第１回定期考査（二次関数A）Ｈ３０．５．２４　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

$\boxed{1}$ 1 次関数 $f(x)=ax+b$ が次の条件を満たすとき，定数 a，b の値を求めよ。
$f(1)=-2$，$f(3)=4$

$\boxed{2}$ 2 次関数 $y=x^2+2$ のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

$\boxed{3}$ 次の 2 次式を平方完成せよ。$3x^2-9x+7$

$\boxed{4}$ 2 次関数 $y=-2x^2-8x-6$ のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

$\boxed{5}$ 関数 $y=-x^2-2x+1$ の $-2\leqq x\leqq 1$ における，最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

$\boxed{6}$ 直線 $x=-3$ を軸とし，2 点 $(0,\ 9)$，$(-2,\ -7)$ を通る 2 次関数を求めよ。

$\boxed{7}$ 2 次方程式 $x^2+mx+m+3=0$ が重解をもつとき，定数 m の値を求めよ。また，そのときの重解を求めよ。

$\boxed{8}$ 2 次方程式 $2x^2+x-m+1=0$ が実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$\boxed{9}$ 次の 2 次不等式を解け。
(1)　$x^2+x+2<0$　　　(2)　$-x^2+10x-25\geqq 0$

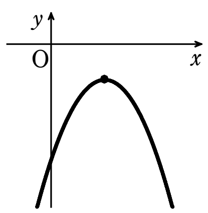
$\boxed{10}$ 次の連立不等式を解け。 $\begin{cases} x^2+2x-2\geqq 0 \\ x^2+2x-8<0 \end{cases}$

第１回定期考査（二次関数B）H３０．５．２４　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$ 関数 $y=-x^2+2x+c$ $(0\leqq x\leqq 3)$ の最小値が -5 であるように，定数 c の値を定めよ。

$\boxed{2}$ 放物線 $y=ax^2+bx+c$ を x 軸方向に 1，y 軸方向に -2 だけ平行移動したとき，移動後の放物線は $y=-2x^2+3x-1$ であった。定数 a，b，c の値を求めよ。

$\boxed{3}$ 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが次の図のようになるとき，a，b，c，b^2-4ac，$a+b+c$ の符号を求めよ。



$\boxed{4}$ 放物線 $y=x^2$ と直線 $y=-2x+m$ が接するとき，定数 m の値を求めよ。また，その接点の座標を求めよ。

$\boxed{5}$ 次の 2 次不等式を解け。$\left(\dfrac{x}{2}-1\right)^2>\dfrac{2x-5}{4}$

$\boxed{6}$ 2 次不等式 $x^2-2mx+m+6>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$\boxed{7}$ a は定数とする。関数 $y=2x^2-4ax+3$ $(-1\leqq x\leqq 1)$ の最小値を求めよ。

$\boxed{8}$ 2 次方程式 $x^2-2mx+2m+3=0$ が，異なる 2 つの負の解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

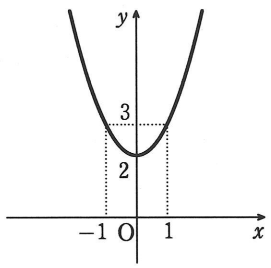
1 1次関数 $f(x)=ax+b$ が次の条件を満たすとき，定数 a，b の値を求めよ。
$f(1)=-2$，$f(3)=4$

解答 $a=3$，$b=-5$　④ (各2)

$f(1)=-2$ から　$a+b=-2$　……①
$f(3)=4$ から　$3a+b=4$　……②
①，②を解いて　$a=3$，$b=-5$

2 2次関数 $y=x^2+2$ のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

解答 [図]，点 $(0,\ 2)$，y 軸　⑥ (各2)



$y=(x-0)^2+2$ より
頂点は 点 $(0,\ 2)$，軸は y 軸，グラフは上図

不備 −1

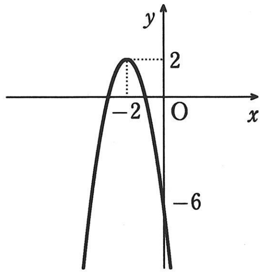
3 次の2次式を平方完成せよ。$3x^2-9x+7$

解答 $3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$　④

$$3x^2-9x+7=3(x^2-3x)+7$$
$$=3\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+7$$
$$=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-3\cdot\frac{9}{4}+7$$
$$=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$$

4 2次関数 $y=-2x^2-8x-6$ のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

解答 点 $(-2,\ 2)$，直線 $x=-2$　⑥ (各2)



$$-2x^2-8x-6=-2(x^2+4x)-6$$
$$=-2\{(x+2)^2-2^2\}-6$$
$$=-2(x+2)^2+2\cdot4-6$$
$$=-2(x+2)^2+2$$
よって，グラフは［上図］頂点は 点 $(-2,\ 2)$，　軸は 直線 $x=-2$

不備 −1

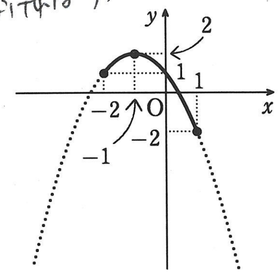
5 関数 $y=-x^2-2x+1$ の $-2\leqq x\leqq 1$ における，最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

解答 $x=-1$ で最大値 2，$x=1$ で最小値 -2　④ (各1)

関数の式を変形すると　$y=-(x+1)^2+2$

この式がなければダメ

定義域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき，この関数のグラフは［図］の実線部分である。
よって，y は $x=-1$ で最大値 2，
$x=1$ で最小値 -2
をとる。



6 直線 $x=-3$ を軸とし，2点 $(0,\ 9)$，$(-2,\ -7)$ を通る2次関数を求めよ。

解答 $y=2(x+3)^2-9$　$(y=2x^2+12x+9)$　④

軸が直線 $x=-3$ であるから，この2次関数は
$$y=a(x+3)^2+q$$
の形に表される。
グラフが点 $(0,\ 9)$ を通るから　$9=a(0+3)^2+q$
点 $(-2,\ -7)$ を通るから　$-7=a(-2+3)^2+q$
よって　$9=9a+q$，$-7=a+q$
これを解くと　$a=2$，$q=-9$　2
したがって　$y=2(x+3)^2-9$　$(y=2x^2+12x+9)$

7 2次方程式 $x^2+mx+m+3=0$ が重解をもつとき，定数 m の値を求めよ。また，そのときの重解を求めよ。

解答 $m=-2$ のとき 重解は $x=1$，　$m=6$ のとき 重解は $x=-3$　④ (各1)

2次方程式 $x^2+mx+m+3=0$ について，判別式を D とすると
$$D=m^2-4\cdot1\cdot(m+3)=m^2-4m-12$$
2次方程式が重解をもつのは $D=0$ のときであるから　$m^2-4m-12=0$
すなわち　$(m+2)(m-6)=0$
これを解いて　$m=-2$，6．
また，重解は $x=-\frac{m}{2\cdot1}=-\frac{m}{2}$ であるから　$m=-2$ のとき　$x=1$，
$m=6$ のとき　$x=-3$

8 2次方程式 $2x^2+x-m+1=0$ が実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

解答 $m\geqq\frac{7}{8}$　④　(イコールなし 3)

2次方程式 $2x^2+x-m+1=0$ について，判別式を D とすると
$$D=1^2-4\cdot2\cdot(-m+1)=8m-7$$
2次方程式が実数解をもつのは $D\geqq0$ のときであるから　$8m-7\geqq0$
これを解いて　$m\geqq\frac{7}{8}$

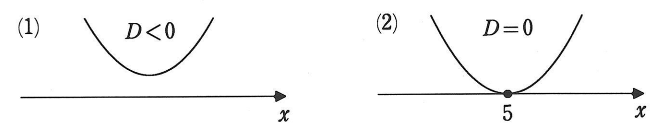
9 次の2次不等式を解け。
(1) $x^2+x+2<0$　　(2) $-x^2+10x-25\geqq0$

不備 −1

解答 (1) 解はない　(2) $x=5$　④　④

$\left(\frac{-1\pm\sqrt{-7}}{2}<0\right.$ など$\left.\right)$

(1) 2次不等式 $x^2+x+2<0$ の係数について　$D=1^2-4\cdot1\cdot2=-7<0$
x^2 の係数が正であるから，この2次不等式の解は　ない
(2) 両辺に -1 を掛けると　$x^2-10x+25\leqq0$
$x^2-10x+25=0$ を解くと　$x=5$
よって，求める2次不等式の解は　$x=5$



10 次の連立不等式を解け。$\begin{cases}x^2+2x-2\geqq0\\x^2+2x-8<0\end{cases}$

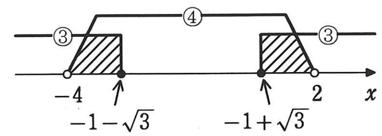
イコールなし −1

解答 $-4<x\leqq-1-\sqrt{3}$，$-1+\sqrt{3}\leqq x<2$　⑥

$\begin{cases}x^2+2x-2\geqq0 & \cdots\cdots①\\x^2+2x-8<0 & \cdots\cdots②\end{cases}$

$x^2+2x-2=0$ を解くと　$x=-1\pm\sqrt{3}$
よって，①の解は　$x\leqq-1-\sqrt{3}$，$-1+\sqrt{3}\leqq x$　……③　2
②から　$(x+4)(x-2)<0$
これを解くと　$-4<x<2$　……④　2
ここで，$\sqrt{3}=1.73\cdots\cdots$ より　$-1-\sqrt{3}=-2.73\cdots\cdots$，$-1+\sqrt{3}=0.73\cdots\cdots$
③と④の共通範囲を求めて　$-4<x\leqq-1-\sqrt{3}$，$-1+\sqrt{3}\leqq x<2$

式が書いてあって部分点



150

第１回定期考査（二次関数B）Ｈ３０．５．２４　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　　）

1 関数 $y=-x^2+2x+c$ $(0\leqq x\leqq 3)$ の最小値が -5 であるように，定数 c の値を定めよ。

解答　$c=-2$　⑥

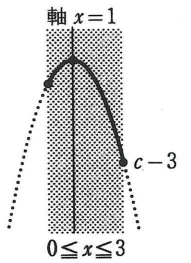
$y=-x^2+2x+c$ を変形すると

$y=-(x-1)^2+c+1$　← この式は必ず欲しい

$0\leqq x\leqq 3$ であるから，$x=3$ で最小値をとる。

$x=3$ のとき　$y=-3^2+2\cdot 3+c=c-3$　③

$c-3=-5$ より　$c=-2$



2 放物線 $y=ax^2+bx+c$ を x 軸方向に1，y 軸方向に -2 だけ平行移動したとき，移動後の放物線は $y=-2x^2+3x-1$ であった。定数 a，b，c の値を求めよ。

解答　$a=-2$，$b=-1$，$c=2$　⑥（各2）　$y=-2x^2-x+2$　⑤

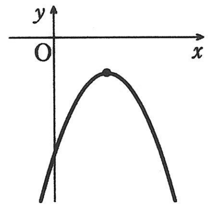
(移動後の) 放物線 $y=-2x^2+3x-1$ を x 軸方向に -1，y 軸方向に2だけ平行移動すると

$y-2=-2\{x-(-1)\}^2+3\{x-(-1)\}-1$

すなわち　$y=-2x^2-x+2$

これが (移動前の) 放物線 $y=ax^2+bx+c$ と一致するから　$a=-2$，$b=-1$，$c=2$

3 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが次の図のようになるとき，a，b，c，b^2-4ac，$a+b+c$ の符号を求めよ。



解答　a，b，c，b^2-4ac，$a+b+c$ の順に　負，正，負，負，負　⑥（b②　他①）

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフについて，頂点の x 座標は　$-\dfrac{b}{2a}$

y 軸との交点の y 座標は　c

また，$x=1$ のとき　$y=a+b+c$

グラフが上に凸であるから　$a<0$（負）

頂点の x 座標は正であるから　$-\dfrac{b}{2a}>0$

これと $a<0$ より　$b>0$（正）

y 軸の負の部分と交わるから　$c<0$（負）

x 軸と共有点をもたないから　$b^2-4ac<0$（負）

$x=1$ のとき $y<0$ であるから　$a+b+c<0$（負）

4 放物線 $y=x^2$ と直線 $y=-2x+m$ が接するとき，定数 m の値を求めよ。また，その接点の座標を求めよ。

解答　$m=-1$，接点は $(-1,\ 1)$　③　④　⑦

放物線 $y=x^2$ と直線 $y=-2x+m$ が接するとき，接点の x 座標は，2次方程式

$x^2=-2x+m$

の重解である。

式を整理すると　$x^2+2x-m=0$　……①

この2次方程式について，判別式を D とすると　$D=2^2-4\cdot 1\cdot(-m)=4m+4$

接するとき $D=0$ であるから　$4m+4=0$

これを解いて　$m=-1$

また，①の重解は　$x=-\dfrac{2}{2\cdot 1}=-1$

$y=x^2$ を代入すると　$x=-1$ のとき　$y=1$

よって，接点の座標は　$(-1,\ 1)$

すべての解答は⑤

5 次の2次不等式を解け。$\left(\dfrac{x}{2}-1\right)^2>\dfrac{2x-5}{4}$

解答　3以外のすべての実数　⑥（$x<3$，$x>3$ は 0点）（$x\neq 3$ も0点）

左辺を展開すると　$\dfrac{x^2}{4}-x+1>\dfrac{2x-5}{4}$

両辺に4を掛けて，式を整理すると　$x^2-6x+9>0$

すなわち　$(x-3)^2>0$

この2次不等式の解は　3以外のすべての実数

6 2次不等式 $x^2-2mx+m+6>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

解答　$-2<m<3$　⑥（イコール -1）

この2次不等式の係数について

$D=(-2m)^2-4\cdot 1\cdot(m+6)=4(m^2-m-6)$

2次不等式の x^2 の係数が正であるから，$D<0$ であればよい。

$m^2-m-6<0$ から　$(m+2)(m-3)<0$

これを解いて　$-2<m<3$

7 a は定数とする。関数 $y=2x^2-4ax+3$ $(-1\leqq x\leqq 1)$ の最小値を求めよ。

解答　$a<-1$ のとき　$x=-1$ で最小値 $4a+5$；
$-1\leqq a\leqq 1$ のとき　$x=a$ で最小値 $-2a^2+3$；
$1<a$ のとき　$x=1$ で最小値 $-4a+5$　⑥（各2）　イコールなし -1

$y=2x^2-4ax+3$ を変形すると　$y=2(x-a)^2-2a^2+3$

よって，放物線の軸は　直線 $x=a$

[1] $a<-1$ のとき

グラフは右の図の実線部分である。

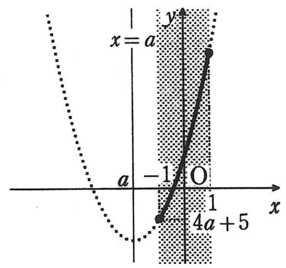
よって，$x=-1$ で最小値をとる。

$x=-1$ のとき

$y=2\cdot(-1)^2-4a\cdot(-1)+3$

$=4a+5$

したがって，$x=-1$ で最小値 $4a+5$ をとる。



[2] $-1\leqq a\leqq 1$ のとき

グラフは右の図の実線部分である。

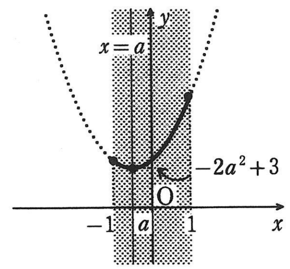
よって，$x=a$ で最小値をとる。

$x=a$ のとき

$y=2\cdot(a-a)^2-2a^2+3$

$=-2a^2+3$

したがって，$x=a$ で最小値 $-2a^2+3$ をとる。



[3] $1<a$ のとき

グラフは右の図の実線部分である。

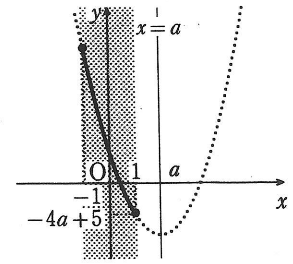
よって，$x=1$ で最小値をとる。

$x=1$ のとき

$y=2\cdot 1^2-4a\cdot 1+3$

$=-4a+5$

したがって，$x=1$ で最小値 $-4a+5$ をとる。



以上から　$a<-1$ のとき $x=-1$ で最小値 $4a+5$，
$-1\leqq a\leqq 1$ のとき $x=a$ で最小値 $-2a^2+3$，
$1<a$ のとき $x=1$ で最小値 $-4a+5$

8 2次方程式 $x^2-2mx+2m+3=0$ が，異なる2つの負の解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

解答　$-\dfrac{3}{2}<m<-1$　⑦

$f(x)=x^2-2mx+2m+3$ とする。

2次方程式 $x^2-2mx+2m+3=0$ が異なる2つの負の解をもつことは，$y=f(x)$ のグラフが x 軸の負の部分と，異なる2点で交わることと同じである。

$y=f(x)$ のグラフが x 軸の負の部分と，異なる2点で交わるための条件は

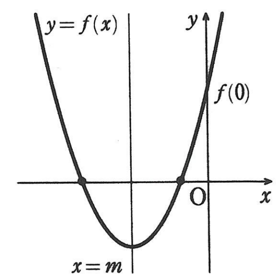
$D=(-2m)^2-4\cdot 1\cdot(2m+3)>0$　……①

軸について　$-\dfrac{-2m}{2\cdot 1}<0$

すなわち　$m<0$　……②　②

$f(0)=2m+3>0$　……③

の3つが同時に成り立つことである。



①から　$4(m^2-2m-3)>0$

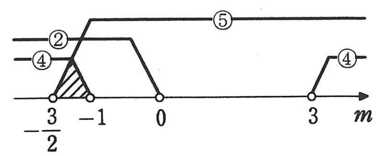
これを解いて　$m<-1$，$3<m$　……④　②

③から

$m>-\dfrac{3}{2}$　……⑤　②

②，④，⑤の共通範囲を求めて

$-\dfrac{3}{2}<m<-1$



/50