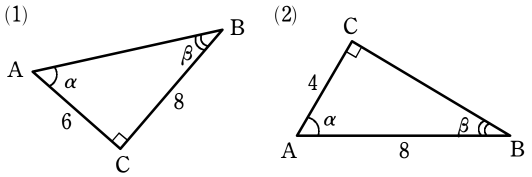
数学演習（三角比）Ｈ２３．７．２８　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

１．右の図において，α，β の正弦，余弦，正接の値を求めよ。



２．木の根もとから 6 m 離れた地点に立って木の先端を見上げると，水平面とのなす角が 20° であった。目の高さを1.7 m として，木の高さを求めよ。ただし，小数第 2 位を四捨五入せよ。

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443
20°	0.3420	0.9397	0.3640

３．$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めよ。

(1) $\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(2) $\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(3) $\tan\theta = \sqrt{3}$

４．$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めよ。

(1) $2\sin\theta = 1$　　(2) $\sqrt{2}\cos\theta = 1$　　(3) $\sqrt{3}\tan\theta = -1$

５．$\cos 80^\circ \sin 10^\circ + \cos 10^\circ \sin 80^\circ$ の値を求めよ。

６．次の式の値を求めよ。

(1) $\sin(90^\circ - \theta) - \cos(90^\circ - \theta) + \sin(180^\circ - \theta) + \cos(180^\circ - \theta)$

(2) $\sin(90^\circ + \theta)\sin(90^\circ - \theta) - \cos(90^\circ + \theta)\cos(90^\circ - \theta)$

7．次の式の値を求めよ。

(1)　$(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^2$　　(2)　$(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)-\dfrac{1}{1+\tan^2\theta}$

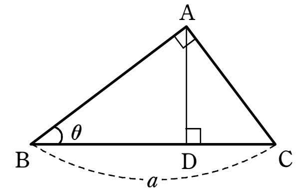
(3)　$(\sin^2\theta-\cos^2\theta)-(\sin^4\theta-\cos^4\theta)$

8．$0°\leqq\theta\leqq180°$ とする。$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ のうち，1つが次の値をとるとき，他の2つの値を求めよ。

(1)　$\cos\theta=-\dfrac{1}{5}$　　(2)　$\tan\theta=-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$　　(3)　$\tan\theta=\sqrt{2}$

9．$\angle A=90°$ の直角三角形 ABC の頂点 A から斜辺 BC に垂線 AD を下ろす。
$\angle ABC=\theta$，$BC=a$ であるとき，次の線分の長さを a，θ を用いて表せ。

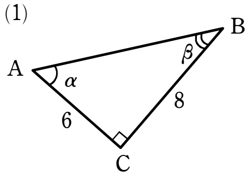
(1)　AB　　(2)　AD　　(3)　CD



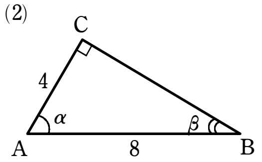
数学演習（三角比）Ｈ２３．７．２８　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

1．右の図において，α，β の正弦，余弦，正接の値を求めよ。

(1)



(2)



解答 (1) $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$，$\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\tan\alpha=\dfrac{4}{3}$，

$\sin\beta=\dfrac{3}{5}$，$\cos\beta=\dfrac{4}{5}$，$\tan\beta=\dfrac{3}{4}$

(2) $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\alpha=\dfrac{1}{2}$，$\tan\alpha=\sqrt{3}$，

$\sin\beta=\dfrac{1}{2}$，$\cos\beta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\beta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

解説

(1) $\mathrm{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ であるから

$\sin\alpha=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$，$\cos\alpha=\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，$\tan\alpha=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$

$\sin\beta=\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，$\cos\beta=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$，$\tan\beta=\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}}=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$

(2) $\mathrm{BC}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ であるから

$\sin\alpha=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos\alpha=\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$，$\tan\alpha=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$

$\sin\beta=\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$，$\cos\beta=\dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan\beta=\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}}=\dfrac{4}{4\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

2．木の根もとから 6 m 離れた地点に立って木の先端を見上げると，水平面とのなす角が 20° であった。目の高さを1.7 m として，木の高さを求めよ。ただし，小数第 2 位を四捨五入せよ。

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
18°	0.3090	0.9511	0.3249
19°	0.3256	0.9455	0.3443
20°	0.3420	0.9397	0.3640

解答 3.9 m

解説

図において

$\mathrm{BC}=\mathrm{AC}\times\tan 20^\circ=6\times 0.3640$

$=2.184$

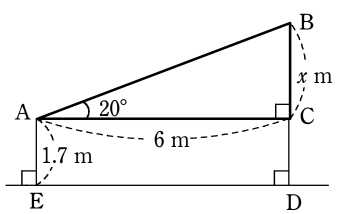
よって，木の高さ BD は

$\mathrm{BD}=\mathrm{BC}+\mathrm{AE}=2.184+1.7$

$=3.884$

求める木の高さは，小数第 2 位を四捨五入して

3.9 m



3．$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めよ。

(1) $\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　(2) $\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(3) $\tan\theta=\sqrt{3}$

解答 (1) $\theta=45^\circ$，135°　(2) $\theta=150^\circ$　(3) $\theta=60^\circ$

解説

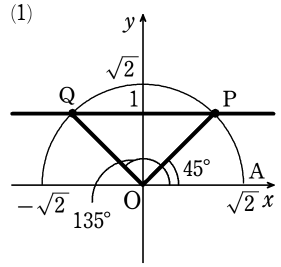
(1) $\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす θ は，[図] で ∠AOP と ∠AOQ であるから

$\theta=45^\circ$，135°

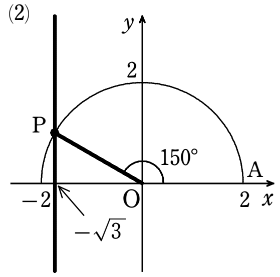
(2) $\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を満たす θ は，[図] で ∠AOP であるから　$\theta=150^\circ$

(3) $\tan\theta=\sqrt{3}$ を満たす θ は，[図] で ∠AOP であるから　$\theta=60^\circ$

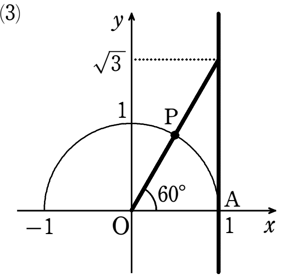
(1)



(2)



(3)



4．$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ のとき，次の等式を満たす θ の値を求めよ。

(1) $2\sin\theta=1$　　(2) $\sqrt{2}\cos\theta=1$　　(3) $\sqrt{3}\tan\theta=-1$

解答 (1) $\theta=30^\circ$，150°　(2) $\theta=45^\circ$　(3) $\theta=150^\circ$

解説

(1) $2\sin\theta=1$ から　$\sin\theta=\dfrac{1}{2}$

[図] から　$\theta=30^\circ$，150°

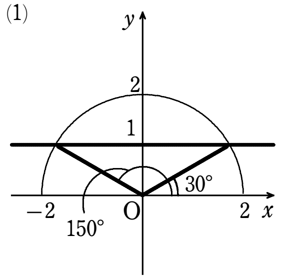
(2) $\sqrt{2}\cos\theta=1$ から　$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

[図] から　$\theta=45^\circ$

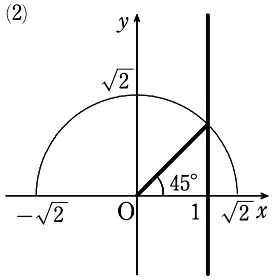
(3) $\sqrt{3}\tan\theta=-1$ から　$\tan\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

[図] から　$\theta=150^\circ$

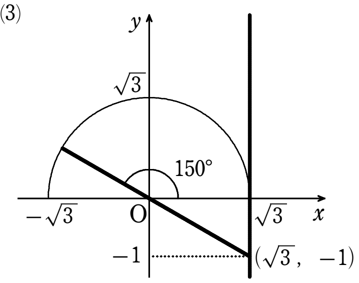
(1)



(2)



(3)



5．$\cos80^\circ\sin10^\circ+\cos10^\circ\sin80^\circ$ の値を求めよ。

解答 1

解説

$\cos80^\circ=\cos(90^\circ-10^\circ)=\sin10^\circ$，

$\sin80^\circ=\sin(90^\circ-10^\circ)=\cos10^\circ$

よって　(与式)$=\sin10^\circ\sin10^\circ+\cos10^\circ\cos10^\circ=\sin^2 10^\circ+\cos^2 10^\circ=1$

6．次の式の値を求めよ。

(1) $\sin(90^\circ-\theta)-\cos(90^\circ-\theta)+\sin(180^\circ-\theta)+\cos(180^\circ-\theta)$

(2) $\sin(90^\circ+\theta)\sin(90^\circ-\theta)-\cos(90^\circ+\theta)\cos(90^\circ-\theta)$

解答 (1) 0　(2) 1

解説

(1) (与式)$=\cos\theta-\sin\theta+\sin\theta-\cos\theta=0$

(2) $\sin(90^\circ+\theta)=\sin\{180^\circ-(90^\circ-\theta)\}=\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$

$\cos(90^\circ+\theta)=\cos\{180^\circ-(90^\circ-\theta)\}=-\cos(90^\circ-\theta)=-\sin\theta$

よって　(与式)$=\cos\theta\cdot\cos\theta-(-\sin\theta)\sin\theta=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$

7．次の式の値を求めよ。

(1)　$(\sin\theta+\cos\theta)^2+(\sin\theta-\cos\theta)^2$　　(2)　$(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)-\dfrac{1}{1+\tan^2\theta}$

(3)　$(\sin^2\theta-\cos^2\theta)-(\sin^4\theta-\cos^4\theta)$

解答　(1)　2　　(2)　0　　(3)　0

解説

(1)　(与式)$=(\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)+(\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)$

$=2(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=2\cdot1=2$

(2)　(与式)$=(1-\sin^2\theta)-\cos^2\theta=1-(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=1-1=0$

(3)　(与式)$=(\sin^2\theta-\cos^2\theta)-(\sin^2\theta+\cos^2\theta)(\sin^2\theta-\cos^2\theta)$

$=(\sin^2\theta-\cos^2\theta)-(\sin^2\theta-\cos^2\theta)=0$

8．$0°\leqq\theta\leqq180°$ とする。$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ のうち，1 つが次の値をとるとき，他の 2 つの値を求めよ。

(1)　$\cos\theta=-\dfrac{1}{5}$　　(2)　$\tan\theta=-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$　　(3)　$\tan\theta=\sqrt{2}$

解答　(1)　$\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$，$\tan\theta=-2\sqrt{6}$　　(2)　$\sin\theta=\dfrac{2}{3}$，$\cos\theta=-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

(3)　$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

解説

(1)　$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta=1-\left(-\dfrac{1}{5}\right)^2=\dfrac{24}{25}$

$\sin\theta\geqq0$ であるから　　$\sin\theta=\sqrt{\dfrac{24}{25}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$

また　　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}\div\left(-\dfrac{1}{5}\right)=-2\sqrt{6}$

(2)　$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+\left(-\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right)^2=\dfrac{9}{5}$　　よって　　$\cos^2\theta=\dfrac{5}{9}$

$\tan\theta<0$ であるから，θ は鈍角で　　$\cos\theta<0$

ゆえに　　$\cos\theta=-\sqrt{\dfrac{5}{9}}=-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

また　　$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=-\dfrac{2}{\sqrt{5}}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)=\dfrac{2}{3}$

(3)　$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+(\sqrt{2})^2=3$　　よって　　$\cos^2\theta=\dfrac{1}{3}$

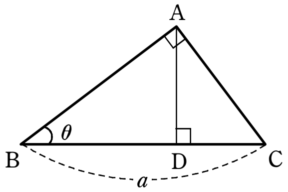
$\tan\theta>0$ であるから，θ は鋭角で　　$\cos\theta>0$

ゆえに　　$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{1}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

また　　$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=\sqrt{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

9．$\angle A=90°$ の直角三角形 ABC の頂点 A から斜辺 BC に垂線 AD を下ろす。
$\angle ABC=\theta$，$BC=a$ であるとき，次の線分の長さを a，θ を用いて表せ。

(1)　AB　　(2)　AD　　(3)　CD



解答　(1)　$a\cos\theta$　　(2)　$a\sin\theta\cos\theta$　　(3)　$a\sin^2\theta$

解説

(1)　$AB=BC\cos\theta=a\cos\theta$

(2)　$AD=AB\sin\theta=a\cos\theta\cdot\sin\theta=a\sin\theta\cos\theta$

(3)　$\angle CAD=\theta$ であるから　　$CD=AC\sin\theta=BC\sin\theta\cdot\sin\theta=a\sin^2\theta$