

- |   |   |
|---|---|
| <p>1. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別するものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。</p>       | <p>5. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別するものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。</p>       |
| <p>2. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別しないが袋は区別するものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。</p> | <p>6. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別しないが袋は区別するものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。</p> |
| <p>3. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別するが袋は区別しないものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。</p> | <p>7. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別するが袋は区別しないものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。</p> |
| <p>4. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別しないものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。</p>      | <p>8. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別しないものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。</p>      |

9. 6 個の玉を 3 つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別するものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。	13. 6 個の玉を 3 つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別するものとし、各袋に少なくとも 1 つは玉が入るものとする。
10. 6 個の玉を 3 つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別しないが袋は区別するものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。	14. 6 個の玉を 3 つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別しないが袋は区別するものとし、各袋に少なくとも 1 つは玉が入るものとする。
11. 6 個の玉を 3 つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別するが袋は区別しないものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。	15. 6 個の玉を 3 つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別するが袋は区別しないものとし、各袋に少なくとも 1 つは玉が入るものとする。
12. 6 個の玉を 3 つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別しないものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。	16. 6 個の玉を 3 つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別しないものとし、各袋に少なくとも 1 つは玉が入るものとする。

1. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別するものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。
5. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別するものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。

$$2^6 = 64 \text{ 通り}$$

$(6,0)$  $(0,6)$  $\searrow$  $31<$

$$\binom{6C_0 + 6C_1 + 6C_2 + 6C_3 + 6C_4 + 6C_5 + 6C_6}{= 1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 64}$$

$$2^6 - 2 = 62 \text{ 通り}$$

$$\binom{6C_1 + 6C_2 + 6C_3 + 6C_4 + 6C_5}{= 6 + 15 + 20 + 15 + 6 = 62}$$

2. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別しないが袋は区別するものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。
6. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別しないが袋は区別するものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。

$$7C_1 = 7 \text{ 通り}$$

$(6,0)$  $(0,6)$  $\searrow$  $31<$

先1, 入めてあり、残り4個の玉の振り分け

$$5C_1 = 5 \text{ 通り}$$

3. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別するが袋は区別しないものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。
7. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別するが袋は区別しないものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。

問題 11に対して、袋の区別をなくすと  
2通りずつ同じ分け方が出た？

$$\frac{64}{2} = 32 \text{ 通り}$$

$(6,0)$  $\searrow$  $31<$

問題 5に対して、袋の区別をなくすと  
2通りずつ同じ分け方が出た？

$$\frac{62}{2} = 31 \text{ 通り}$$

4. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別しないものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。
8. 6個の玉を2つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別しないものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。

問題 2の7通りのうち、(3,3)を除く6通りは  
袋の区別をなくすと、2通りずつ同じ分け方が出た？

$$1 + \frac{7-1}{2} = 4 \text{ 通り}$$

$(6,0)$  $\searrow$  $31<$

$$\left( \begin{array}{c|c|c|c} (3,3) & (0,6) & (1,5) & (2,4) \\ \hline (6,0) & (5,1) & (4,2) & \end{array} \right)$$

問題 6の5通りのうち、(3,3)を除く4通りは  
袋の区別をなくすと、2通りずつ同じ分け方が  
出た？

$$1 + \frac{5-1}{2} = 3 \text{ 通り}$$

$$\left( \begin{array}{c|c|c} (3,3) & (1,5) & (2,4) \\ \hline & (5,1) & (4,2) \end{array} \right)$$

9. 6個の玉を3つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別するものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。

$$3^6 = 729 \text{ 通り}$$

10. 6個の玉を3つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別しないが袋は区別するものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。

$$000000 \parallel \quad \therefore \frac{8!}{6!2!} = 28 \text{ 通り} \quad (8C_2 \text{ だけ})$$

問題12において各分け方で、袋に区別をつける

$$6-0-0 \Rightarrow \frac{3!}{2!} \text{ 通り} \quad 3-3-0 \Rightarrow \frac{3!}{2!} \text{ 通り}$$

$$5-1-0 \Rightarrow 3! \text{ 通り} \quad 3-2-1 \Rightarrow 3! \text{ 通り}$$

$$4-2-0 \Rightarrow 3! \text{ 通り} \quad 2-2-2 \Rightarrow \frac{3!}{3!} \text{ 通り}$$

$$4-1-1 \Rightarrow \frac{3!}{2!} \text{ 通り} \quad \text{すべて足して } 28 \text{ 通り}$$

11. 6個の玉を3つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別するが袋は区別しないものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。

(6,0,0) は問題9において、3通りと数え34が区別なく21通り  
729通りの中、3通り以外が726通りの中、1は袋の区別を  
なくすると、3!通り同じものが出てくるので  $\frac{726}{3!} = 121 \text{ 通り}$

$$1 + 121 = 122 \text{ 通り}$$

2袋空き、(6,0,0) の1通り

1袋空き (5,1,0) の分け方

6つの玉を2つに分ける分け方は問題7より 3! 通り

$$122 - (1+3!) = 90 \text{ 通り}$$

12. 6個の玉を3つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別しないものとし、空きの袋が出来てもよいものとする。

$$(6,0,0) \quad (3,3,0)$$

$$(5,1,0) \quad (3,2,1)$$

$$(4,2,0) \quad (2,2,2)$$

$$(4,1,1)$$

の7通り

$$(6,0,0) \quad (4,2,0)$$

$$(5,1,0) \quad (3,3,0)$$

を3! 通り

13. 6個の玉を3つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別するものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。

$$2 \text{ 袋空く } 3 \text{ 通り}$$

$$1 \text{ 袋空く } 3C_1(2^6 - 2) = 434 \text{ 問題9より}$$

$$729 - \{3 + 3C_1(2^6 - 2)\} = 540 \text{ 通り}$$

問題15において袋に区別をつける3! 通り  
で考える

$$90 \times 3! = 540 \text{ 通り}$$

14. 6個の玉を3つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別しないが袋は区別するものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。

1玉は玉を1つずつ袋に47通り、3つずつ23

$$000 \parallel \quad \therefore \frac{5!}{3!2!} = 10 \text{ 通り} \quad (5C_2 \text{ だけ})$$

2袋空くのが  
3通り

1袋空くのが

$$3C_1 \times 5 \text{ 通り} = 15 \text{ 通り}$$

どの袋も空く 62の玉の振り分け

問題16において袋に区別をつける

$$1-2-3 \Rightarrow 3! \text{ 通り}$$

$$1-1-4 \Rightarrow \frac{3!}{2!} \text{ 通り}$$

$$2-2-2 \Rightarrow \frac{3!}{3!} \text{ 通り}$$

$$10 \text{ 通り}$$

15. 6個の玉を3つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉は区別するが袋は区別しないものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。

問題13において袋の区別をなくすると3! 通りと同じ

分け方が出てくる

$$\frac{540}{3!} = \frac{540}{6} = 90 \text{ 通り}$$

(21) 問題16の各分け方で玉の区別をつける (袋は区別しない)

$$3-2-1 \Rightarrow 6C_3 \times 3C_2 \times 1C_1 = 60$$

$$4-1-1 \Rightarrow \frac{6C_4 \times 2C_1 \times 1C_1}{2!} = 15$$

$$2-2-2 \Rightarrow \frac{6C_2 \times 4C_2 \times 2C_2}{3!} = 15$$

$$60 + 15 + 15$$

$$= 90 \text{ 通り}$$

16. 6個の玉を3つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし、玉も袋も区別しないものとし、各袋に少なくとも1つは玉が入るものとする。

$$(1,2,3)$$

$$(1,1,4)$$

$$(2,2,2)$$

の3通り