

1. 関数 $y=3x^2-6ax+2$ ($0 \leq x \leq 2$) の最大値および最小値を、次の (1)~(5) の場合について求めよ。

- (1) $a < 0$ (2) $0 \leq a < 1$ (3) $a = 1$ (4) $1 < a \leq 2$ (5) $a > 2$

2. 関数 $f(x)=x^2-2ax+2a+3$ ($0 \leq x \leq 4$) の最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ。

3. 関数 $f(x) = -x^2 + 2ax - a$ ($-1 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ。

4. 関数 $y = x^2 - 4ax + 4a$ ($0 \leq x \leq 4$) の最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ。

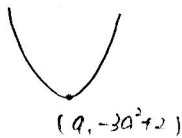
1. 関数 $y = 3x^2 - 6ax + 2$ ($0 \leq x \leq 2$) の最大値および最小値を、次の(1)~(5)の場合について求めよ。

- (1) $a < 0$ (2) $0 \leq a < 1$ (3) $a = 1$ (4) $1 < a \leq 2$ (5) $a > 2$

$$y = 3(x^2 - 2ax) + 2$$

$$= 3\{(x-a)^2 - a^2\} + 2$$

$$= 3(x-a)^2 - 3a^2 + 2$$



(1) $a < 0$



最大は $x=2$ の時

$$\text{最大値は } 3 \cdot 2^2 - 6a \cdot 2 + 2$$

$$= 14 - 12a$$

最小は $x=0$ の時

$$\text{最小値は } 3 \cdot 0^2 - 6a \cdot 0 + 2 = 2$$

(2) $0 \leq a < 1$



最大は $x=2$ の時

$$\text{最大値は } 14 - 12a$$

最小は $x=a$ の時

$$\text{最小値は } 3(a-a)^2 - 3a^2 + 2 = -3a^2 + 2$$

(3) $a = 1$

$$a=1 \text{ の時 } y = 3(x-1)^2 - 1$$



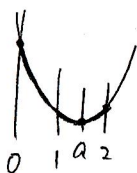
最大は $x=0.2$ の時

$$\text{最大値は } 2$$

最小は $x=1$ の時

$$\text{最小値は } -1$$

(4) $1 < a \leq 2$



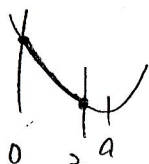
最大は $x=0$ の時

$$\text{最大値は } 2$$

最小は $x=a$ の時

$$\text{最小値は } -3a^2 + 2$$

(5) $a > 2$



最大は $x=0$ の時

$$\text{最大値は } 2$$

最小は $x=2$ の時

$$\text{最小値は } 14 - 12a$$

以下より

	最大値	最小値
(1) $a < 0$	$14 - 12a$ ($x=2$)	2 ($x=0$)
(2) $0 \leq a < 1$	$14 - 12a$ ($x=2$)	$-3a^2 + 2$ ($x=a$)
(3) $a = 1$	2 ($x=0.2$)	-1 ($x=1$)
(4) $1 < a \leq 2$	2 ($x=0$)	$-3a^2 + 2$ ($x=a$)
(5) $a > 2$	2 ($x=0$)	$14 - 12a$ ($x=2$)

2. 関数 $f(x) = x^2 - 2ax + 2a + 3$ ($0 \leq x \leq 4$) の最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ。

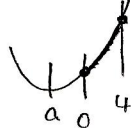
$$f(x) = (x^2 - 2ax) + 2a + 3$$

$$= (x-a)^2 - a^2 + 2a + 3$$

・ $a < 0$ の時

最大は $x=4$ の時

$$\text{最大値 } 4^2 - 2a \cdot 4 + 2a + 3 = 19 - 6a$$



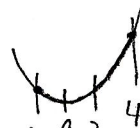
最小は $x=0$ の時

$$\text{最小値 } 2a + 3$$

・ $0 \leq a < 2$ の時

最大は $x=4$ の時

$$\text{最大値 } 19 - 6a$$



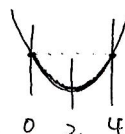
最小は $x=a$ の時

$$\text{最小値 } -a^2 + 2a + 3$$

・ $a = 2$ の時

最大は $x=0.4$ の時

$$\text{最大値 } 7$$



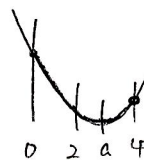
最小は $x=2$ の時

$$\text{最小値 } 3$$

・ $2 < a \leq 4$ の時

最大は $x=0$ の時

$$\text{最大値 } 2a + 3$$



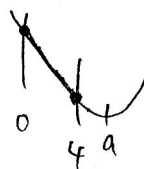
最小は $x=a$ の時

$$\text{最小値 } -a^2 + 2a + 3$$

・ $a > 4$ の時

最大は $x=0$ の時

$$\text{最大値 } 2a + 3$$



最小は $x=4$ の時

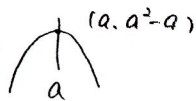
$$\text{最小値 } 19 - 6a$$

以下より

	最大値	最小値
$a < 0$	$19 - 6a$ ($x=4$)	$2a + 3$ ($x=0$)
$0 \leq a < 2$	$19 - 6a$ ($x=4$)	$-a^2 + 2a + 3$ ($x=a$)
$a = 2$	7 ($x=0.4$)	3 ($x=2$)
$2 < a \leq 4$	$2a + 3$ ($x=0$)	$-a^2 + 2a + 3$ ($x=a$)
$a > 4$	$2a + 3$ ($x=0$)	$19 - 6a$ ($x=4$)

3. 関数 $f(x) = -x^2 + 2ax - a$ ($-1 \leq x \leq 3$) の最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ。

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x^2 - 2ax) - a \\ &= -(x-a)^2 + a^2 - a \\ &= -(x-a)^2 + a^2 - a \end{aligned}$$



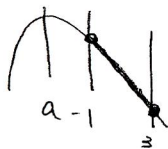
• $a < -1$ の時

最大は $x = -1$ の時

$$\begin{aligned} \text{最大値} &= -(-1)^2 + 2a(-1) - a \\ &= -1 - 3a \end{aligned}$$

最小は $x = 3$ の時

$$\text{最小値} = -3^2 + 2a \cdot 3 - a = 5a - 9$$



• $-1 \leq a < 1$ の時

最大は $x = a$ の時

$$\text{最大値} = a^2 - a$$

最小は $x = 3$ の時

$$\text{最小値} = 5a - 9$$



• $a = 1$ の時

最大は $x = 1$ の時

$$\text{最大値} = 0$$

最小は $x = -1, 3$ の時

$$\text{最小値} = -4$$



• $1 < a \leq 3$ の時

最大は $x = a$ の時

$$\text{最大値} = a^2 - a$$

最小は $x = -1$ の時

$$\text{最小値} = -1 - 3a$$



• $a > 3$ の時

最大は $x = 3$ の時

$$\text{最大値} = 5a - 9$$

最小は $x = -1$ の時

$$\text{最小値} = -1 - 3a$$

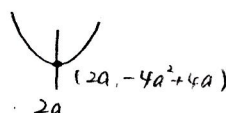


まとめ

	最大値	最小値
$a < -1$	$-3a - 1$ ($x = -1$)	$5a - 9$ ($x = 3$)
$-1 \leq a < 1$	$a^2 - a$ ($x = a$)	$5a - 9$ ($x = 3$)
$a = 1$	0 ($x = 1$)	-4 ($x = -1, 3$)
$1 < a \leq 3$	$a^2 - a$ ($x = a$)	$-3a - 1$ ($x = -1$)
$a > 3$	$5a - 9$ ($x = 3$)	$-3a - 1$ ($x = -1$)

4. 関数 $y = x^2 - 4ax + 4a$ ($0 \leq x \leq 4$) の最大値・最小値とそのときの x の値を求めよ。

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4ax + 4a \\ &= (x - 2a)^2 - (2a)^2 + 4a \\ &= (x - 2a)^2 - 4a^2 + 4a \end{aligned}$$



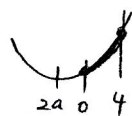
• $2a < 0$ かつ $a < 0$ の時

最大は $x = 4$ の時

$$\text{最大値} = 4^2 - 4a \cdot 4 + 4a = 16 - 12a$$

最小は $x = 0$ の時

$$\text{最小値} = 4a$$



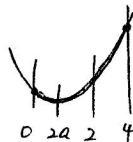
• $0 \leq 2a < 2$ かつ $0 \leq a < 1$ の時

最大は $x = 4$ の時

$$\text{最大値} = 16 - 12a$$

最小は $x = 2a$ の時

$$\text{最小値} = -4a^2 + 4a$$



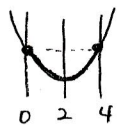
• $2a = 2$ かつ $a = 1$ の時

最大は $x = 0, 4$ の時

$$\text{最大値} = 4$$

最小は $x = 2$ の時

$$\text{最小値} = 0$$



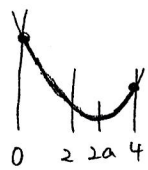
• $2 < 2a \leq 4$ かつ $1 < a \leq 2$ の時

最大は $x = 0$ の時

$$\text{最大値} = 4a$$

最小は $x = 2a$ の時

$$\text{最小値} = -4a^2 + 4a$$



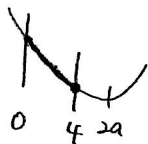
• $2a > 4$ かつ $a > 2$ の時

最大は $x = 0$ の時

$$\text{最大値} = 4a$$

最小は $x = 4$ の時

$$\text{最小値} = 16 - 12a$$



まとめ

	最大値	最小値
$a < 0$	$16 - 12a$ ($x = 4$)	$4a$ ($x = 0$)
$0 \leq a < 1$	$16 - 12a$ ($x = 4$)	$-4a^2 + 4a$ ($x = 2a$)
$a = 1$	4 ($x = 0, 4$)	0 ($x = 2$)
$1 < a \leq 2$	$4a$ ($x = 0$)	$-4a^2 + 4a$ ($x = 2a$)
$a > 2$	$4a$ ($x = 0$)	$16 - 12a$ ($x = 4$)