

1

次の2次不等式を解け。

(1) $(x-4)(x-7)<0$

(2) $(x+3)(x-5)\geq 0$

(3) $x(x+2)>0$

(4) $x(x+6)\leq 0$

2

次の2次不等式を解け。

(1) $x^2-3x-18>0$

(2) $x^2-64<0$

(3) $x^2-2x-24\leq 0$

(4) $x^2-13x+40\geq 0$

(5) $x^2+7x<0$

(6) $x^2+5x-36\geq 0$

3

次の2次不等式を解け。

(1) $2x^2-7x+3<0$

(2) $x^2-4x-3\geq 0$

(3) $-x^2+7x+8>0$

4 次の2次不等式を解け。

- (1) $x^2>2x+8$
- (3) $x(x-4)\leqslant 2(x^2-3)$

(2) $2x^2-3x\leqslant 9$

(4) $(2x+1)^2+24>(x+5)^2$

5 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2+14x+49<0$

(2) $x^2+16x+64\geqslant 0$

(3) $9x^2-6x+1\leqslant 0$

6 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2-2x+4>0$

(2) $x^2-8x+17\leqslant 0$

(3) $3x^2+6x+7>0$

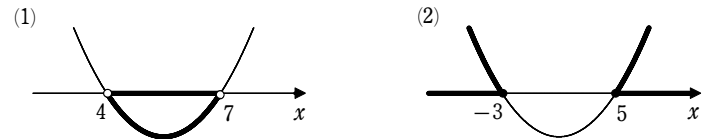
1 次の2次不等式を解け。

- (1) $(x-4)(x-7)<0$
- (2) $(x+3)(x-5)\geq 0$
- (3) $x(x+2)>0$
- (4) $x(x+6)\leq 0$

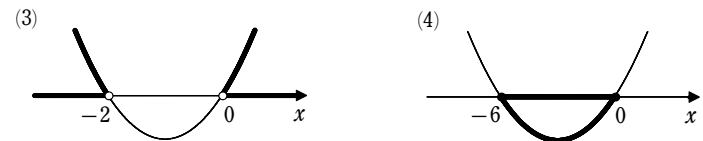
解答 (1) $4<x<7$ (2) $x\leq -3, 5\leq x$ (3) $x<-2, 0<x$ (4) $-6\leq x\leq 0$

解説

- (1) $(x-4)(x-7)<0$ の解は $4<x<7$
- (2) $(x+3)(x-5)\geq 0$ の解は $x\leq -3, 5\leq x$



- (3) $x(x+2)>0$ の解は $x<-2, 0<x$
- (4) $x(x+6)\leq 0$ の解は $-6\leq x\leq 0$



2 次の2次不等式を解け。

- (1) $x^2-3x-18>0$
- (2) $x^2-64<0$
- (3) $x^2-2x-24\leq 0$
- (4) $x^2-13x+40\geq 0$
- (5) $x^2+7x<0$
- (6) $x^2+5x-36\geq 0$

解答 (1) $x<-3, 6<x$ (2) $-8<x<8$ (3) $-4\leq x\leq 6$ (4) $x\leq 5, 8\leq x$
(5) $-7<x<0$ (6) $x\leq -9, 4\leq x$

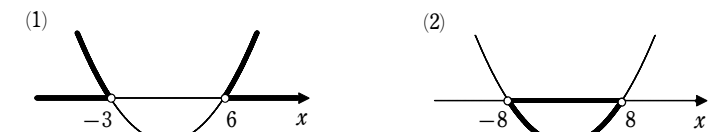
解説

- (1) $x^2-3x-18=0$ を解くと $x=-3, 6$
よって、 $x^2-3x-18>0$ の解は $x<-3, 6<x$

別解 $x^2-3x-18>0$ から $(x+3)(x-6)>0$ よって $x<-3, 6<x$

- (2) $x^2-64=0$ を解くと $x=\pm 8$
よって、 $x^2-64<0$ の解は $-8<x<8$

別解 $x^2-64<0$ から $(x+8)(x-8)<0$ よって $-8<x<8$

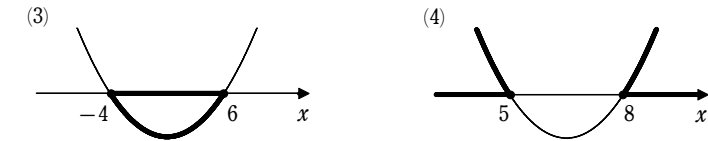


- (3) $x^2-2x-24=0$ を解くと $x=-4, 6$
よって、 $x^2-2x-24\leq 0$ の解は $-4\leq x\leq 6$

別解 $x^2-2x-24\leq 0$ から $(x+4)(x-6)\leq 0$ よって $-4\leq x\leq 6$

- (4) $x^2-13x+40=0$ を解くと $x=5, 8$
よって、 $x^2-13x+40\geq 0$ の解は $x\leq 5, 8\leq x$

別解 $x^2-13x+40\geq 0$ から $(x-5)(x-8)\geq 0$ よって $x\leq 5, 8\leq x$

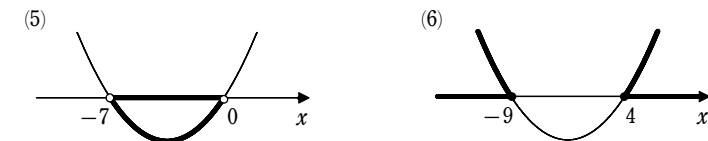


- (5) $x^2+7x=0$ を解くと $x=-7, 0$
よって、 $x^2+7x<0$ の解は $-7<x<0$

別解 $x^2+7x<0$ から $x(x+7)<0$ よって $-7<x<0$

- (6) $x^2+5x-36=0$ を解くと $x=-9, 4$
よって、 $x^2+5x-36\geq 0$ の解は $x\leq -9, 4\leq x$

別解 $x^2+5x-36\geq 0$ から $(x+9)(x-4)\geq 0$ よって $x\leq -9, 4\leq x$



3 次の2次不等式を解け。

- (1) $2x^2-7x+3<0$
- (2) $x^2-4x-3\geq 0$
- (3) $-x^2+7x+8>0$

解答 (1) $\frac{1}{2}<x<3$ (2) $x\leq 2-\sqrt{7}, 2+\sqrt{7}\leq x$ (3) $-1<x<8$

解説

- (1) $2x^2-7x+3=0$ を解くと

$$x=\frac{1}{2}, 3$$

よって、 $2x^2-7x+3<0$ の解は

$$\frac{1}{2}<x<3$$

- (2) $x^2-4x-3=0$ を解くと

$$x=2\pm\sqrt{7}$$

よって、 $x^2-4x-3\geq 0$ の解は

$$x\leq 2-\sqrt{7}, 2+\sqrt{7}\leq x$$

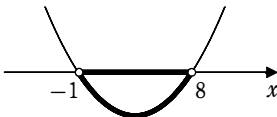
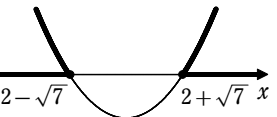
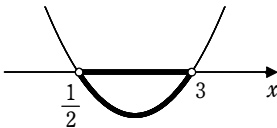
- (3) 両辺に -1 を掛けて

$$x^2-7x-8<0$$

$x^2-7x-8=0$ を解くと

$$x=-1, 8$$

よって、 $-x^2+7x+8>0$ の解は
 $-1<x<8$



4 次の2次不等式を解け。

- (1) $x^2 > 2x + 8$ (2) $2x^2 - 3x \leq 9$
(3) $x(x-4) \leq 2(x^2-3)$ (4) $(2x+1)^2 + 24 > (x+5)^2$

解答 (1) $x < -2, 4 < x$ (2) $-\frac{3}{2} \leq x \leq 3$ (3) $x \leq -2 - \sqrt{10}, -2 + \sqrt{10} \leq x$
(4) $x < 0, 2 < x$

解説

(1) 式を整理すると $x^2 - 2x - 8 > 0$

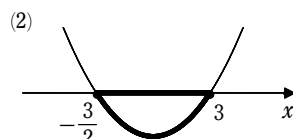
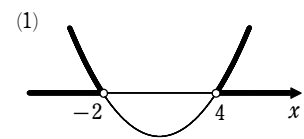
$x^2 - 2x - 8 = 0$ を解くと $x = -2, 4$

よって、この2次不等式の解は $x < -2, 4 < x$

(2) 式を整理すると $2x^2 - 3x - 9 \leq 0$

$2x^2 - 3x - 9 = 0$ を解くと $x = -\frac{3}{2}, 3$

よって、この2次不等式の解は $-\frac{3}{2} \leq x \leq 3$



(3) 展開すると $x^2 - 4x \leq 2x^2 - 6$ 式を整理すると $x^2 + 4x - 6 \geq 0$

$x^2 + 4x - 6 = 0$ を解くと $x = -2 \pm \sqrt{10}$

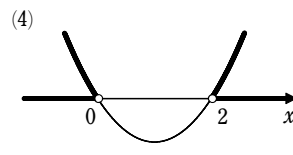
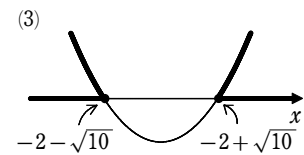
よって、この2次不等式の解は $x \leq -2 - \sqrt{10}, -2 + \sqrt{10} \leq x$

(4) 展開すると $4x^2 + 4x + 1 + 24 > x^2 + 10x + 25$

式を整理すると $x^2 - 2x > 0$

$x^2 - 2x = 0$ を解くと $x = 0, 2$

よって、この2次不等式の解は $x < 0, 2 < x$



5 次の2次不等式を解け。

- (1) $x^2 + 14x + 49 < 0$ (2) $x^2 + 16x + 64 \geq 0$ (3) $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$

解答 (1) 解はない (2) すべての実数 (3) $x = \frac{1}{3}$

解説

(1) $x^2 + 14x + 49 = (x+7)^2$

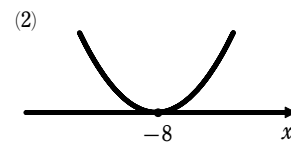
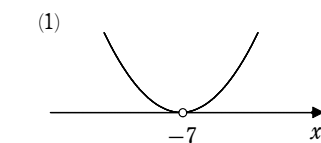
$y = x^2 + 14x + 49$ のグラフは、図のように x 軸と点 $(-7, 0)$ で接する。

よって、 $x^2 + 14x + 49 < 0$ の解はない。

(2) $x^2 + 16x + 64 = (x+8)^2$

$y = x^2 + 16x + 64$ のグラフは、図のように x 軸と点 $(-8, 0)$ で接する。

よって、 $x^2 + 16x + 64 \geq 0$ の解は すべての実数

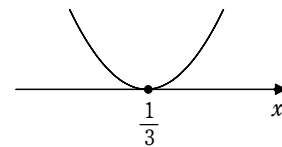


(3) $9x^2 - 6x + 1 = (3x-1)^2$

$y = 9x^2 - 6x + 1$ のグラフは、図のように x 軸と

点 $(\frac{1}{3}, 0)$ で接する。

よって、 $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$ の解は $x = \frac{1}{3}$



6 次の2次不等式を解け。

- (1) $x^2 - 2x + 4 > 0$ (2) $x^2 - 8x + 17 \leq 0$ (3) $3x^2 + 6x + 7 > 0$

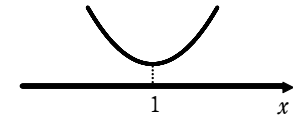
解答 (1) すべての実数 (2) 解はない (3) すべての実数

解説

(1) $x^2 - 2x + 4 = (x-1)^2 + 3$

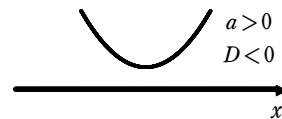
$y = x^2 - 2x + 4$ のグラフは x 軸より上側にあり、 x 軸と共有点をもたない。

よって、 $x^2 - 2x + 4 > 0$ の解は すべての実数



別解 $x^2 - 2x + 4 = 0$ の判別式を D とすると $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -12 < 0$

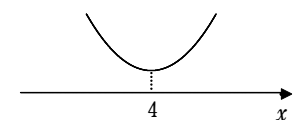
x^2 の係数が正であるから、この2次不等式の解は すべての実数



(2) $x^2 - 8x + 17 = (x-4)^2 + 1$

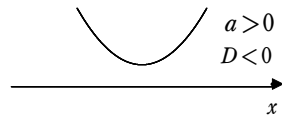
$y = x^2 - 8x + 17$ のグラフは x 軸より上側にあり、 x 軸と共有点をもたない。

よって、 $x^2 - 8x + 17 \leq 0$ の解はない。



別解 $x^2 - 8x + 17 = 0$ の判別式を D とすると $D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 17 = -4 < 0$

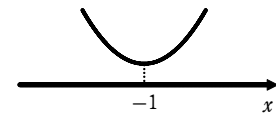
x^2 の係数が正であるから、この2次不等式の解はない。



(3) $3x^2 + 6x + 7 = 3(x^2 + 2x) + 7 = 3[(x+1)^2 - 1] + 7 = 3(x+1)^2 + 4$

$y = 3x^2 + 6x + 7$ のグラフは x 軸より上側にあり、 x 軸と共有点をもたない。

よって、 $3x^2 + 6x + 7 > 0$ の解は すべての実数



別解 $3x^2 + 6x + 7 = 0$ の判別式を D とすると $D = 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 7 = -48 < 0$

x^2 の係数が正であるから、この2次不等式の解は すべての実数

