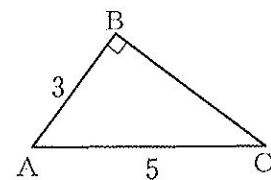


[1] 右の図において、それぞれの値を求めよ。



$$\sin A =$$

$$\cos A =$$

$$\tan A =$$

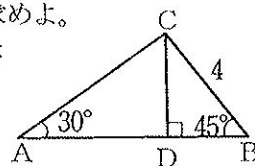
[2] 次の式を計算せよ。

(1) $\tan 30^\circ \cos 30^\circ - \tan 60^\circ \sin 60^\circ$

(2) $\tan^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta$

[3] 右の図の $\triangle ABC$ において、次のものを求めよ。

(1) 線分CDの長さ (2) 辺ACの長さ



[4] $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。次の等式を満たす θ の値を求めよ。

(1) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $2\cos \theta + 1 = 0$

[5] $\tan \theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

[6] $a = 3\sqrt{2}$ 、 $c = 4$ 、 $B = 45^\circ$ である $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

[7] $\triangle ABC$ において、次のものを求めよ。ただし、 R は外接円の半径とする。

(1) $a = 6$ 、 $B = 15^\circ$ 、 $C = 30^\circ$ のとき、 c

(2) $b = 5$ 、 $R = 5$ のとき、 B

(3) $a = 1$ 、 $b = \sqrt{5}$ 、 $c = \sqrt{2}$ のとき、 B

[8] $\triangle ABC$ において、 $a=2$ 、 $b=\sqrt{3}+1$ 、 $C=60^\circ$ のとき、残りの辺の長さ
と角の大きさを求めよ。

[9] $\triangle ABC$ において、 $\sin A : \sin B : \sin C = 13 : 8 : 7$ のとき、 A の値
を求めよ。

[10] $\triangle ABC$ において、 $a=2$ 、 $b=3$ 、 $c=4$ であるとき、次の値を求めよ。
(1) $\cos C$ (2) $\triangle ABC$ の面積

[11] $\triangle ABC$ において、 $AB=8$ 、 $AC=4$ 、 $A=120^\circ$ とする。 $\angle A$ の二
等分線と辺 BC との交点を D とするとき、次のものを求めよ。
(1) $\triangle ABC$ の面積 (2) 線分 AD の長さ

[12] 円に内接する四角形 $ABCD$ において、 $AB=3$ 、 $BC=CD=5$ 、
 $B=120^\circ$ のとき、次のものを求めよ。
(1) AC の長さ (2) AD の長さ (3) 四角形 $ABCD$ の面積

① 右の図において、それぞれの値を求めよ。

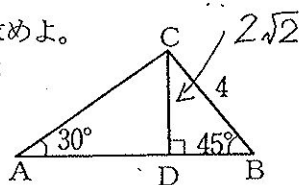
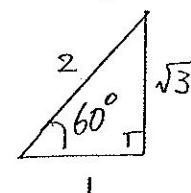
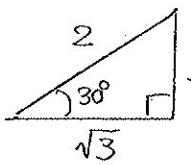
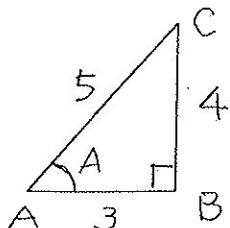
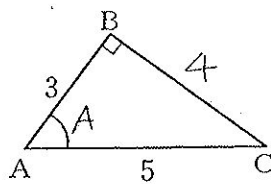
⑨ 各3

$$\sin A = \frac{4}{5}$$

$$\cos A = \frac{3}{5}$$

$$\tan A = \frac{4}{3}$$

$$BC = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$$



② 次の式を計算せよ。⑧ 各4

$$(1) \tan 30^\circ \cos 30^\circ - \tan 60^\circ \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

$$(2) \tan^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta$$

$$= \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \cdot \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= \sin^2 \theta - \sin^2 \theta = 0$$

⑧ 各4

③ 右の図の△ABCにおいて、次のものを求めよ。

(1) 線分CDの長さ (2) 辺ACの長さ

(1) △BCDにおいて

$$\frac{CD}{4} = \sin 45^\circ$$

$$CD = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4 = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

(2) △ACDにおいて

$$\frac{2\sqrt{2}}{AC} = \sin 30^\circ \quad (\times AC)$$

$$AC \sin 30^\circ = 2\sqrt{2}$$

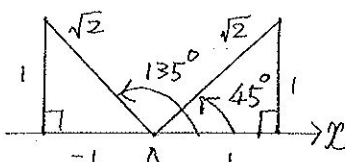
$$\frac{1}{2} AC = 2\sqrt{2} \Rightarrow AC = 4\sqrt{2}$$

$$AC = 4\sqrt{2}$$

25

④ $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。次の等式を満たす θ の値を求めよ。

(1) $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

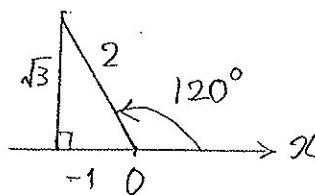


図より - 反対側 2

$$\theta = 45^\circ, 135^\circ$$

(2) $2\cos \theta + 1 = 0$

$$2\cos \theta = -1 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2}$$



図より

$$\theta = 120^\circ$$

⑧ 各4

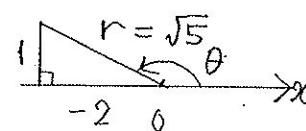
⑤ $\tan \theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ を求めよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。

$$r = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

右の図より

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$



④

⑥ $a = 3\sqrt{2}$ 、 $c = 4$ 、 $B = 45^\circ$ である△ABCの面積を求めよ。

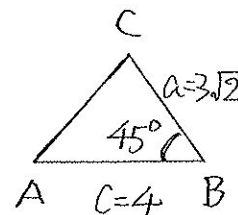
△ABCの面積をSとおくと、

$$S = \frac{1}{2} ca \sin B$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ$$

$$= 6\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$S = 6$$



20

⑦ △ABCにおいて、次のものを求めよ。ただし、Rは外接円の半径とする。

(1) $a = 6$ 、 $B = 15^\circ$ 、 $C = 30^\circ$ のとき、c

$$A = 180^\circ - (15^\circ + 30^\circ)$$

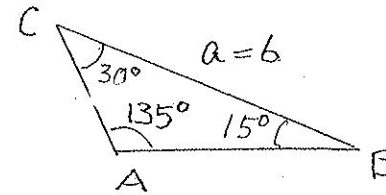
$$= 135^\circ$$

正弦定理より

$$\frac{c}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\sin 135^\circ}$$

$$c = 6 \div \sin 135^\circ \times \sin 30^\circ = 6 \div \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2}$$

$$= 6 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{2}$$

(2) $b = 5$ 、 $R = 5$ のとき、B

正弦定理より

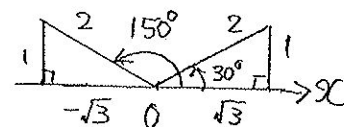
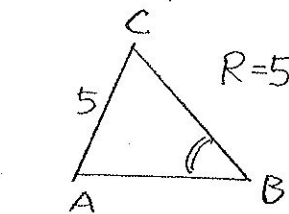
$$\frac{5}{\sin B} = 2.5$$

$$10 \sin B = 5$$

$$\sin B = \frac{1}{2}$$

右の図より - 反対側 2

$$B = 30^\circ, 150^\circ$$

(3) $a = 1$ 、 $b = \sqrt{5}$ 、 $c = \sqrt{2}$ のとき、B

余弦定理より

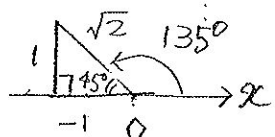
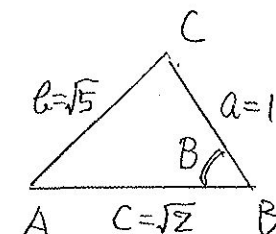
$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$= \frac{(\sqrt{2})^2 + 1^2 - (\sqrt{5})^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1}$$

$$= \frac{2 + 1 - 5}{2\sqrt{2}} = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

したがって、

$$B = 135^\circ$$



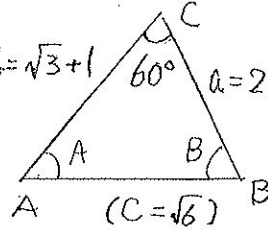
12

57

8 △ABCにおいて、 $a=2$ 、 $b=\sqrt{3}+1$ 、 $C=60^\circ$ のとき、残りの辺の長さや角の大きさを求めよ。

(1) 余弦定理より ⑨ 各3

$$\begin{aligned} c^2 &= 2^2 + (\sqrt{3}+1)^2 - 2 \cdot 2 \cdot (\sqrt{3}+1) \cos 60^\circ \\ &= 4 + (3+2\sqrt{3}+1) - (4\sqrt{3}+4) \cdot \frac{1}{2} \\ &= 8 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2 \\ &= 6 \quad c > 0 \text{ より } \boxed{c = \sqrt{6}} \end{aligned}$$



(2) 正弦定理より

$$\frac{2}{\sin A} = \frac{\sqrt{6}}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{\sin A}{2} = \frac{\sin 60^\circ}{\sqrt{6}}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

したがって、 $A=45^\circ, 135^\circ$

$C=60^\circ$ より
 $0 < A < 120^\circ$ だから
 $\boxed{A=45^\circ}$

(3)
 $B=180^\circ - (45^\circ + 60^\circ)$
 $\boxed{B=75^\circ}$

⑧

9 △ABCにおいて、 $\sin A : \sin B : \sin C = 13 : 8 : 7$ のとき、 A の値を求めよ。

・正弦定理より

$$a:b:c = 13:8:7$$

・正の数 k を用いて

$a=13k$ 、 $b=8k$ 、 $c=7k$ とする。

・余弦定理より

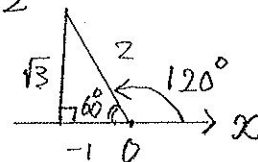
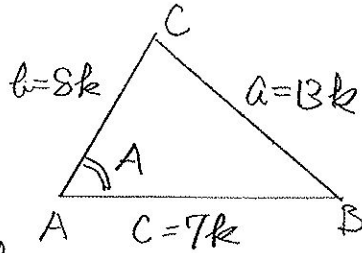
$$\cos A = \frac{(8k)^2 + (7k)^2 - (13k)^2}{2 \cdot 8k \cdot 7k}$$

$$= \frac{-56k^2}{112k^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos A = -\frac{1}{2} \text{ より}$$

$$\boxed{A=120^\circ}$$

17



10 △ABCにおいて、 $a=2$ 、 $b=3$ 、 $c=4$ であるとき、次の値を求めよ。

(1) $\cos C$ ⑧ 各4

(1) 余弦定理より

$$\cos C = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$= \frac{-3}{12}$$

$$\boxed{\cos C = -\frac{1}{4}}$$

(2) $\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{15}{16}}$

$$= \frac{\sqrt{15}}{4}$$

・△ABCの面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin C$$

$$= 3 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = \boxed{\frac{3\sqrt{15}}{4}}$$

⑧ 各4

11 △ABCにおいて、 $AB=8$ 、 $AC=4$ 、 $A=120^\circ$ とする。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき、次のものを求めよ。

(1) △ABCの面積

(2) 線分 AD の長さ

(1) $AD=x$ とおく。

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \sin 120^\circ$$

$$= 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{8\sqrt{3}}$$

(2) $\Delta ABD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot x \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}x$

$$\Delta ACD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x \sin 60^\circ = \sqrt{3}x$$

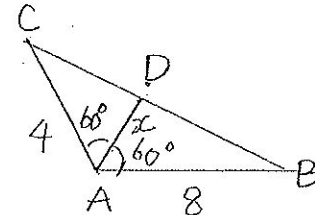
したがって、 $\Delta ABD + \Delta ACD = \Delta ABC$ より

$$2\sqrt{3}x + \sqrt{3}x = 8\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3}x = 8\sqrt{3}$$

$$\boxed{x = \frac{8}{3}}$$

16



12 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB=3$ 、 $BC=CD=5$ 、 $B=120^\circ$ のとき、次のものを求めよ。

⑩ 3+3+4

(1) AC の長さ (2) AD の長さ (3) 四角形 ABCD の面積

・円に内接する四角形の性質より

$$D = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

(1) △ABC において、余弦定理より

$$AC^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 120^\circ$$

$$= 9 + 25 - 30 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 34 + 15 = 49$$

$$AC > 0 \text{ より } \boxed{AC=7}$$

(2) $AD=x$ とおく。

△ACD において、余弦定理より

$$AC^2 = CD^2 + AD^2 - 2 \cdot CD \cdot AD \cos D$$

$$7^2 = 5^2 + x^2 - 2 \cdot 5 \cdot x \cdot \cos 60^\circ$$

$$49 = 25 + x^2 - 5x$$

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$(x-8)(x+3) = 0 \quad x=8, -3$$

$$x > 0 \text{ より } x=8$$

$$\text{したがって、} \boxed{AD=8}$$

(3) 四角形 ABCD の面積を S とする。

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sin 120^\circ$$

$$= \frac{15}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

$$\Delta ACD = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ$$

$$= 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$$

・ $S = \Delta ABC + \Delta ACD$ より

$$= \frac{15\sqrt{3}}{4} + 10\sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{4} + \frac{40\sqrt{3}}{4}$$

$$\boxed{S = \frac{55\sqrt{3}}{4}}$$

10

43

