

1. 次の2つの集合 A, B について、 $A \cap B$ と $A \cup B$ を求めよ。

- (1) $A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B=\{0, 1, 2, 3, 4\}$
 (2) $A=\{x \mid x \text{は整数}, -2 \leq x \leq 3\}$, $B=\{2n-1 \mid n=0, 1, 2\}$
 (3) $A=\{x \mid x^2=1\}$, $B=\{x \mid x^2-2x=0\}$

2. 全体集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A, B を $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$ とする。次の集合を求めよ。

- (1) $A \cap B$ (2) \overline{A} (3) \overline{B}
 (4) $\overline{A} \cap B$ (5) $A \cap \overline{B}$ (6) $\overline{A} \cup \overline{B}$

3. $U=\{a, b, c, d\}$ の部分集合をすべて求めよ。4. 全体集合を1桁の自然数全体の集合とし、その部分集合 A, B について、
 $\overline{A} \cap \overline{B}=\{1, 5, 6, 8\}$, $\overline{A} \cap B=\{9\}$, $\overline{A} \cup B=\{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 であるとき、 A と B を求めよ。5. $A=\{n \mid n \text{は} 16 \text{の正の約数}\}$, $B=\{n \mid n \text{は} 20 \text{の正の約数}\}$,
 $C=\{n \mid n \text{は} 8 \text{以下の正の偶数}\}$ とし、 $D=A \cap B$ とする。このとき、集合 D ,
 $(A \cap B) \cap C$, $(A \cap B) \cup C$ をそれぞれ求めよ。8. 全体集合 U の部分集合 A, B について、 $n(U)=60$, $n(A)=32$, $n(B)=25$,
 $n(A \cap B)=17$ であるとき、次の集合の要素の個数を求めよ。

- (1) \overline{A} (2) $\overline{A} \cap \overline{B}$ (3) $A \cup B$ (4) $\overline{A} \cap \overline{B}$

6. 全体集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A, B について、
 $\overline{A} \cap \overline{B}=\{1, 4, 8\}$, $\overline{A} \cap B=\{6, 9\}$, $A \cap \overline{B}=\{2, 5, 7\}$
 であるとき、次の集合を求めよ。

- (1) $A \cup B$ (2) A (3) B

9. 1から150までの整数のうち、次のような数はいくつあるか。

- (1) 5の倍数 (2) 2の倍数でない数
 (3) 10の倍数 (4) 2の倍数または5の倍数

7. 全体集合 U を1桁の自然数全体の集合とし、 U の部分集合 A, B を $A=\{1, 3, 7, 9\}$, $B=\{3, 6, 7\}$ とする。このとき、次の個数を求めよ。

- (1) $n(A)$ (2) $n(\overline{B})$ (3) $n(A \cap B)$ (4) $n(A \cup B)$ (5) $n(\overline{A \cup B})$

10. 1から50までの整数のうち、次のような数はいくつあるか。

- (1) 3で割り切れる数 (2) 4で割り切れない数
 (3) 3と4の少なくとも一方で割り切れる数

11. 100人の生徒が2つの試験 A, B を受験したところ, A の合格者が 65 人, B の合格者が 72 人, 両方とも不合格の生徒は 10 人であった。このとき, 次の生徒の人数を求めよ。

- (1) 少なくとも一方に合格した生徒 (2) 両方とも合格した生徒
(3) A にだけ合格した生徒

12. 生徒 60 人に数学と英語のテストをしたところ, 両方とも不合格だった生徒が 7 人, 英語だけに合格した生徒が 9 人であった。少なくとも一方に合格した生徒, 数学に合格した生徒はそれぞれ何人か。

13. 集合 A , B は全体集合 U の部分集合で, $n(U) = 100$, $n(A \cup B) = 70$, $n(A \cap B) = 15$, $n(A \cap \overline{B}) = 40$ である。次の集合の要素の個数を求めよ。

- (1) A (2) B (3) $\overline{A} \cap \overline{B}$ (4) $\overline{A} \cap B$ (5) $\overline{A} \cup \overline{B}$

14. 5 個の文字 a , a , a , b , c から, 3 個を選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

15. 大中小 3 個のさいころを投げるとき, 目の積が 6 になる場合は何通りあるか。

16. 4 冊の数学の参考書 a , b , c , d から 1 冊, 3 冊の英語の参考書 p , q , r から 1 冊の, 計 2 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

17. 次の式を展開したときの項の個数を求めよ。

- (1) $(a+b+c+d)(x+y+z)$ (2) $(a+b)(p+q+r)(x+y+z)$

18. 3 術の自然数のうち, 奇数はいくつあるか。

19. 大小 2 個のさいころを投げるとき, 目の和が次のようになる場合は何通りあるか。
(1) 8 (2) 4 または 5 (3) 6 の倍数

20. 次の数の正の約数の個数と, その約数全体の和を求めよ。

- (1) 32 (2) 800 (3) 60

1. 次の 2 つの集合 A, B について, $A \cap B$ と $A \cup B$ を求めよ。

- (1) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
 (2) $A = \{x \mid x \text{ は整数}, -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{2n-1 \mid n=0, 1, 2\}$
 (3) $A = \{x \mid x^2=1\}$, $B = \{x \mid x^2-2x=0\}$

解答 $A \cap B, A \cup B$ の順に (1) $\{2, 4\}$, $\{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$
 (2) $\{-1, 1, 3\}$, $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ (3) $\emptyset, \{-1, 0, 1, 2\}$

解説

- (1) $A \cap B = \{2, 4\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$
 (2) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{-1, 1, 3\}$ であるから
 $A \cap B = \{-1, 1, 3\}$, $A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 (3) $x^2=1$ を解くと $x = \pm 1$ よって $A = \{-1, 1\}$
 $x^2-2x=0$ を解くと, $x(x-2)=0$ から $x=0, 2$ ゆえに $B = \{0, 2\}$
 よって $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2\}$

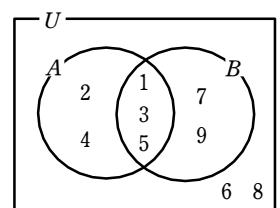
2. 全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A, B を $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ とする。次の集合を求めよ。

- (1) $A \cap B$ (2) \overline{A} (3) \overline{B}
 (4) $\overline{A} \cap B$ (5) $A \cap \overline{B}$ (6) $\overline{A} \cup \overline{B}$

解答 (1) $\{1, 3, 5\}$ (2) $\{6, 7, 8, 9\}$ (3) $\{2, 4, 6, 8\}$ (4) $\{7, 9\}$
 (5) $\{2, 4\}$ (6) $\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

解説

- (1) $A \cap B = \{1, 3, 5\}$
 (2) $\overline{A} = \{6, 7, 8, 9\}$
 (3) $\overline{B} = \{2, 4, 6, 8\}$
 (4) $\overline{A} \cap B = \{7, 9\}$
 (5) $A \cap \overline{B} = \{2, 4\}$
 (6) $\overline{A} \cup \overline{B} = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

3. $U = \{a, b, c, d\}$ の部分集合をすべて求めよ。

解答 $\{a, b, c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \emptyset$

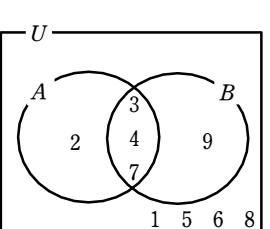
解説

U の部分集合の要素の個数は, 0 個から 4 個まで 5 つの場合がある。

4 個のとき $\{a, b, c, d\}$ 3 個のとき $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$ 2 個のとき $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$ 1 個のとき $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$ 0 個のとき \emptyset 4. 全体集合を 1 行の自然数全体の集合とし, その部分集合 A, B について,

$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 5, 6, 8\}$, $\overline{A} \cap B = \{9\}$, $\overline{A} \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 であるとき, A と B を求めよ。

解答 $A = \{2, 3, 4, 7\}$, $B = \{3, 4, 7, 9\}$

解説

全体集合を U とし, $\overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cap B$, $\overline{A} \cup B$ の要素を図に書き込んでいくと, 右のようになる。

よって $A = \{2, 3, 4, 7\}$,
 $B = \{3, 4, 7, 9\}$

5. $A = \{n \mid n \text{ は } 16 \text{ の正の約数}\}$, $B = \{n \mid n \text{ は } 20 \text{ の正の約数}\}$,

$C = \{n \mid n \text{ は } 8 \text{ 以下の正の偶数}\}$ とし, $D = A \cap B$ とする。このとき, 集合 D , $(A \cap B) \cap C$, $(A \cap B) \cup C$ をそれぞれ求めよ。

解答 順に $\{1, 2, 4\}$, $\{2, 4\}$, $\{1, 2, 4, 6, 8\}$

解説

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$ であるから
 $D = A \cap B = \{1, 2, 4\}$
 よって $(A \cap B) \cap C = D \cap C = \{2, 4\}$
 $(A \cap B) \cup C = D \cup C = \{1, 2, 4, 6, 8\}$

6. 全体集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A, B について,

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 4, 8\}, \overline{A} \cap B = \{6, 9\}, A \cap \overline{B} = \{2, 5, 7\}$$

であるとき, 次の集合を求めよ。

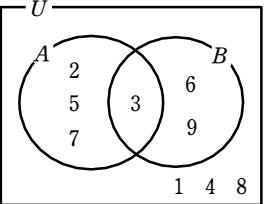
- (1) $A \cup B$ (2) A (3) B

解答 (1) $\{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$ (2) $\{2, 3, 5, 7\}$ (3) $\{3, 6, 9\}$

解説

$\overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cap B$, $A \cap \overline{B}$, U の要素を図に書き込んでいくと, 右のようになる。

- (1) $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$
 (2) $A = \{2, 3, 5, 7\}$
 (3) $B = \{3, 6, 9\}$



7. 全体集合 U を 1 行の自然数全体の集合とし, U の部分集合 A, B を $A = \{1, 3, 7, 9\}$, $B = \{3, 6, 7\}$ とする。このとき, 次の個数を求めよ。

- (1) $n(A)$ (2) $n(\overline{B})$ (3) $n(A \cap B)$ (4) $n(A \cup B)$ (5) $n(\overline{A} \cup \overline{B})$

解答 (1) 4 (2) 6 (3) 2 (4) 5 (5) 4

解説

- (1) $n(A) = 4$
 (2) $n(U) = 9$ であるから
 $n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 9 - 3 = 6$
 $A \cap B = \{3, 7\}$ であるから $n(A \cap B) = 2$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4 + 3 - 2 = 5$
 $n(\overline{A} \cup \overline{B}) = n(U) - n(A \cup B) = 9 - 5 = 4$

8. 全体集合 U の部分集合 A, B について, $n(U) = 60$, $n(A) = 32$, $n(B) = 25$,

$n(A \cap B) = 17$ であるとき, 次の集合の要素の個数を求めよ。

- (1) \overline{A} (2) $\overline{A} \cap \overline{B}$ (3) $A \cup B$ (4) $\overline{A} \cap B$

解答 (1) 28 (2) 43 (3) 40 (4) 20

解説

$$(1) n(\overline{A}) = n(U) - n(A) = 60 - 32 = 28$$

$$(2) n(\overline{A} \cap \overline{B}) = n(U) - n(A \cap B) = 60 - 17 = 43$$

$$(3) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 32 + 25 - 17 = 40$$

$$(4) n(\overline{A} \cup \overline{B}) = n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 60 - 40 = 20$$

9. 1 から 150 までの整数のうち, 次のような数はいくつあるか。

- (1) 5 の倍数 (2) 2 の倍数でない数
 (3) 10 の倍数 (4) 2 の倍数または 5 の倍数

解答 (1) 30 個 (2) 75 個 (3) 15 個 (4) 90 個

解説

1 から 150 までの整数全体の集合を U とし, U の部分集合のうち, 5 の倍数全体の集合を A , 2 の倍数全体の集合を B とする。

$$(1) A = \{5 \cdot 1, 5 \cdot 2, \dots, 5 \cdot 30\} \text{ であるから } n(A) = 30 \text{ (個)}$$

$$(2) B = \{2 \cdot 1, 2 \cdot 2, \dots, 2 \cdot 75\} \text{ であるから } n(B) = 75$$

$$\text{よって } n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 150 - 75 = 75 \text{ (個)}$$

$$(3) U \text{ の部分集合のうち, } 10 \text{ の倍数全体の集合は } \{10 \cdot 1, 10 \cdot 2, \dots, 10 \cdot 15\} \text{ であるから } 15 \text{ 個}$$

(4) 2 の倍数または 5 の倍数全体の集合は $A \cup B$ で表される。

$A \cap B$ は 10 の倍数全体の集合を表すから

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 75 - 15 = 90 \text{ (個)}$$

10. 1 から 50 までの整数のうち, 次のような数はいくつあるか。

- (1) 3 で割り切れる数 (2) 4 で割り切れない数
 (3) 3 と 4 の少なくとも一方で割り切れる数

解答 (1) 16 個 (2) 38 個 (3) 24 個

解説

1 から 50 までの整数全体の集合を U とし, U の部分集合のうち, 3 で割り切れる数全体の集合を A , 4 で割り切れる数全体の集合を B とする。

$$(1) A = \{3 \cdot 1, 3 \cdot 2, \dots, 3 \cdot 16\} \text{ であるから } n(A) = 16 \text{ (個)}$$

$$(2) B = \{4 \cdot 1, 4 \cdot 2, \dots, 4 \cdot 12\} \text{ であるから } n(B) = 12$$

$$\text{よって } n(\overline{B}) = n(U) - n(B) = 50 - 12 = 38 \text{ (個)}$$

$$(3) 3 \text{ と } 4 \text{ の少なくとも一方で割り切れる数全体の集合は } A \cup B \text{ で表される。}$$

また, $A \cap B$ は 3 かつ 4 で割り切れる数, すなわち 12 で割り切れる数全体の集合を表す

$$A \cap B = \{12 \cdot 1, 12 \cdot 2, 12 \cdot 3, 12 \cdot 4\}$$

$$\text{よって } n(A \cap B) = 4$$

$$\text{ゆえに } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 16 + 12 - 4 = 24 \text{ (個)}$$

11. 100 人の生徒が 2 つの試験 A, B を受験したところ, A の合格者が 65 人, B の合格者が 72 人, 両方とも不合格の生徒は 10 人であった。このとき, 次の生徒の人数を求めよ。

- (1) 少なくとも一方で合格した生徒 (2) 両方とも合格した生徒

- (3) A にだけ合格した生徒

$$(1) 90 \text{ 人} (2) 47 \text{ 人} (3) 18 \text{ 人}$$

解説

生徒 100 人の集合を全体集合 U , 試験 A に合格した生徒全体の集合を A , 試験 B に合格した生徒全体の集合を B とすると

$$n(U) = 100, n(A) = 65, n(B) = 72, n(\overline{A} \cap \overline{B}) = n(\overline{A \cup B}) = 10$$

(1) 少なくとも一方で合格した生徒全体の集合は $A \cup B$ で表される。

$$\text{よって } n(A \cup B) = n(U) - n(\overline{A \cup B}) = 100 - 10 = 90 \text{ (人)}$$

(2) 両方に合格した生徒全体の集合は $A \cap B$ で表される。

よって $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 65 + 72 - 90 = 47$ (人)

(3) A にだけ合格した生徒全体の集合は $A \cap \overline{B}$ で表される。

よって $n(A \cap \overline{B}) = n(A) - n(A \cap B) = 65 - 47 = 18$ (人)

12. 生徒 60 人に数学と英語のテストをしたところ、両方とも不合格だった生徒が 7 人、英語だけに合格した生徒が 9 人であった。少なくとも一方に合格した生徒、数学に合格した生徒はそれぞれ何人か。

解答 順に 53 人、44 人

解説

生徒 60 人の集合を全体集合 U 、数学に合格した生徒全体の集合を A 、英語に合格した生徒全体の集合を B とすると

$$n(\overline{A \cup B}) = 7, n(\overline{A} \cap B) = 9$$

少なくとも一方に合格した生徒全体の集合は $A \cup B$ で表されるから

$$n(A \cup B) = n(U) - n(\overline{A \cup B}) = 60 - 7 = 53$$
 (人)

また、数学に合格した生徒全体の集合 A について

$$n(A) = n(A \cup B) - n(\overline{A} \cap B) = 53 - 9 = 44$$
 (人)

13. 集合 A, B は全体集合 U の部分集合で、 $n(U) = 100$ 、 $n(A \cup B) = 70$ 、 $n(A \cap B) = 15$ 、 $n(\overline{A} \cap \overline{B}) = 40$ である。次の集合の要素の個数を求めよ。

- (1) A (2) B (3) $\overline{A} \cap \overline{B}$ (4) $\overline{A} \cap B$ (5) $\overline{A} \cup \overline{B}$

解答 (1) 55 (2) 30 (3) 30 (4) 15 (5) 85

解説

(1) $n(A) = n(\overline{A} \cap \overline{B}) + n(A \cap B) = 40 + 15 = 55$

(2) $n(B) = n(A \cup B) - n(\overline{A} \cap \overline{B}) = 70 - 40 = 30$

(3) $n(\overline{A} \cap \overline{B}) = n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = 100 - 70 = 30$

(4) $n(\overline{A} \cap B) = n(B) - n(A \cap B) = 30 - 15 = 15$

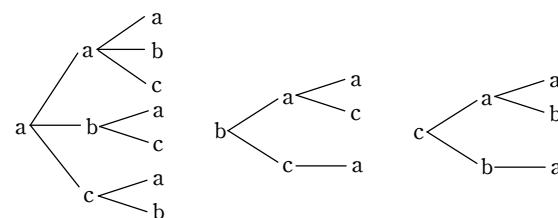
(5) $n(\overline{A} \cup \overline{B}) = n(\overline{A} \cap \overline{B}) = n(U) - n(A \cap B) = 100 - 15 = 85$

14. 5 個の文字 a, a, a, b, c から、3 個を選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

解答 13 通り

解説

次の樹形図から 13 通り



別解 aaa, aab, aac, aba, abc, aca, acb, baa, bac, bca, caa, cab, cba の 13 通り

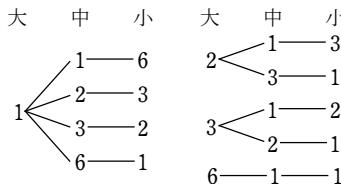
15. 大中小 3 個のさいころを投げるとき、目の積が 6 になる場合は何通りあるか。

解答 9 通り

解説

目の積が 6 になる目の出方を、樹形図をかい
て調べると右のようになる。

したがって 9 通り



16. 4 冊の数学の参考書 a, b, c, d から 1 冊、3 冊の英語の参考書 p, q, r から 1 冊の、
計 2 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

解答 12 通り

解説

a, b, c, d の 4 冊から 1 冊を選ぶ方法は 4 通り

そのおののに對して、 p, q, r の 3 冊から 1 冊を選ぶ方法は 3 通り

よって、求める場合の数は $4 \times 3 = 12$ (通り)

17. 次の式を展開したときの項の個数を求めよ。

(1) $(a+b+c+d)(x+y+z)$

(2) $(a+b)(p+q+r)(x+y+z)$

解答 (1) 12 個 (2) 18 個

解説

(1) $(a+b+c+d)(x+y+z)$ を展開したときの各項は次の形になる。

$(a, b, c, d$ のどれか 1 つ) $\times (x, y, z$ のどれか 1 つ)

よって、展開したときの項の個数は $4 \times 3 = 12$ (個)

(2) $(a+b)(p+q+r)(x+y+z)$ を展開したときの各項は次の形になる。

$(a$ か b の一方) $\times (p, q, r$ のどれか 1 つ) $\times (x, y, z$ のどれか 1 つ)

よって、展開したときの項の個数は $2 \times 3 \times 3 = 18$ (個)

18. 3 行の自然数のうち、奇数はいくつあるか。

解答 450 個

解説

一の位は奇数であればよいから、1, 3, 5, 7, 9 の 5 通り

そのおののに對して、十の位の数字は 0 から 9 までの 10 通り、

百の位の数字は 1 から 9 までの 9 通りある。

よって、求める個数は $5 \times 10 \times 9 = 450$ (個)



19. 大小 2 個のさいころを投げるとき、目の和が次のようにになる場合は何通りあるか。

(1) 8

(2) 4 または 5

(3) 6 の倍数

解答 (1) 5 通り (2) 7 通り (3) 6 通り

解説

(1) 目の和が 8 になるのは、右の表から

5 通り

大	2	3	4	5	6
小	6	5	4	3	2

(2) [1] 目の和が 4 になるのは 3 通り

[2] 目の和が 5 になるのは 4 通り

[1], [2] から $3+4=7$ (通り)

(3) 目の和が 6 の倍数になるのは、和が

6 または 12 のときである。

[1] 目の和が 6 になるのは 5 通り

[2] 目の和が 12 になるのは 1 通り

[1], [2] から $5+1=6$ (通り)

[1]	大	1	2	3
小	3	2	1	

[2]	大	1	2	3	4
小	4	3	2	1	

[1]	大	1	2	3	4	5
小	5	4	3	2	1	

[2]	大	6
小	6	

20. 次の数の正の約数の個数と、その約数全体の和を求めよ。

(1) 32

(2) 800

(3) 60

解答 個数、和の順に (1) 6 個、63 (2) 18 個、1953 (3) 12 個、168

解説

(1) $32 = 2^5$ であるから、正の約数の個数は

$$5+1=6$$
 (個)

約数全体の和は

$$1+2+2^2+2^3+2^4+2^5=63$$

(2) $800 = 2^5 \cdot 5^2$ であるから、正の約数の個数は

$$(5+1)(2+1)=18$$
 (個)

$(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5)(1+5+5^2)$ を展開すると、各項に 800 のすべての約数が現れるから、その約数全体の和は

$$(1+2+4+8+16+32)(1+5+25)=63 \times 31=1953$$

(3) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ であるから、正の約数の個数は

$$(2+1)(1+1)(1+1)=12$$
 (個)

$(1+2+2^2)(1+3)(1+5)$ を展開すると、各項に 60 のすべての約数が現れるから、その約数全体の和は

$$(1+2+4)(1+3)(1+5)=7 \times 4 \times 6=168$$