

1. 次の 2 つの集合  $A, B$  について,  $A \cap B$  と  $A \cup B$  を求めよ。

(1)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

(2)  $A = \{x \mid x \text{ は整数}, -2 \leq x \leq 3\}, B = \{2n - 1 \mid n = 0, 1, 2\}$

(3)  $A = \{x \mid x^2 = 1\}, B = \{x \mid x^2 - 2x = 0\}$

2. 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  の部分集合  $A, B$  を  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  とする。次の集合を求めよ。

(1)  $A \cap B$  (2)  $\overline{A}$  (3)  $\overline{B}$

(4)  $\overline{A} \cap B$  (5)  $A \cap \overline{B}$  (6)  $\overline{A} \cup \overline{B}$

3.  $U = \{a, b, c, d\}$  の部分集合をすべて求めよ。

4. 全体集合を 1 桁の自然数全体の集合とし, その部分集合  $A, B$  について,

$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 5, 6, 8\}, \overline{A} \cap B = \{9\}, \overline{A} \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

であるとき,  $A$  と  $B$  を求めよ。

5.  $A = \{n \mid n \text{ は } 16 \text{ の正の約数}\}, B = \{n \mid n \text{ は } 20 \text{ の正の約数}\},$

$C = \{n \mid n \text{ は } 8 \text{ 以下の正の偶数}\}$  とし,  $D = A \cap B$  とする。このとき, 集合  $D,$

$(A \cap B) \cap C, (A \cap B) \cup C$  をそれぞれ求めよ。

6. 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  の部分集合  $A, B$  について,

$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 4, 8\}, \overline{A} \cap B = \{6, 9\}, A \cap \overline{B} = \{2, 5, 7\}$

であるとき, 次の集合を求めよ。

(1)  $A \cup B$  (2)  $A$  (3)  $B$

7. 全体集合  $U$  を 1 桁の自然数全体の集合とし,  $U$  の部分集合  $A, B$  を  $A = \{1, 3, 7, 9\}, B = \{3, 6, 7\}$  とする。このとき, 次の個数を求めよ。

(1)  $n(A)$  (2)  $n(\overline{B})$  (3)  $n(A \cap B)$  (4)  $n(A \cup B)$  (5)  $n(\overline{A \cup B})$

8. 全体集合  $U$  の部分集合  $A, B$  について,  $n(U) = 60, n(A) = 32, n(B) = 25,$

$n(A \cap B) = 17$  であるとき, 次の集合の要素の個数を求めよ。

(1)  $\overline{A}$  (2)  $\overline{A \cap B}$  (3)  $A \cup B$  (4)  $\overline{A} \cap \overline{B}$

9. 1 から 150 までの整数のうち, 次のような数はいくつあるか。

(1) 5 の倍数 (2) 2 の倍数でない数

(3) 10 の倍数 (4) 2 の倍数または 5 の倍数

10. 1 から 50 までの整数のうち, 次のような数はいくつあるか。

(1) 3 で割り切れる数 (2) 4 で割り切れない数

(3) 3 と 4 の少なくとも一方で割り切れる数

11. 100 人の生徒が 2 つの試験 A, B を受験したところ, A の合格者が 65 人, B の合格者が 72 人, 両方とも不合格の生徒は 10 人であった。このとき, 次の生徒の人数を求めよ。

(1) 少なくとも一方に合格した生徒                      (2) 両方とも合格した生徒

(3) A にだけ合格した生徒

12. 生徒 60 人に数学と英語のテストをしたところ, 両方とも不合格だった生徒が 7 人, 英語だけに合格した生徒が 9 人であった。少なくとも一方に合格した生徒, 数学に合格した生徒はそれぞれ何人か。

13. 集合  $A, B$  は全体集合  $U$  の部分集合で,  $n(U) = 100$ ,  $n(A \cup B) = 70$ ,  $n(A \cap B) = 15$ ,  $n(A \cap \overline{B}) = 40$  である。次の集合の要素の個数を求めよ。

(1)  $A$                       (2)  $B$                       (3)  $\overline{A} \cap \overline{B}$                       (4)  $\overline{A} \cap B$                       (5)  $\overline{A} \cup \overline{B}$

14. 5 個の文字 a, a, a, b, c から, 3 個を選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

15. 大中小 3 個のさいころを投げるとき, 目の積が 6 になる場合は何通りあるか。

16. 4 冊の数学の参考書  $a, b, c, d$  から 1 冊, 3 冊の英語の参考書  $p, q, r$  から 1 冊の, 計 2 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

17. 次の式を展開したときの項の個数を求めよ。

(1)  $(a + b + c + d)(x + y + z)$                       (2)  $(a + b)(p + q + r)(x + y + z)$

18. 3 桁の自然数のうち, 奇数はいくつあるか。

19. 大小 2 個のさいころを投げるとき, 目の和が次のようになる場合は何通りあるか。

(1) 8                      (2) 4 または 5                      (3) 6 の倍数

20. 次の数の正の約数の個数と, その約数全体の和を求めよ。

(1) 32                      (2) 800                      (3) 60

1. 次の 2 つの集合  $A, B$  について、 $A \cap B$  と  $A \cup B$  を求めよ。

- (1)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$   
(2)  $A = \{x \mid x \text{ は整数}, -2 \leq x \leq 3\}, B = \{2n - 1 \mid n = 0, 1, 2\}$   
(3)  $A = \{x \mid x^2 = 1\}, B = \{x \mid x^2 - 2x = 0\}$

**解答**  $A \cap B, A \cup B$  の順に (1)  $\{2, 4\}, \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$   
(2)  $\{-1, 1, 3\}, \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  (3)  $\phi, \{-1, 0, 1, 2\}$

**解説**

- (1)  $A \cap B = \{2, 4\}, A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$   
(2)  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}, B = \{-1, 1, 3\}$  であるから  
 $A \cap B = \{-1, 1, 3\}, A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$   
(3)  $x^2 = 1$  を解くと  $x = \pm 1$  よって  $A = \{-1, 1\}$   
 $x^2 - 2x = 0$  を解くと、 $x(x - 2) = 0$  から  $x = 0, 2$  ゆえに  $B = \{0, 2\}$   
よって  $A \cap B = \phi, A \cup B = \{-1, 0, 1, 2\}$

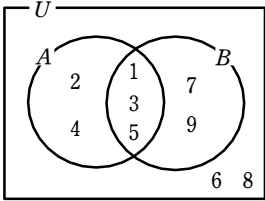
2. 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  の部分集合  $A, B$  を  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  とする。次の集合を求めよ。

- (1)  $A \cap B$  (2)  $\overline{A}$  (3)  $\overline{B}$   
(4)  $\overline{A \cap B}$  (5)  $A \cap \overline{B}$  (6)  $\overline{A \cup B}$

**解答** (1)  $\{1, 3, 5\}$  (2)  $\{6, 7, 8, 9\}$  (3)  $\{2, 4, 6, 8\}$  (4)  $\{7, 9\}$   
(5)  $\{2, 4\}$  (6)  $\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

**解説**

- (1)  $A \cap B = \{1, 3, 5\}$   
(2)  $\overline{A} = \{6, 7, 8, 9\}$   
(3)  $\overline{B} = \{2, 4, 6, 8\}$   
(4)  $\overline{A \cap B} = \{7, 9\}$   
(5)  $A \cap \overline{B} = \{2, 4\}$   
(6)  $\overline{A \cup B} = \{6, 7, 8, 9\}$



3.  $U = \{a, b, c, d\}$  の部分集合をすべて求めよ。

**解答**  $\{a, b, c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b\}, \{a, c\},$   
 $\{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \phi$

**解説**

$U$  の部分集合の要素の個数は、0 個から 4 個まで 5 つの場合がある。

- 4 個のとき  $\{a, b, c, d\}$   
3 個のとき  $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$   
2 個のとき  $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$   
1 個のとき  $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$   
0 個のとき  $\phi$

4. 全体集合を 1 桁の自然数全体の集合とし、その部分集合  $A, B$  について、

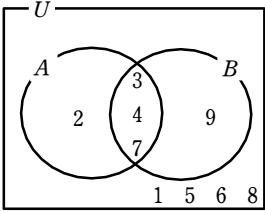
$\overline{A \cap B} = \{1, 5, 6, 8\}, \overline{A \cap B} = \{9\}, \overline{A \cup B} = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$   
であるとき、 $A$  と  $B$  を求めよ。

**解答**  $A = \{2, 3, 4, 7\}, B = \{3, 4, 7, 9\}$

**解説**

全体集合を  $U$  とし、 $\overline{A \cap B}, \overline{A \cap B}, \overline{A \cup B}$  の要素を図に書き込んでいくと、右のようになる。

よって  $A = \{2, 3, 4, 7\},$   
 $B = \{3, 4, 7, 9\}$



5.  $A = \{n \mid n \text{ は } 16 \text{ の正の約数}\}, B = \{n \mid n \text{ は } 20 \text{ の正の約数}\},$   
 $C = \{n \mid n \text{ は } 8 \text{ 以下の正の偶数}\}$  とし、 $D = A \cap B$  とする。このとき、集合  $D,$   
 $(A \cap B) \cap C, (A \cap B) \cup C$  をそれぞれ求めよ。

**解答** 順に  $\{1, 2, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4, 6, 8\}$

**解説**

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}, B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, C = \{2, 4, 6, 8\}$  であるから  
 $D = A \cap B = \{1, 2, 4\}$   
よって  $(A \cap B) \cap C = D \cap C = \{2, 4\}$   
 $(A \cap B) \cup C = D \cup C = \{1, 2, 4, 6, 8\}$

6. 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  の部分集合  $A, B$  について、  
 $\overline{A \cap B} = \{1, 4, 8\}, \overline{A \cap B} = \{6, 9\}, A \cap \overline{B} = \{2, 5, 7\}$

であるとき、次の集合を求めよ。

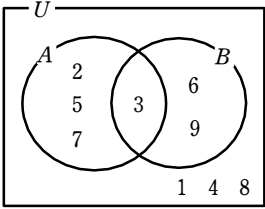
- (1)  $A \cup B$  (2)  $A$  (3)  $B$

**解答** (1)  $\{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$  (2)  $\{2, 3, 5, 7\}$  (3)  $\{3, 6, 9\}$

**解説**

$\overline{A \cap B}, \overline{A \cap B}, A \cap \overline{B}, U$  の要素を図に書き込んでいくと、右のようになる。

- (1)  $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$   
(2)  $A = \{2, 3, 5, 7\}$   
(3)  $B = \{3, 6, 9\}$



7. 全体集合  $U$  を 1 桁の自然数全体の集合とし、 $U$  の部分集合  $A, B$  を  $A = \{1, 3, 7, 9\}, B = \{3, 6, 7\}$  とする。このとき、次の個数を求めよ。

- (1)  $n(A)$  (2)  $n(\overline{B})$  (3)  $n(A \cap B)$  (4)  $n(A \cup B)$  (5)  $n(\overline{A \cup B})$

**解答** (1) 4 (2) 6 (3) 2 (4) 5 (5) 4

**解説**

- (1)  $n(A) = 4$   
(2)  $n(U) = 9$  であるから  
 $n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 9 - 3 = 6$   
(3)  $A \cap B = \{3, 7\}$  であるから  $n(A \cap B) = 2$   
(4)  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4 + 3 - 2 = 5$   
(5)  $n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 9 - 5 = 4$

8. 全体集合  $U$  の部分集合  $A, B$  について、 $n(U) = 60, n(A) = 32, n(B) = 25,$   
 $n(A \cap B) = 17$  であるとき、次の集合の要素の個数を求めよ。

- (1)  $\overline{A}$  (2)  $\overline{A \cap B}$  (3)  $A \cup B$  (4)  $\overline{A \cap B}$

**解答** (1) 28 (2) 43 (3) 40 (4) 20

**解説**

- (1)  $n(\overline{A}) = n(U) - n(A) = 60 - 32 = 28$   
(2)  $n(\overline{A \cap B}) = n(U) - n(A \cap B) = 60 - 17 = 43$   
(3)  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 32 + 25 - 17 = 40$   
(4)  $n(\overline{A \cap B}) = n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 60 - 40 = 20$

9. 1 から 150 までの整数のうち、次のような数はいくつあるか。

- (1) 5 の倍数 (2) 2 の倍数でない数  
(3) 10 の倍数 (4) 2 の倍数または 5 の倍数

**解答** (1) 30 個 (2) 75 個 (3) 15 個 (4) 90 個

**解説**

1 から 150 までの整数全体の集合を全体集合  $U$  とし、 $U$  の部分集合のうち、5 の倍数全体の集合を  $A$ 、2 の倍数全体の集合を  $B$  とする。

- (1)  $A = \{5 \cdot 1, 5 \cdot 2, \dots, 5 \cdot 30\}$  であるから  $n(A) = 30$  (個)  
(2)  $B = \{2 \cdot 1, 2 \cdot 2, \dots, 2 \cdot 75\}$  であるから  $n(B) = 75$   
よって  $n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 150 - 75 = 75$  (個)  
(3)  $U$  の部分集合のうち、10 の倍数全体の集合は  $\{10 \cdot 1, 10 \cdot 2, \dots, 10 \cdot 15\}$   
よって 15 個  
(4) 2 の倍数または 5 の倍数全体の集合は  $A \cup B$  で表される。  
 $A \cap B$  は 10 の倍数全体の集合を表すから

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 75 - 15 = 90 \text{ (個)}$$

10. 1 から 50 までの整数のうち、次のような数はいくつあるか。

- (1) 3 で割り切れる数 (2) 4 で割り切れない数  
(3) 3 と 4 の少なくとも一方で割り切れる数

**解答** (1) 16 個 (2) 38 個 (3) 24 個

**解説**

1 から 50 までの整数全体の集合を全体集合  $U$  とし、 $U$  の部分集合のうち、3 で割り切れる数全体の集合を  $A$ 、4 で割り切れる数全体の集合を  $B$  とする。

- (1)  $A = \{3 \cdot 1, 3 \cdot 2, \dots, 3 \cdot 16\}$  であるから  $n(A) = 16$  (個)  
(2)  $B = \{4 \cdot 1, 4 \cdot 2, \dots, 4 \cdot 12\}$  であるから  $n(B) = 12$   
よって  $n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 50 - 12 = 38$  (個)  
(3) 3 と 4 の少なくとも一方で割り切れる数全体の集合は  $A \cup B$  で表される。  
また、 $A \cap B$  は 3 かつ 4 で割り切れる数、すなわち 12 で割り切れる数全体の集合を表し  
 $A \cap B = \{12 \cdot 1, 12 \cdot 2, 12 \cdot 3, 12 \cdot 4\}$   
よって  $n(A \cap B) = 4$   
ゆえに  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 16 + 12 - 4 = 24$  (個)

11. 100 人の生徒が 2 つの試験 A, B を受験したところ、A の合格者が 65 人、B の合格者が 72 人、両方とも不合格の生徒は 10 人であった。このとき、次の生徒の人数を求めよ。

- (1) 少なくとも一方に合格した生徒 (2) 両方とも合格した生徒  
(3) A にだけ合格した生徒

**解答** (1) 90 人 (2) 47 人 (3) 18 人

**解説**

生徒 100 人の集合を全体集合  $U$ 、試験 A に合格した生徒全体の集合を  $A$ 、試験 B に合格した生徒全体の集合を  $B$  とすると

$$n(U) = 100, n(A) = 65, n(B) = 72, n(\overline{A \cap B}) = n(\overline{A \cup B}) = 10$$

- (1) 少なくとも一方に合格した生徒全体の集合は  $A \cup B$  で表される。  
よって  $n(A \cup B) = n(U) - n(\overline{A \cup B}) = 100 - 10 = 90$  (人)

(2) 両方に合格した生徒全体の集合は  $A \cap B$  で表される。

よって  $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 65 + 72 - 90 = 47$  (人)

(3)  $A$  にだけ合格した生徒全体の集合は  $A \cap \overline{B}$  で表される。

よって  $n(A \cap \overline{B}) = n(A) - n(A \cap B) = 65 - 47 = 18$  (人)

12. 生徒 60 人に数学と英語のテストをしたところ、両方とも不合格だった生徒が 7 人、英語だけに合格した生徒が 9 人であった。少なくとも一方に合格した生徒、数学に合格した生徒はそれぞれ何人か。

**解答** 順に 53 人, 44 人

**解説**

生徒 60 人の集合を全体集合  $U$ 、数学に合格した生徒全体の集合を  $A$ 、英語に合格した生徒全体の集合を  $B$  とすると

$$n(\overline{A \cup B}) = 7, \quad n(\overline{A \cap B}) = 9$$

少なくとも一方に合格した生徒全体の集合は  $A \cup B$  で表されるから

$$n(A \cup B) = n(U) - n(\overline{A \cup B}) = 60 - 7 = 53 \text{ (人)}$$

また、数学に合格した生徒全体の集合  $A$  について

$$n(A) = n(A \cup B) - n(\overline{A \cap B}) = 53 - 9 = 44 \text{ (人)}$$

13. 集合  $A, B$  は全体集合  $U$  の部分集合で、 $n(U) = 100$ 、 $n(A \cup B) = 70$ 、 $n(A \cap B) = 15$ 、 $n(A \cap \overline{B}) = 40$  である。次の集合の要素の個数を求めよ。

(1)  $A$                       (2)  $B$                       (3)  $\overline{A \cap B}$                       (4)  $\overline{A \cap B}$                       (5)  $\overline{A \cup B}$

**解答** (1) 55      (2) 30      (3) 30      (4) 15      (5) 85

**解説**

(1)  $n(A) = n(A \cap \overline{B}) + n(A \cap B) = 40 + 15 = 55$

(2)  $n(B) = n(A \cup B) - n(A \cap \overline{B}) = 70 - 40 = 30$

(3)  $n(\overline{A \cap B}) = n(\overline{A \cup B}) + n(A \cap B) = 100 - 70 = 30$

(4)  $n(\overline{A \cap B}) = n(B) - n(A \cap B) = 30 - 15 = 15$

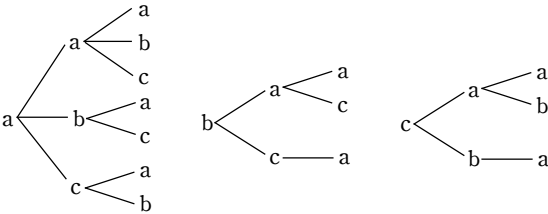
(5)  $n(\overline{A \cup B}) = n(\overline{A \cap B}) - n(A \cap B) = 100 - 15 = 85$

14. 5 個の文字 a, a, a, b, c から、3 個を選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

**解答** 13 通り

**解説**

次の樹形図から      13 通り



**別解** aaa, aab, aac, aba, abc, aca, acb, baa, bac, bca, caa, cab, cba の 13 通り

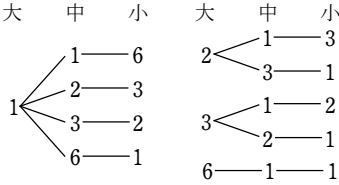
15. 大中小 3 個のさいころを投げるとき、目の積が 6 になる場合は何通りあるか。

**解答** 9 通り

**解説**

目の積が 6 になる目の出方を、樹形図をかいて調べると右のようになる。

したがって      9 通り



16. 4 冊の数学の参考書  $a, b, c, d$  から 1 冊、3 冊の英語の参考書  $p, q, r$  から 1 冊の、計 2 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

**解答** 12 通り

**解説**

$a, b, c, d$  の 4 冊から 1 冊を選ぶ方法は      4 通り

そのおのおのに対して、 $p, q, r$  の 3 冊から 1 冊を選ぶ方法は      3 通り

よって、求める場合の数は       $4 \times 3 = 12$  (通り)

17. 次の式を展開したときの項の個数を求めよ。

(1)  $(a + b + c + d)(x + y + z)$                       (2)  $(a + b)(p + q + r)(x + y + z)$

**解答** (1) 12 個      (2) 18 個

**解説**

(1)  $(a + b + c + d)(x + y + z)$  を展開したときの各項は次の形になる。

$$(a, b, c, d \text{ のどれか 1 つ}) \times (x, y, z \text{ のどれか 1 つ})$$

よって、展開したときの項の個数は       $4 \times 3 = 12$  (個)

(2)  $(a + b)(p + q + r)(x + y + z)$  を展開したときの各項は次の形になる。

$$(a \text{ か } b \text{ の一方}) \times (p, q, r \text{ のどれか 1 つ}) \times (x, y, z \text{ のどれか 1 つ})$$

よって、展開したときの項の個数は       $2 \times 3 \times 3 = 18$  (個)

18. 3 桁の自然数のうち、奇数はいくつあるか。

**解答** 450 個

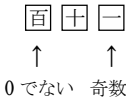
**解説**

一の位は奇数であればよいから、1, 3, 5, 7, 9 の      5 通り

そのおのおのに対して、十の位の数字は 0 から 9 までの 10 通り、

百の位の数字は 1 から 9 までの 9 通りある。

よって、求める個数は       $5 \times 10 \times 9 = 450$  (個)



19. 大小 2 個のさいころを投げるとき、目の和が次のようになる場合は何通りあるか。

(1) 8                      (2) 4 または 5                      (3) 6 の倍数

**解答** (1) 5 通り      (2) 7 通り      (3) 6 通り

**解説**

(1) 目の和が 8 になるのは、右の表から

5 通り

大	2	3	4	5	6
小	6	5	4	3	2

(2) [1] 目の和が 4 になるのは      3 通り

[2] 目の和が 5 になるのは      4 通り

[1], [2] から       $3 + 4 = 7$  (通り)

[1]

大	1	2	3
小	3	2	1

[2]

大	1	2	3	4
小	4	3	2	1

(3) 目の和が 6 の倍数になるのは、和が

6 または 12 のときである。

[1] 目の和が 6 になるのは      5 通り

[2] 目の和が 12 になるのは      1 通り

[1], [2] から       $5 + 1 = 6$  (通り)

[1]

大	1	2	3	4	5
小	5	4	3	2	1

[2]

大	6
小	6