

1 次の不等式を解け。

(1) $9x^2 - 6x - 1 > 0$

(2) $-x^2 + 7x - 10 \geq 0$

(3) $x^2 - 8x + 16 > 0$

(4) $4x^2 + 4x + 1 < 0$

(5) $x^2 - 5x + 8 \leq 0$

(6)
$$\begin{cases} -3x - 1 < 0 \\ 3x^2 + x - 10 \leq 0 \end{cases}$$

2 頂点が点(1, 3)で、点(0, 5)を通る2次関数を求めよ。

3 2つの放物線 $y = 2x^2 - 8x + 5$, $y = x^2 + ax + b$ の頂点が一致するように、定数 a , b の値を定めよ。

4 放物線 $y = x^2 - 4x$ を、 x 軸方向に2, y 軸方向に-1だけ平行移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

5 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x$ に最大値, 最小値があれば, それを求めよ。

6 2次関数 $y = x^2$ のグラフと, 直線 $y = -2x + k$ が共有点をもつように, 定数 k の値の範囲を求めよ。

7 $x - 2y = 3$ のとき, $x^2 + y^2$ の最小値を求めよ。また, そのときの x , y の値を求めよ。

8 x^2 の係数が2で, (2, 4)を通り, 頂点が直線 $y = 4x - 2$ 上にある放物線の方程式を求めよ。

9 不等式 $x^2 + ax + a + 2 > 0$ ……①がある。ただし、 a, b は定数とする

(1) ①の解が $x < b$, $-2 < x$ となるとき、 a, b の値を求めよ。ただし、 $b < -2$ とする。

(2) ①の解がすべての数となるような a の値の範囲を定めよ。

10 2次関数 $y = x^2 - 2ax + 2a + 15$ ……①がある。ただし、 a は定数とする。

(1) 2次関数①のグラフが原点を通るとき、 a の値を求めよ。

(2) 2次関数①のグラフが x 軸に接するとき、 a の値を求めよ。

(3) 2次関数①のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。

(4) $0 \leq x \leq 2$ における①の最小値を a を用いて表せ。

(5) 2次関数①のグラフが x 軸の正の部分と異なる2点で交わるような a の値の範囲を求めよ。

[1] 次の不等式を解け。

(1) $9x^2 - 6x - 1 > 0$

$9x^2 - 6x - 1 = 0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+9}}{9}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

$x < \frac{1-\sqrt{2}}{3}, \frac{1+\sqrt{2}}{3} < x$

(3) $x^2 - 8x + 16 > 0$

$(x-4)^2 > 0$

 $x=4$ 以外

すべての実数

(5) $x^2 - 5x + 8 \leq 0$

$b = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8$

$= 25 - 32$

< 0

(2) $-x^2 + 7x - 10 \geq 0$

$x^2 - 7x + 10 \leq 0$

$(x-2)(x-5) \leq 0$

$2 \leq x \leq 5$

(4) $4x^2 + 4x + 1 < 0$

$(2x+1)^2 < 0$

解なし

(6) $\begin{cases} -3x-1 < 0 & \text{--- ①} \\ 3x^2+x-10 \leq 0 & \text{--- ②} \end{cases}$

① F) $-3x < 1$

$x > -\frac{1}{3}$ --- ①

② F) $(3x-5)(x+2) \leq 0$

$-2 \leq x \leq \frac{5}{3}$ --- ②

①②より $-\frac{1}{3} < x \leq \frac{5}{3}$

$-\frac{1}{3} < x \leq \frac{5}{3}$

[2] 頂点が点(1, 3)で、点(0, 5)を通る2次関数を求めよ。

$y = a(x-1)^2 + 3$

$5 = a(0-1)^2 + 3$

$a = 2$

$y = 2(x-1)^2 + 3$

$y = 2x^2 - 4x + 5$

[3] 2つの放物線 $y = 2x^2 - 8x + 5$, $y = x^2 + ax + b$ の頂点が一致するように、定数 a , b の値を定めよ。

$y = 2(x^2 - 4x) + 5$

$= 2(x-2)^2 - 4 + 5$

$= 2(x-2)^2 - 3$

① R (2, -3)

$y = (x + \frac{a}{2})^2 - \frac{a^2}{4} + b$

① R $(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b)$

$-\frac{a}{2} = 2, -\frac{a^2}{4} + b = -3$

$a = -4, b = 1$

[4] 放物線 $y = x^2 - 4x$ を、 x 軸方向に2, y 軸方向に-1だけ平行移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

$y = (x-2)^2 - 4$

① R (2, -4)

移動 ① R (4, -5)

$y = (x-4)^2 - 5$

$y = x^2 - 8x + 11$

[5] 関数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x$ に最大値, 最小値があれば, それを求めよ。

$= -\frac{1}{2}(x^2 + 2x)$

$= -\frac{1}{2}\{(x+1)^2 - 1\}$

$= -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2}$

$x = -1$ のとき ① R $\frac{1}{2}$

① R

[6] 2次関数 $y = x^2$ のグラフと、直線 $y = -2x + k$ が 2点で交わるようなとき、定数 k の値を求めよ。

$y = x^2$ --- ①

$y = -2x + k$ --- ②

①と②に代入して

$x^2 = -2x + k$

$x^2 + 2x - k = 0$

$b^2 - 4ac \geq 0$ とする。

$b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-k)$

$= 4 + 4k$

$4 + 4k \geq 0$

$4k \geq -4$

$k \geq -1$

[7] $x - 2y = 3$ のとき, $x^2 + y^2$ の最小値を求めよ。また, そのときの x , y の値を求めよ。

$x = 2y + 3$ を代入して

$x^2 + y^2 = (2y+3)^2 + y^2$

$= 5y^2 + 12y + 9$

$= 5(y^2 + \frac{12}{5}y) + 9$

$= 5(y + \frac{6}{5})^2 - \frac{36}{5} + \frac{45}{5}$

$= 5(y + \frac{6}{5})^2 + \frac{9}{5}$

$y = -\frac{6}{5}$ のとき ① R $\frac{9}{5}$

$y = -\frac{6}{5}$ のとき

$x = 2y + 3$ に代入して

$= 2 \times (-\frac{6}{5}) + 3$

$= -\frac{12}{5} + \frac{15}{5}$

$= \frac{3}{5}$

$x = \frac{3}{5}, y = -\frac{6}{5}$ のとき

① R $\frac{9}{5}$

[8] x^2 の係数が2で, (2, 4)を通り, 頂点が直線 $y = 4x - 2$ 上にある放物線の方程式を求めよ。

① R $(x, 4x-2)$ とする。

$y = 2(x-x)^2 + 4x - 2$... (*)

(2, 4) を通るので

$4 = 2(2-x)^2 + 4x - 2$

$4 = 2(4 - 4x + x^2) + 4x - 2$

$2x^2 - 4x + 2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x-1)^2 = 0$

$x = 1$

よって (*) より $y = 2(x-1)^2 + 2$

$y = 2x^2 - 4x + 4$

9 不等式 $x^2+ax+a+2>0$ ①がある。ただし、 a, b は定数とする

(1) ①の解が $x<b, -2<x$ となるとき、 a, b の値を求めよ。ただし、 $b<-2$ とする。



$$x^2+6x+8>0$$

$$(x+2)(x+4)>0$$

$x^2+ax+a+2=0$ とすると

$x=-2$ が解となるから

代入して

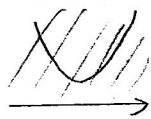
$$4-2a+a+2=0$$

$$-a=-6$$

$$a=6$$

$$a=6, b=-4$$

(2) ①の解がすべての数となるような a の値の範囲を定めよ。



グラフがx軸より上方

なり $b^2-4ac<0$ となる。

$$b^2-4ac=a^2-4\cdot 1\cdot (a+2)$$

$$=a^2-4a-8$$

$$\therefore a^2-4a-8<0$$

$$a^2-4a-8=0$$
 として

$$a=2\pm\sqrt{4+8}$$

$$=2\pm 2\sqrt{3}$$

$$2-2\sqrt{3}<a<2+2\sqrt{3}$$

10 2次関数 $y=x^2-2ax+2a+15$ ①がある。ただし、 a は定数とする。

(1) 2次関数①のグラフが原点を通るとき a の値を求めよ。

$$x=0, y=0$$
 を代入して

$$0=2a+15$$

$$-2a=15$$

$$a=-\frac{15}{2}$$

(2) 2次関数①のグラフがx軸に接するとき a の値を求めよ。

$$b^2-4ac=0$$
 とおいて

$$b^2-4ac=(-2a)^2-4\cdot 1\cdot (2a+15)$$

$$=4a^2-4(2a+15)$$

$$\therefore 4a^2-8a-60=0$$

$$(a+3)(a-5)=0 \quad a=-3, 5$$

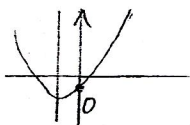
(3) 2次関数①のグラフの頂点の座標を a を用いて表せ。

$$y=(x-a)^2-a^2+2a+15$$

$$(a, -a^2+2a+15)$$

(4) $0\leq x\leq 2$ における①の最小値を a を用いて表せ。 ~~④~~ $x=a$

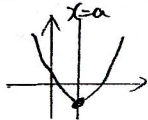
(i) $a\leq 0$ について



$$x=0$$
 のとき ④

$$2a+15$$

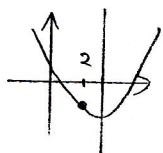
(ii) $0<a<2$ について



$$x=a$$
 のとき

$$\textcircled{1} -a^2+2a+15$$

(iii)



$$x=2$$
 のとき

$$\textcircled{1} -a+19$$

$$y=4-4a+2a+15$$

(5) 2次関数①のグラフがx軸の正の部分と異なる2点で交わるような a の値の範囲を求めよ。

$$(i) D>0$$

$$(2) f(0)(a+3)(a-5)>0$$

$$a<-3, 5<a$$

$$(ii) \text{軸}>0 \quad f(1) \quad a>0$$

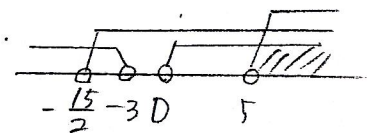
$$(iii) f(x)=x^2-2ax+2a+15$$
 とすると

$$f(0)=2a+15>0$$

$$2a>-15$$

$$a>-\frac{15}{2}$$

(i)(ii)(iii)より



$$5<a$$