枚，赤色カードが 2 枚，黒色カードが 1 枚ある。同じ色のカードは区別できないものとして，この 8 枚のカードを左から 1 列に並べるとき，次のような並べ方は，それぞれ何通りあるか。
(1)　赤色カードが隣り合う　　(2)　両端のカードの色が異なる

17. 図のような道路網をもつ町がある。ただし，道路はすべて直角に交わっているものとする。次の最短経路は何通りあるか。
(1)　A 地点からイ地点とロ地点の両方を通って，B 地点に達する最短経路
(2)　A 地点からハ地点を通って，B 地点に達する最短経路



18. 4 人乗りのボートが 2 そうある。5 人を，それらに分乗させる方法は何通りあるか。次の各場合について答えよ。
(1)　人もボートも区別しない。
(2)　人は区別しないが，ボートは区別する。
(3)　人もボートも区別するが，どの座席に着くかは区別しない。
(4)　人もボートも区別し，どの人がどの座席に着くかも区別する。

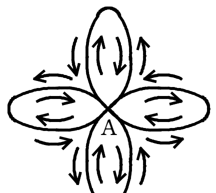
1．右の図を，中心 A を出発点として一筆で書く方法は何通りあるか。



解答　384 通り

解説

図の A から A への 4 つの輪にはそれぞれ右まわりと左まわりの 2 通りの書き方がある。



まず，1 つ目の輪を作る方法は

$4\times2=8$ (通り)

そのおのおのに対して，2 つ目の輪を作る方法は，同様にして

$3\times2=6$ (通り)

2 つの輪を作る方法のおのおのに対して，3 つ目の輪を作る方法は，同様にして

$2\times2=4$ (通り)

3 つの輪を作る方法のおのおのに対して，4 つ目の輪を作る方法は，同様にして

$1\times2=2$ (通り)

ゆえに，積の法則により，求める場合の数は

$8\times6\times4\times2=384$ (通り)

2．整数 5400 の正の約数は全部で ア $\boxed{}$ 個ある。また，これらの約数の総和は イ $\boxed{}$ である。

解答　(ア)　48　　(イ)　18600

解説

5400 を素因数分解すると　$5400=2^3\cdot3^3\cdot5^2$

よって，5400 の正の約数は，すべて

$(1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2+3^3)(1+5+5^2)$　……[A]

を展開したときの項として 1 つずつ出てくる。

(ア)　5400 の正の約数の個数は，積の法則により

$4\times4\times3=48$ (個)

(イ)　5400 の正の約数の総和は，[A] そのもので

$15\cdot40\cdot31=18600$

3．0，1，2，3，4 から異なる 3 つの数字を選んで作る 3 桁の整数は，全部で ア $\boxed{}$ 個ある。そのうち，3 の倍数となるものは イ $\boxed{}$ 個である。

解答　(ア)　48　　(イ)　20

解説

(ア)　百の位には 0 以外の数字がくるから，その選び方は

4 通り

十，一の位の数字の並べ方は，残りの 4 個から 2 個取る順列で

${}_4P_2=4\cdot3=12$ (通り)

ゆえに，求める整数の個数は

$4\times{}_4P_2=4\times12=48$ (個)

別解　0，1，2，3，4 から 3 個取って並べる順列の総数は

${}_5P_3=5\cdot4\cdot3=60$ (通り)

このうち，百の位が 0 になるような 3 桁の整数は，全部で

${}_4P_2=4\cdot3=12$ (通り)

ゆえに，求める整数の個数は

$60-12=48$ (個)

(イ)　0，1，2，3，4 のうち，和が 3 の倍数になる 3 数の選び方は

[1]　(0，1，2)，(0，2，4)　　　[2]　(1，2，3)，(2，3，4)

[1]　百の位は 0 でないから，各組について，3 桁の整数は

$2\times{}_2P_2=4$ (個)

[2]　各組について，3 桁の整数は

${}_3P_3=3\cdot2\cdot1=6$ (個)

ゆえに，3 の倍数となる 3 桁の整数の個数は

$4\times2+6\times2=20$ (個)

4．男子 4 人，女子 3 人が 1 列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか。

(1)　女子 3 人が隣り合う

(2)　女子どうしが隣り合わない

解答　(1)　720 通り　　(2)　1440 通り

解説

(1)　隣り合う女子 3 人をまとめて 1 人とみなして全員が並ぶ方法は

${}_5P_5=5!=120$ (通り)

そのおのおのに対して，隣り合う女子 3 人の並び方は

${}_3P_3=3!=6$ (通り)

ゆえに，求める並び方の総数は

${}_5P_5\times{}_3P_3=120\times6=720$ (通り)

(2)　まず，男子 4 人が並ぶ方法は

${}_4P_4=4!=24$ (通り)

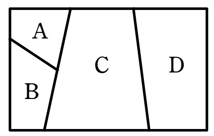
次に，男子の間および両端の 5 か所に，女子 3 人が並ぶ方法は

${}_5P_3=5\cdot4\cdot3=60$ (通り)

ゆえに，求める並び方の総数は

${}_4P_4\times{}_5P_3=24\times60=1440$ (通り)

5．右の図で，A，B，C，D の境目がはっきりするように，赤，青，黄，白の 4 色の絵の具で塗り分けるとき



(1)　すべての部分の色が異なる場合は何通りあるか。

(2)　同じ色を 2 回使ってもよいが，隣り合う部分は異なる色とする場合は何通りあるか。

解答　(1)　24 通り　　(2)　72 通り

解説

(1)　塗り分け方の数は，異なる 4 個のものを 1 列に並べる方法の数に等しい。

よって　　${}_4P_4=4!=24$ (通り)

(2)　塗り分ける色の数は，3 色，4 色の 2 通りある。

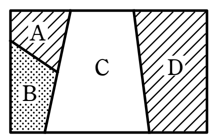
[1]　3 色の場合

①　A と D が同じ色で，その他は色が異なる場合

塗り分け方の数は，4 色のうち 3 色を選んで並べる方法の数に等しいから

${}_4P_3=4\cdot3\cdot2=24$ (通り)

①　A と D が同色のとき

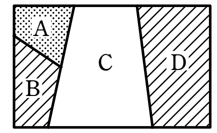


②　B と D が同じ色で，その他は色が異なる場合

①の場合と同様に　　${}_4P_3=24$ (通り)

①，②から　　$24+24=48$ (通り)

②　B と D が同色のとき



[2]　4 色の場合，(1) から　　24 通り

[1]，[2] は同時には起こらないから，求める塗り分け方の総数は，和の法則により

$48+24=72$ (通り)

6．(1)　男子 5 人と女子 2 人が円形に並ぶ方法は何通りか。

(2)　(1) のうち，2 人の女子が隣り合わない並び方は何通りか。

(3)　7 人から 4 人が選ばれて円形に並ぶ方法は何通りか。

解答　(1)　720 通り　　(2)　480 通り　　(3)　210 通り

解説

(1)　1 人を固定して他の 6 人を並べて

${}_6P_6=6!=720$ (通り)

(2)　男子 1 人を固定して，残りの男子 4 人を円周上に並べる方法は

${}_4P_4=4!=24$ (通り)

その男子と男子の間の 5 か所に女子 2 人を 1 人ずつ並べる方法は

${}_5P_2=5\cdot4=20$ (通り)

したがって，求める場合の数は

${}_4P_4\times{}_5P_2=24\times20=480$ (通り)

別解　2 人の女子が隣り合う並び方は，2 人の女子を 1 人と考えて

${}_5P_5=5!=120$ (通り)

その 1 通りに対して，女子の並び方が 2 通りずつあるから

$120\times2=240$ (通り)

全体の並び方は，(1) より 720 通りであるから，求める場合の数は

$720-240=480$ (通り)

(3)　7 人から 4 人を選んで並べる順列は

${}_7P_4$ 通り

このうち円順列として同じものが 4 個ずつあるから，求める場合の数は

$\dfrac{{}_7P_4}{4}=\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4}=210$ (通り)

7．次の 4 種類の数字を用いて，3 桁以下の正の整数は何個作れるか。ただし，同じ数字を繰り返し用いてもよいものとする。

(1)　1，2，3，4　　　　　(2)　0，1，2，3

解答　(1)　84 個　　(2)　63 個

解説

(1)　3 桁，2 桁，1 桁の整数は，それぞれ 4^3 個，4^2 個，4 個あるから，全部で

$4^3+4^2+4=64+16+4=84$ (個)

(2)　3 桁の整数は，百の位には 0 以外の数字がくるから，百の位の数字の選び方は

3 通り

十，一の位は 4 種類の数字のどれでもよいから，その数字の選び方は

4^2 通り

よって，3 桁の整数は　　$3\times4^2=3\times16=48$ (個)

同様にして，2 桁の整数は　　$3\times4=12$ (個)

1 桁の整数は　　3 個

ゆえに，求める整数は　　$48+12+3=63$ (個)

別解　2 桁，1 桁の整数は，百の位の数字が 0，または百と十の位の数字が 0 であると考えると，3 桁以下の整数は

$$4^3=64 \text{ (個)}$$

この中には 000 が含まれているから，求める整数は

$$64-1=63 \text{ (個)}$$

8．(1) 7人を2つの部屋A，Bに入れる方法は何通りあるか。ただし，1人も入らない部屋があってもよいものとする。

(2) 7人を，区別をしない2つの部屋に入れる方法は何通りあるか。ただし，それぞれの部屋には少なくとも1人は入れるものとする。

解答　(1) 128通り　(2) 63通り

解説

(1) 1人を2つの部屋A，Bに入れる方法は2通りある。

よって，7人を2つの部屋A，Bに入れる方法は

$$2^7=128 \text{ (通り)}$$

(2) (1)の場合において，一方の部屋が0人になる場合を除いて

$$128-2=126 \text{ (通り)}$$

更に，A，Bの区別をなくして

$$126\div 2=63 \text{ (通り)}$$

9．(1) HGAKUENの7文字から6文字を選んで文字列を作り，それを辞書式に配列するとき，GAKUENは初めから数えて何番目の文字列か。ただし，同じ文字は繰り返して用いないものとする。

(2) 異なる5つの文字A，B，C，D，Eを用いてできるすべての順列を，辞書式配列法によって順に並べるとき，第63番目にある順列は何か。

解答　(1) 1508番目　(2) CDBAE

解説

(1) GAKUENより前に並んでいる順列のうち

[1] A□□□□□，E□□□□□ のものはともに　${}_6P_5$ 個

[2] GAE□□□，GAH□□□ のものはともに　${}_4P_3$ 個

[3] GAKE□□，GAKH□□，GAKN□□ のものはともに　${}_3P_2$ 個

[4] GAKUE□ のものは GAKUEH の　1個

GAKUEH の次が GAKUEN であるから

$$\begin{aligned}{}_6P_5\times 2+{}_4P_3\times 2+{}_3P_2\times 3+1+1&=1440+48+18+1+1\\&=1508 \text{ (番目)}\end{aligned}$$

(2) A□□□□ のものは　$4!=24$ (個)

B□□□□ のものは　$4!=24$ (個)　[計48個]

CA □□□ のものは　$3!=6$ (個)　[計54個]

CB □□□ のものは　$3!=6$ (個)　[計60個]

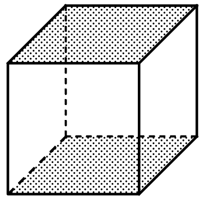
CDA □□ のものは　$2!=2$ (個)　[計62個]

よって，63番目は　CDBAE

10．立方体の各面に，異なる5色をすべて使って塗る方法は何通りあるか。ただし，隣り合った面の色は異なるようにする。また，立方体を回転させて一致する塗り方は同じとみなす。

解答　15通り

解説



上面と下面を同色で固定する。

このとき，塗り方は　5通り

側面の塗り方は，異なる4個のじゅず順列で

$$\frac{(4-1)!}{2}=\frac{3!}{2}=3 \text{ (通り)}$$

よって，異なる5色をすべて使って塗る方法は

$$5\times 3=15 \text{ (通り)}$$

11．正十角形について，次の数を求めよ。

(1) 対角線の本数

(2) 正十角形の頂点のうちの3個を頂点とする三角形の個数

(3) (2)の三角形のうち，正十角形と1辺だけを共有する三角形の個数

解答　(1) 35本　(2) 120個　(3) 60個

解説

(1) 異なる10個の点から2個の点を選ぶ方法は

$${}_{10}C_2 \text{ 通り}$$

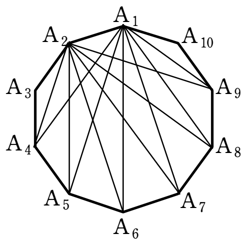
ゆえに，求める個数は

$${}_{10}C_2-10=\frac{10\cdot 9}{2\cdot 1}-10=35 \text{ (本)}$$

(2) 3個の頂点で三角形が1個できるから，求める個数は

$${}_{10}C_3=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=120 \text{ (個)}$$

(3) 正十角形の10個の頂点を右の図のように定める。



このとき，辺 A_1A_2 だけを共有する三角形の第3の頂点の選び方は

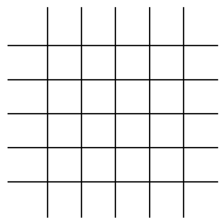
$$A_4,\ A_5,\ \cdots\cdots,\ A_9$$

の6通りある。

他の辺を共有する場合も同様であるから，求める個数は

$$6\times 10=60 \text{ (個)}$$

12．右の図のように，5本の平行線と，それらに直交する5本の平行線が，それぞれ両方とも同じ間隔 a $(a>0)$ で並んでいる。この10本の直線のうちの4本で囲まれる図形について，次の問いに答えよ。



(1) 長方形 (正方形を含む) は全部で何個あるか。

(2) 正方形は全部で何個あるか。

解答　(1) 100個　(2) 30個

解説

(1) 題意の長方形は，縦，横2本ずつの直線の組合せでできるから，求める個数は

$${}_5C_2\times{}_5C_2=\left(\frac{5\cdot 4}{2\cdot 1}\right)^2=10^2=100 \text{ (個)}$$

(2) 縦，横それぞれ5本の直線を用いてできる正方形は

[1] 隣り合う2本の直線で，1辺の長さが a の正方形

[2] 1本おきの2本の直線で，1辺の長さが $2a$ の正方形

[3] 2本おきの2本の直線で，1辺の長さが $3a$ の正方形

[4] 3本おきの2本の直線で，1辺の長さが $4a$ の正方形

ゆえに，それぞれの正方形の個数は

[1] の場合　$4\times 4=16$ (個)

[2] の場合　$3\times 3=9$ (個)

[3] の場合　$2\times 2=4$ (個)

[4] の場合　$1\times 1=1$ (個)

よって，求める正方形の個数は

$$16+9+4+1=30 \text{ (個)}$$

13．J，A，P，A，N，E，S，Eの8個の文字全部を使ってできる順列について，次のような並べ方は何通りあるか。

(1) 異なる並べ方

(2) JはPより左側にあり，かつPはNより左側にあるような並べ方

解答　(1) 10080通り　(2) 1680通り

解説

(1) 8個の文字のうち，A，Eがそれぞれ2個ずつあるから

$$\frac{8!}{2!2!}=\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}{2!}=10080 \text{ (通り)}$$

(2) 求める順列の数は，J，P，Nが同じ文字，例えばJ，J，Jと考えて，3つのJ，2つのA，2つのE，1つのSを1列に並べる方法の数と同じである。

よって　$\dfrac{8!}{3!2!2!}=\dfrac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{2!2!}=1680$ (通り)

14．8冊の異なる本を次のようにする方法は何通りあるか。

(1) 5冊，2冊，1冊の3組に分ける

(2) 2冊ずつ4人の生徒に与える

(3) 2冊ずつ4組に分ける

(4) 4冊，2冊，2冊の3組に分ける

解答　(1) 168通り　(2) 2520通り　(3) 105通り　(4) 210通り

解説

(1) まず，8冊から5冊を選ぶ方法は　${}_8C_5$ 通り

次に，残りの3冊から2冊を選ぶ方法は　${}_3C_2$ 通り

残りの1冊は1通りに定まるから，求める方法の総数は

$${}_8C_5\times{}_3C_2\times 1=56\times 3=168 \text{ (通り)}$$

(2) 4人の生徒をA，B，C，Dとする。

A，B，C，Dの順に与える2冊を選ぶとき，それぞれの選ぶ方法は ${}_8C_2$，${}_6C_2$，${}_4C_2$，1通りであるから

$${}_8C_2\times{}_6C_2\times{}_4C_2\times 1=2520 \text{ (通り)}$$

(3) (2)でA，B，C，Dの区別をなくすと，同じものが4!通りずつできるから

$$2520\div 4!=105 \text{ (通り)}$$

(4) 4冊，2冊，2冊の組を，それぞれA，B，Cとすると，A，B，Cに分ける方法は

$${}_8C_4\times{}_4C_2\times 1 \text{ (通り)}$$

B，Cの区別をなくすと，同じものが2!通りずつできるから

$${}_8C_4\times{}_4C_2\times 1\div 2!=210 \text{ (通り)}$$

15．$x+y+z=7$ を満たす負でない整数解の組 $(x,\ y,\ z)$ は何個あるか。

解答　36個

解説

$x+y+z=7$ を満たす負でない整数解，すなわち整数 x，y，z の組 $(x,\ y,\ z)$ は，7個の○と2個の仕切り｜の順列を考え，仕切りで分けられた3つの○の個数を，左から順に x，y，z とすると得られる。

よって，求める整数解の組の個数は，○7個と｜2個を1列に並べる順列の総数と同じで

$$\frac{9!}{7!2!}=36 \text{ (個)}$$

別解　求める整数解の組の個数は，3 種類の文字 x，y，z から重複を許して 7 個取る組合せの数に等しいから

$${}_3H_7={}_{3+7-1}C_7={}_9C_7={}_9C_2=36\text{（個）}$$

16. 白色カードが 5 枚，赤色カードが 2 枚，黒色カードが 1 枚ある。同じ色のカードは区別できないものとして，この 8 枚のカードを左から 1 列に並べるとき，次のような並べ方は，それぞれ何通りあるか。

(1)　赤色カードが隣り合う　　　(2)　両端のカードの色が異なる

解答　(1)　42 通り　　(2)　102 通り

解説

(1)　2 枚の赤色カードを 1 枚とみなして　$\dfrac{7!}{5!}=42$（通り）

(2)　8 枚のカードの並べ方は，全部で　$\dfrac{8!}{5!2!}=168$（通り）

両端のカードが同じ色になる場合の数を求めると

[1]　両端が白色のとき

白色カード 3 枚，赤色カード 2 枚，黒色カード 1 枚を並べる方法の数で

$$\frac{6!}{3!2!}=60\text{（通り）}$$

[2]　両端が赤色のとき

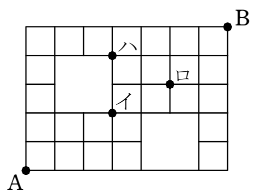
白色カード 5 枚，黒色カード 1 枚を並べる方法の数で

$$\frac{6!}{5!}=6\text{（通り）}$$

[1]，[2] から，求める場合の数は

$$168-(60+6)=102\text{（通り）}$$

17. 図のような道路網をもつ町がある。ただし，道路はすべて直角に交わっているものとする。次の最短経路は何通りあるか。



(1)　A 地点からイ地点とロ地点の両方を通って，B 地点に達する最短経路

(2)　A 地点からハ地点を通って，B 地点に達する最短経路

解答　(1)　180 通り　　(2)　75 通り

解説

(1)　A → イ，イ → ロ，ロ → B の最短経路は，それぞれ

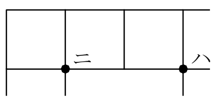
$$\frac{5!}{3!2!}=10\text{（通り）},\quad \frac{3!}{2!}=3\text{（通り）},\quad \frac{4!}{2!2!}=6\text{（通り）}$$

ゆえに，求める最短経路の数は　$10\cdot3\cdot6=180$（通り）

(2)　左から 2 本目，上から 2 本目の道路の交点をニとする。

[1]　A → イ → ハ の最短経路の数は　$\dfrac{5!}{3!2!}\times1=10$（通り）

[2]　A → ニ → ハ の最短経路の数は　$\dfrac{5!}{4!}\times1=5$（通り）



また，ハ → B の最短経路の数は　$\dfrac{5!}{4!}=5$（通り）

ゆえに，求める最短経路の数は　$(10+5)\cdot5=75$（通り）

18. 4 人乗りのボートが 2 そうある。5 人を，それらに分乗させる方法は何通りあるか。次の各場合について答えよ。

(1)　人もボートも区別しない。

(2)　人は区別しないが，ボートは区別する。

(3)　人もボートも区別するが，どの座席に着くかは区別しない。

(4)　人もボートも区別し，どの人がどの座席に着くかも区別する。

解答　(1)　2 通り　　(2)　4 通り　　(3)　30 通り　　(4)　6720 通り

解説

(1)　(4 人，1 人)，(3 人，2 人) の　　2 通り

(2)　(1) の各場合について 2 つのボート A，B に割り当てる方法が 2 通りあるから

$2\times2=4$（通り）

(3)　ボート A に 1 人，2 人，3 人，4 人乗る場合をそれぞれ数えて

$$\begin{aligned}{}_5C_1+{}_5C_2+{}_5C_3+{}_5C_4&={}_5C_1+{}_5C_2+{}_5C_2+{}_5C_1\\&=2\times{}_5C_1+2\times{}_5C_2\\&=2\times5+2\times10\\&=30\text{（通り）}\end{aligned}$$

別解　1 人が A，B のどちらかに乗る方法は　2 通り

よって，5 人が A，B のどちらかに乗る方法は　2^5 通り

このうち，一方のボートが 0 人になる場合を除いて　(2^5-2) 通り

すなわち　　30 通り

(4)　ボート A に 1 人乗る場合（ボート B に 4 人乗る場合）

A の座席の決め方は　4 通り

B の座席の決め方は　${}_4P_4$ 通り

よって，座席の決め方は　$4\times{}_4P_4$ 通り

ボート A に 2 人乗る場合（ボート B に 3 人乗る場合）

A の座席の決め方は　${}_4P_2$ 通り

B の座席の決め方は　${}_4P_3$ 通り

よって，座席の決め方は　${}_4P_2\times{}_4P_3$ 通り

ボート A に 3 人乗る場合（ボート B に 2 人乗る場合）

A の座席の決め方は　${}_4P_3$ 通り

B の座席の決め方は　${}_4P_2$ 通り

よって，座席の決め方は　${}_4P_3\times{}_4P_2$ 通り

ボート A に 4 人乗る場合（ボート B に 1 人乗る場合）

A の座席の決め方は　${}_4P_4$ 通り

B の座席の決め方は　4 通り

よって，座席の決め方は　${}_4P_4\times4$ 通り

ゆえに，求める場合の数は

$$\begin{aligned}&{}_5C_1\times4\times{}_4P_4+{}_5C_2\times{}_4P_2\times{}_4P_3+{}_5C_3\times{}_4P_3\times{}_4P_2+{}_5C_4\times{}_4P_4\times4\\&=2\times{}_5C_1\times4\times{}_4P_4+2\times{}_5C_2\times{}_4P_2\times{}_4P_3\\&=2\times5\times4\times24+2\times10\times12\times24\\&=960+5760=6720\text{（通り）}\end{aligned}$$

別解　2 つのボートの座席に 1 番から 8 番までの番号をつけて，5 人を着席させる方法と同じで　${}_8P_5=6720$（通り）