

1. 15以下の自然数全体の集合を U とする。 U の部分集合 A, B について、次の個数を求めよ。

$$A = \{1, 2, 4, 7, 8, 9, 12, 15\}, B = \{1, 4, 6, 7, 9\}$$

- (1) $n(A)$ (2) $n(A \cup B)$
(3) $n(\overline{B})$ (4) $n(\overline{A} \cap B)$

2. 100以下の自然数のうち、次のような数の個数を求めよ。

- (1) 5の倍数または7の倍数 (2) 7の倍数でない数

3. 次の各問いに答えよ。

- (1) 大小2個のさいころを投げるとき、目の和が5以下になる出方は何通りあるか。

- (2) 7個の数字1, 2, 3, 4, 5, 6, 7から異なる数字を使ってできる、4桁の整数は何個あるか。

- (3) 5人の生徒が、異なる12冊の本の中から1冊ずつ選んで読むとき、本の選び方は何通りあるか。

- (4) 異なる8個の玉を机の上で円形に並べるとき、並べ方は何通りあるか。

- (5) 5人が1回じゃんけんをするとき、手の出し方は何通りあるか。

- (6) ${}_{12}C_{10}$ の値を求めよ。

- (7) 1枚の硬貨を10回投げるとき、表が3回出る場合は何通りあるか。

- (8) 正九角形の4個の頂点を結んでできる四角形の個数は何個あるか。

- (9) 大人5人と子ども10人の中から5人を選ぶとき、大人1人、子ども4人を選ぶ選び方は何通りあるか。

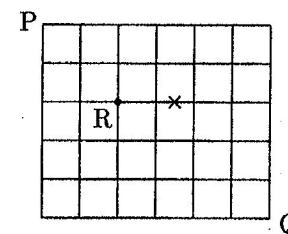
- (10) a を4個、 b を2個、 c を2個の8文字全部を1列に並べるとき、並べ方の総数を求めよ。

4. 全体集合 U の部分集合 A, B について, $n(U) = 50$, $n(A) = 36$, $n(B) = 27$ である。 $n(A \cap B)$ のとりうる値の最大値と最小値を求めよ。

5. 男子4人と女子4人が横1列に並ぶとき, 両端の少なくとも1人は男子である並び方は何通りあるか。

6. 異なる色の9個の玉を2個, 2個, 2個, 3個の4つの組に分けるとき, 分け方は何通りあるか。

7. 右の図のような道のある町で, P から Q まで遠回りをしないで行くのに, R を通り, $\times$ 印の箇所は通らずに行くような道順は何通りあるか。



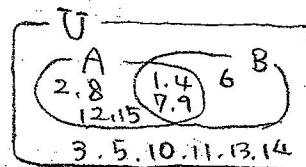
8. 600 の正の約数の個数と, その約数の総和を求めよ。
9. 大, 中, 小 3 個のさいころを投げるとき, 目の積が 4 の倍数になる場合は何通りあるか。

各4点

1. 15以下の自然数全体の集合を U とする。 U の部分集合 A, B について、次の個数を求めよ。

$$A = \{1, 2, 4, 7, 8, 9, 12, 15\}, B = \{1, 4, 6, 7, 9\}$$

- (1) $n(A)$ (2) $n(A \cup B)$
(3) $n(\bar{B})$ (4) $n(\bar{A} \cap B)$



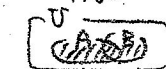
$$(1) n(A) = 8$$

$$(2) n(A \cup B) = 9$$

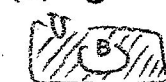
$$(3) n(\bar{B}) = 10$$

$$(4) n(\bar{A} \cap B) = 1$$

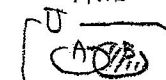
(2) $A \cup B$



(3) $\bar{B}$



(4) $\bar{A} \cap B$



2. 100以下の自然数のうち、次のような数の個数を求めよ。

- (1) 5の倍数または7の倍数 (2) 7の倍数でない数

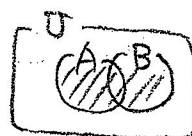
100以下の自然数全体の集合を U 、 U の部分集合として、5の倍数全体、7の倍数全体の集合をそれぞれ A, B とする。

$$A = \{5, 10, \dots, 100\} \text{ かつ } n(A) = 20$$

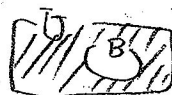
$$B = \{7, 14, \dots, 98\} \text{ かつ } n(B) = 14$$

$$A \cap B = \{35, 70\} \text{ かつ } n(A \cap B) = 2$$

$$(1) n(A \cup B) = 20 + 14 - 2 = 32$$



$$(2) n(\bar{B}) = 100 - 14 = 86$$



3. 次の各問いに答えよ。

- (1) 大小2個のさいころを投げるとき、目の5以下になる出方は何通りあるか。

$$10 \text{ 通り}$$

1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	
2	3	4	5		
3	4	5			
4	5				
5					
6					

- (2) 7個の数字1, 2, 3, 4, 5, 6, 7から異なる数字を使ってできる、4桁の整数は何個あるか。

$$7P_4 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$$

$$\frac{42}{20} = 840$$

$$: 840 \text{ 通り}$$

- (3) 5人の生徒が、異なる12冊の本の中から1冊ずつ選んで読むとき、本の選び方は何通りあるか。

$$12P_5 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 95040$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 11 \\ \hline 12 \\ 132 \\ \hline \times 72 \\ \hline 264 \\ 9504 \end{array}$$

$$: 95040 \text{ 通り}$$

- (4) 異なる8個の玉を机の上で円形に並べるとき、並べ方は何通りあるか。

$$(8-1)! = 7! = 5040$$

$$\begin{array}{r} 720 \\ - 7 \\ \hline 5040 \end{array}$$

$$: 5040 \text{ 通り}$$

- (5) 5人が1回じゃんけんをするとき、手の出し方は何通りあるか。

$$3^5 = 243$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 3 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$: 243 \text{ 通り}$$

Class _____ No. _____ Name _____

- (6) ${}_{12}C_{10}$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} {}_{12}C_{10} &= {}_{12}C_2 \\ &= \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} \\ &= 66 \end{aligned}$$

$$: 66$$

- (7) 1枚の硬貨を10回投げるとき、表が3回出る場合は何通りあるか。

$$\begin{aligned} {}_{10}C_3 &= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 120 \end{aligned}$$

$$: 120 \text{ 通り}$$

- (8) 正九角形の4個の頂点を結んでできる四角形の個数は何個あるか。

9個の頂点から4個の頂点を選ぶ。

$$\begin{aligned} {}_9C_4 &= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 126 \end{aligned}$$

$$126$$

- (9) 大人5人と子ども10人の中から5人を選ぶとき、大人1人、子ども4人を選ぶ選び方は何通りあるか。

$$\begin{aligned} \text{大人5人中1人を選ぶ選び方は } {}_5C_1 = 5 \\ \text{子ども10人中4人を選ぶ選び方は } {}_{10}C_4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \end{aligned}$$

積の法則より

$$5 \times 210 = 1050$$

$$: 1050 \text{ 通り}$$

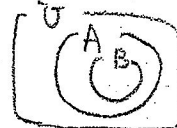
- (10) a を4個、 b を2個、 c を2個の8文字全部を1列に並べるとき、並べ方の総数を求めよ。

$$\begin{aligned} \frac{8!}{4! 2! 2!} &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 420 \end{aligned}$$

$$: 420 \text{ 通り}$$

4. 全体集合 U の部分集合 A, B について, $n(U) = 50, n(A) = 36, n(B) = 27$ である. $n(A \cap B)$ のとりうる値の最大値と最小値を求めよ.

$n(A \cap B)$ の最大値は

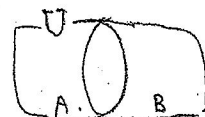


とわかる.

$$\therefore n(A \cap B) = n(B) = 27$$

$n(A \cap B)$ の最小値は $\bar{A} \cap \bar{B} = \emptyset$

すなわち $A \cup B = U$ となる.



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \text{or}$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(U)$$

$$= 36 + 27 - 50 = 13$$

最大 27
最小 13

5. 男子4人と女子4人が横1列に並ぶとき, 両端の少なくとも1人は男子である並び方は何通りあるか.

男子4人と女子4人の計8人を1列に並べる並べ方は

8! 通り

両端ともに女子である並べ方は

両端に女子2人を並べる並べ方は $4P_2$

どの場合に対してでも残りの6人を並べる並べ方は $6!$ 通り.

$$4P_2 \cdot 6!$$

よって

$$8! - 4P_2 \cdot 6! = 8 \cdot 7 \cdot 6! - 4 \cdot 3 \cdot 6!$$

$$= 4 \cdot 6! (2 \cdot 7 - 3)$$

$$= 4 \cdot 6! \cdot 11$$

$$= 31680$$

$$= 31680 \text{ 通り} \quad \textcircled{6}$$

$$\begin{array}{r} 720 \\ 44 \\ \hline 288 \\ 288 \\ \hline 31680 \end{array}$$

6. 異なる色の9個の玉を2個, 2個, 2個, 3個の4つの組に分けると, 分け方は何通りあるか.

9個の玉を2, 2, 2, 3の4つの組 A, B, C, D に分け方は

$$\begin{aligned} 9C_2 \cdot 7C_2 \cdot 5C_2 &= \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \times \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} \times \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \\ &= 9 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \quad \text{---} \triangle \end{aligned}$$

この分け方で同じ個数の組 A, B, C の区別をなくすと

3! 通りずつ同じ組分けができる.

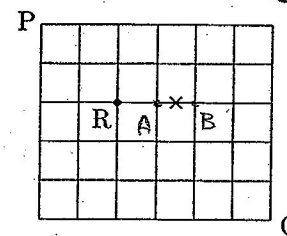
$$\frac{9 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 1260$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ 20 \\ \hline 1260 \end{array}$$

$$\therefore 1260 \text{ 通り}$$

⑥

7. 右の図のような道のある町で, P から Q まで遠回りをしないで行くのに, R を通り, $\times$ 印の箇所は通らずに行くような道順は何通りあるか.



右へ1区画進むことを

上へ1区画進むことを↑と表す

• P から R まで行く最短の道順は $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \downarrow$ の順で表せるから $\frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$

R から Q まで行く最短の道順は $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \downarrow \downarrow$ の順で表せるから $\frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$

よって P から R を通って Q へ行く道順は

$$6 \times 35 = 210 \quad \text{---} \triangle$$

• R を通らずに X を通る道順は

$P \rightarrow R \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow Q$

$$\frac{4!}{2!2!} \times 1 \times 1 \times \frac{5!}{2!3!} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 60$$

よって求める道順は

$$210 - 60 = 150$$

$$\therefore 150 \text{ 通り} \quad \textcircled{6}$$

8. 600 の正の約数の個数と, その約数の総和を求めよ.

$$\begin{aligned} 600 &= 6 \times 100 \\ &= 2 \times 3 \times 10^2 \\ &= 2^3 \times 3 \times 5^2 \end{aligned}$$

約数の個数は

$$4 \times 2 \times 3 = 24 \quad \textcircled{3}$$

約数の総和は

$$(1 + 2 + 2^2 + 2^3)(1 + 3)(1 + 5 + 5^2)$$

$$= 15 \times 4 \times 31$$

$$= 1860 \quad \textcircled{3}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 60 \\ \hline 1860 \end{array}$$

9. 大, 中, 小3個のさいころを投げるとき, 目の積が4の倍数になる場合は何通りあるか.

$$\text{目の出る場合の数は } 6 \times 6 \times 6 = 216$$

目の積が4の倍数とならないのは

① 目の積がすべて奇数

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

② 目の積が偶数で4の倍数でない

つまり 2の目がある奇数は12の目で23226

$$(3 \times 3 \times 2) \times 3 = 54$$

①, ②より 目の積が4の倍数とならないのは

$$27 + 54 = 81$$

よって求める場合の数は

$$216 - 81 = 135$$

$$\therefore 135 \text{ 通り} \quad \textcircled{6}$$