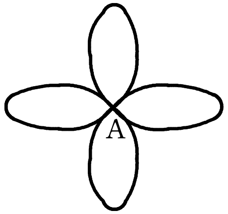
第５回定期考査　Ｈ１８．３．７　　　　（　　）組（　　）番名前（　　　　　　　　）

1. 右の図を，中心Ａを出発点として一筆で書く方法は何通りあるか。



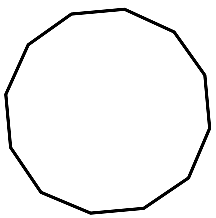
2. 男子５人，女子３人を１列に並べる。

⑴ 女子３人が隣り合うような並べ方は何通りあるか。

⑵ 女子３人が，どの２人も隣り合わないような並べ方は何通りあるか。

3. Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆの６人が手をつないで輪をつくるとき，ＡとＢが向かい合わないような並び方は何通りあるか。

4. 正十二角形において，対角線は何本あるか。



5. ＨＡＭＡＭＡＴＳＵの９文字を１列に並べる並べ方は何通りあるか。

6. ６個の数字１，２，３，４，５，６から異なる３個の数字を選んで３桁の整数を作る。

⑴　全部でいくつの整数ができるか。そのうち，偶数はいくつできるか。また，奇数はいくつできるか。

⑵　そのうち，３の倍数はいくつできるか。また，４の倍数はいくつできるか。

⑶　この操作によってできる，すべての３桁の整数の総和を求めよ。

7. 以下の問いに答えよ。ただし，袋には必ず１個以上の玉をいれるものとする。

⑴ 異なる８個の玉を２つの袋Ａ，Ｂに分ける方法は何通りあるか。

⑵ ８個の玉を２つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし，玉も袋も区別しないとする。

⑶ ８個の玉を３つの袋Ａ，Ｂ，Ｃに分ける方法は何通りあるか。ただし，玉は区別しないとする。

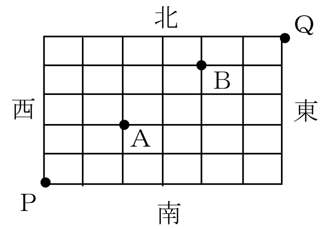
⑷ 異なる８個の玉を４つの袋にそれぞれ２個ずつ分ける方法は何通りあるか。ただし，袋は区別しないとする。

8. 青玉７個と赤玉４個を，両端が青玉で，赤玉の両側は青玉であるように並べる並べ方は何通りあるか。

9. ０から９までの１０個の数字を用いて４桁の自然数を作り，それらを小さい順に並べる。ただし，数字は１回しか使わないものとする。このとき，３２４１は最初から数えて何番目の数か。

10. ある街には，下図のように，東西に７本，南北に６本の道がある。ＰからＱまで遠回りしないで行くとき，以下の問いに答えよ。

⑴ 道順は全部で何通りあるか。

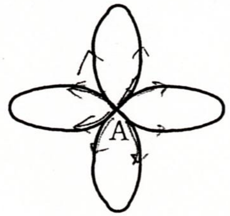


⑵ 途中でＡ，Ｂを経由して行く道順は何通りあるか。

⑶ ＡもＢも通ることができないとき，道順は何通りあるか。

第５回定期考査　Ｈ１８．３．７　　　　(　　)組(　　)番名前(　　　　　　)

1. 右の図を，中心Ａを出発点として一筆で書く方法は何通りあるか。



$8\times6\times4\times2=\underline{384}$ 通り

2. 男子５人，女子３人を１列に並べる。

(1) 女子３人が隣り合うような並べ方は何通りあるか。

女女女 男男男男男

3!

6!

∴ $3!\times6!$

$=6\times720=\underline{4320}$ 通り

(2) 女子３人が，どの２人も隣り合わないような並べ方は何通りあるか。

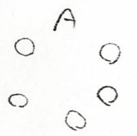
× 男 × 男 × 男 × 男 × 男 ×

女３人は６コの×のうち，３つ選んで並べるので，男の並べ方は5!

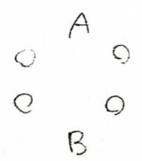
∴ $_6P_3\times5!=120\times120=\underline{14400}$ 通り

3. Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆの６人が手をつないで輪をつくるとき，ＡとＢが向かい合わないような並び方は何通りあるか。

Ａを固定する　　Ａ,Ｂが向かい合う　　余事象の考え方



並べ方 5!



並べ方 4!

∴ $5!-4!$

$=120-24=\underline{96}$ 通り

4. 正十二角形において，対角線は何本あるか。

12個の頂点のうち，２つを結ぶ

線分の本数は $_{12}C_2$（本）

このうち正12角形の1辺となっているものが

12本，残りが対角線である

∴ $_{12}C_2-12=66-12=\underline{54}$ 本

5. ＨＡＭＡＭＡＴＳＵの９文字を１列に並べる並べ方は何通りあるか。

H…1コ　T…1コ

M…2コ　S…1コ

A…3コ　U…1コ

を並べる。

$\dfrac{9!}{2!3!}=\dfrac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot\cancel{4}^{2}\cdot\cancel{3\cdot2\cdot1}}{\cancel{2}\cdot1\cdot\cancel{3\cdot2\cdot1}}$

$=\underline{30240}$ 通り

6. ６個の~~数~~数字１，２，３，４，５，６から異なる３個の数字を選んで３桁の整数を作る。

(1) 全部でいくつの整数ができるか。そのうち，偶数はいくつできるか。また，奇数はいくつできるか。

全　百　十　一

6通り × 5通り × 4通り ＝ $\underline{120}$ 個

偶　百　十　一

一の位以外 5通り × 百,一の位以外 4通り × 2.4.6の3通り

$5\times4\times3=\underline{60}$ 個

奇

全 − 偶 ＝ $120-60=\underline{60}$ 個

(2) そのうち，~~９の倍数はいくつできるか。また，~~ ３の倍数はいくつできるか。さらに，４の倍数はいくつできるか。

- ３の倍数…各位の数の和が３の倍数

和が３の倍数になる組は

(1,2,3)(1,2,6)(1,3,5)(1,5,6)(2,3,4)(2,4,6)(3,4,5)(4,5,6)

の８組で，それぞれの組について，3!通りの並べ方より $8\times3!=\underline{48}$ 個

- ４の倍数…下２桁が４の倍数

☆12，☆16，☆24，☆32，☆36，☆52，☆56，☆64

☆には４通り入ることができるので，$8\times4=\underline{32}$ 個

(3) この操作によってできる，すべての３桁の整数の総和を求めよ。

1の位が1となる数は ○○1 で，百の位，十の位の選び方より $5\times4=20$ 通りある。

つまり，「1」は20個ある。同様に「2」～「6」も各20個ずつあるので，

1の位だけ先に足すと

$20\times1+20\times2+\cdots+20\times5+20\times6=20(1+2+\cdots+6)=20\times\frac{1}{2}\cdot6\cdot7=420$

10の位も，100の位も同様で各20個ずつある

∴ $20(10+20+\cdots+50+60)=20\cdot\frac{1}{2}\cdot6\cdot(10+60)=4200$

$20(100+200+\cdots+500+600)=20\cdot\frac{1}{2}\cdot6\cdot(100+600)=42000$

$420+4200+42000$

$=\underline{46620}$

7. 以下の問いに答えよ。ただし，袋には必ず１個以上の玉をいれるものとする。

(1) 異なる８個の玉を２つの袋Ａ，Ｂに分ける方法は何通りあるか。

すべての玉について．Aに入れるかBに入れるかの2通り

∴ $2^8 = 256$ 通り

このうち．すべての玉がAに入る．Bに入るの2通りを除いて

$256 - 2 = \underline{254}$ 通り

(2) ８個の玉を２つの袋に分ける方法は何通りあるか。ただし，玉も袋も区別しないとする。

(1, 7), (2, 6), (3, 5) (4, 4)

に分ける $\underline{4\text{通り}}$

(3) ８個の玉を３つの袋Ａ，Ｂ，Ｃに分ける方法は何通りあるか。ただし，玉は区別しないとする。

まず．玉を1つずつA.B.Cに入れておく．

このようにすれば．必ず各袋には．玉は1個以上入る事になる

よって．残りの5個の玉をA.B.Cの3つに振り分ける分け方を考える

A B C　これは $\frac{7!}{5!2!}$ に等しい ∴ $\frac{7!}{5!2!} = 21$ 通り　別 $({}_7C_2 = 21$ 通り$)$

(4) 異なる８個の玉を４つの袋にそれぞれ２個ずつ分ける方法は何通りあるか。ただし，袋は区別しないとする。

袋をA.B.C.Dとおくと．異なる玉8個をA.B.C.Dに分ける方法は

A B C D

${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2$ 通りある

袋の区別をなくすと．袋の並べの分だけ重複があるので

求める場合の数は $\frac{{}_8C_2 \cdot {}_6C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_2C_2}{4!} = \underline{105}$ 通り

8. 青玉７個と赤玉４個を，両端が青玉で，赤玉の両側は青玉であるように並べる並べ方は何通りあるか。

青 × 青 × 青 × 青 × 青 × 青 × 青

青玉の並べ方は．すべて同じなので1通り

赤玉の場所の選び方は．6コの×から4個選ぶので ${}_6C_4$ 通り

赤玉の並べ方は．すべて同じなので1通り　∴ ${}_6C_4 = \underline{15}$ 通り

9. ０から９までの１０個の数字を用いて４桁の自然数を作り，それらを小さい順に並べる。ただし，数字は１回しか使わないものとする。このとき，３２４１は最初から数えて何番目の数か。

千 百 十 一
2通り ${}_9P_3$

4の位が1.2である …… $2 \times {}_9P_3 = 1008$ 個

4の位が3．百の位が0.1 …… $2 \times {}_8P_3 = 112$ 個

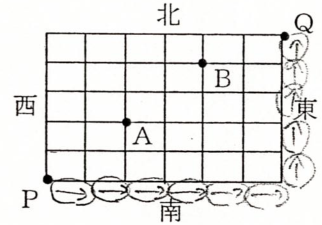
4の位が3．百の位が2．十の位が0.1 …… $2 \times 7 = 14$ 個　3 2 十 一 2×7 通り

4の位が3．百の位が2．十の位が4．一の位が0 …… 3240の1個

3241の前には．自然数は $1008 + 112 + 14 + 1 = 1135$ 個あるので

3241は $\underline{1136}$ 番目

10. ある街には，下図のように，東西に７本，南北に６本の道がある。ＰからＱまで遠回りしないで行くとき，以下の問いに答えよ。



(1) 道順は全部で何通りあるか。

→ 6回．↑ 5回．

∴ ${}_{11}C_6 = {}_{11}C_5 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

$= \underline{462}$ 通り

(2) 途中でＡ，Ｂを経由して行く道順は何通りあるか。

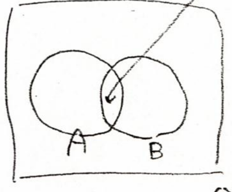
$P \rightarrow A \longrightarrow B \longrightarrow Q$

${}_4C_2 \times {}_4C_2 \times {}_3C_2$

$= \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 6 \cdot 6 \cdot 3 = \underline{108}$ 通り

(3) ＡもＢも通ることができないとき，道順は何通りあるか。

(1)より 108



全体 462通り

Aを通る道順

$P \rightarrow A \rightarrow Q$

${}_4C_2 \times {}_7C_3 = 6 \times 35 = 210$

Bを通る道順

$P \rightarrow B \rightarrow Q$

${}_8C_4 \times {}_3C_2 = 70 \times 3 = 210$

$= 462 - (210 + 210 - 108)$

$= \underline{150}$ 通り

よって求める道順は

$n(\overline{A \cup B}) = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - \{n(A) + n(B) - n(A \cap B)\}$