1. $2x+y=1$のとき，x^2+y^2の最小値とそのときのx，yの値を求めよ。

2. $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$x+y=4$のとき，x^2+y^2の最大値，最小値を求めよ。また，そのときのx，yの値を求めよ。

3. 放物線$y=-2x^2-12x-14$を平行移動して，放物線$y=-2x^2+4x-3$に重ねるには，どのように平行移動すればいいか。

4. ある放物線を，x軸方向に-1，y軸方向に-3だけ平行移動し，さらにx軸に関して対称移動したところ，放物線$y=x^2-2x+2$と一致した。移動前の放物線の方程式を求めよ。

5. ２次関数$y=-x^2+2ax$ $(0 \leqq x \leqq 1)$の最大値とそのときのxの値を求めよ。

6. ２次関数$y=x^2+4x+1$ $(a \leqq x \leqq a+2)$の最小値とそのときのxの値を求めよ。

7. 次の条件を満たす２次関数を求めよ。

(1)　軸が直線$x=3$で，２点$(2,3)$，$(5,-3)$を通る。

(2)　３点$(-2,-10)$，$(1,2)$，$(3,0)$を通る。

(3)　$y=2x^2$を平行移動したもので，グラフが点$(1,3)$を通り，頂点が直線$y=2x-3$上にある。

8. ２次関数$y=-x^2+6x+c$ $(1 \leqq x \leqq 4)$の最小値が-2となるように，定数cの値を求めよ。

数学演習（2次関数）H19．6．20　　（　）組（　）番　名前（　　　　）

1．$2x+y=1$のとき，x^2+y^2の最小値とそのときのx, yの値を求めよ。

$z=x^2+y^2$ とおく.

$y=1-2x$ より

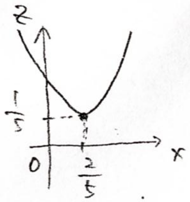
$z=x^2+(1-2x)^2$

$=x^2+4x^2-4x+1$

$=5x^2-4x+1$

$=5(x^2-\frac{4}{5}x)+1$

$=5(x-\frac{2}{5})^2+\frac{1}{5}$



$x=\frac{2}{5}$の時 zは最小値$\frac{1}{5}$をとる.

$x=\frac{2}{5}$の時. $y=1-2\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$ より

$x=\frac{2}{5}, y=\frac{1}{5}$ の時最小値$\frac{1}{5}$

2．$x\geqq0, y\geqq0, x+y=4$のとき，x^2+y^2の最大値，最小値を求めよ。また，そのときのx, yの値を求めよ。

$z=x^2+y^2$ とおく

$x\geqq0$. $y\geqq0$で.

$y=4-x$ とおくと

$4-x\geqq0$ ∴ $x\leqq4$

$x\geqq0$とあわせて.

$0\leqq x\leqq4$

ここで.

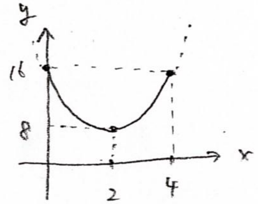
$z=x^2+(4-x)^2$

$=x^2+x^2-8x+16$

$=2x^2-8x+16$

$=2(x^2-4x)+16$

$=2(x-2)^2+8$



$x=0, 4$の時. 最大値16

$x=2$の時. 最小値 8.

よって

$\begin{cases}x=0\\y=4\end{cases}$, $\begin{cases}x=4\\y=0\end{cases}$ の時最大値16

$\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$ の時最小値8

3．放物線$y=-2x^2-12x-14$を平行移動して，放物線$y=-2x^2+4x-3$に重ねるには，どのように平行移動すればいいか。

$y=-2x^2-12x-14$

$=-2(x^2+6x)-14$

$=-2\{(x+3)^2-9\}-14$

$=-2(x+3)^2+4$. 頂点$(-3, 4)$

$y=-2x^2+4x-3$

$=-2(x^2-2x)-3$

$=-2\{(x-1)^2-1\}-3$

$=-2(x-1)^2-1$　頂点$(1, -1)$

よって.

x軸方向に 4

y軸方向に −5

平行移動すればよい.

4．ある放物線を，x軸方向に-1，y軸方向に-3だけ平行移動し，さらにx軸に関して対称移動したところ，放物線$y=x^2-2x+2$と一致した。移動前の放物線の方程式を求めよ。

$y=x^2-2x+2$を. x軸に対称移動し. さらに.

x軸方向に+1. y軸方向に+3だけ平行移動すれば…

$y=x^2-2x+2$をx軸方向に対称移動すると

$-y=x^2-2x+2$　∴ $y=-x^2+2x-2$.

x軸方向に+1. y軸方向に+3 平行移動すると

$y-3=-(x-1)^2+2(x-1)-2$　∴ $y=-x^2+4x-2$

5．2次関数$y=-x^2+2ax$ $(0\leqq x\leqq1)$の最大値とそのときのxの値を求めよ。

$y=-(x^2-2ax)$

$=-(x-a)^2+a^2$

頂点(a, a^2)

① $a<0$の時.

$x=0$で最大をとる.

最大値 $-0^2+2a\cdot0=0$.

② $0\leqq a\leqq1$の時

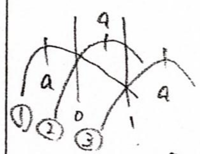
$x=a$で最大をとる

最大値 a^2.

③ $a>1$の時

$x=1$で最大をとる.

最大値 $-1^2+2a=2a-1$



∴

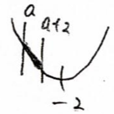
	最大値
$a<0$	$0\ (x=0)$
$0\leqq a\leqq1$	$a^2\ (x=a)$
$a>1$	$2a-1\ (x=1)$

6．2次関数$y=x^2+4x+1$ $(a\leqq x\leqq a+2)$の最小値とそのときのxの値を求めよ。

$y=x^2+4x+1$

$=(x+2)^2-3$

① $a+2<-2$ ∴ $a<-4$の時



$x=a+2$の時最小

最小値 $(a+2)^2+4(a+2)+1$

$=a^2+8a+13$

② $a\leqq-2\leqq a+2$ ∴ $-4\leqq a\leqq-2$の時

$x=-2$の時 最小

最小値 −3

③ $a>-2$ の時

$x=a$ の時最小

最小値 a^2+4a+1

	最小値
$a<-4$	$a^2+8a+13\ (x=a+2)$
$-4\leqq a\leqq-2$	$-3\ (x=-2)$
$a>-2$	$a^2+4a+1\ (x=a)$

7．次の条件を満たす2次関数を求めよ。

(1)　軸が直線$x=3$で，2点$(2, 3)$，$(5, -3)$を通る。

$y=a(x-3)^2+b$ とおける. $(2, 3)$. $(5, -3)$を通るので

$\begin{cases}3=a(2-3)^2+b\\-3=a(5-3)^2+b\end{cases}$　∴ $\begin{cases}a+b=3\\4a+b=-3\end{cases}$

解いて. $a=-2$. $b=5$.

よって

$y=-2(x-3)^2+5$

∴ $y=-2x^2+12x-13$

(2)　3点$(-2, -10)$，$(1, 2)$，$(3, 0)$を通る。

$y=ax^2+bx+c$ とおく.

$\begin{cases}-10=a(-2)^2+b(-2)+c\\2=a\cdot1^2+b\cdot1+c\\0=a\cdot3^2+b\cdot3+c\end{cases}$　∴ $\begin{cases}4a-2b+c=-10\\a+b+c=2\\9a+3b+c=0\end{cases}$

解いて

$a=-1$, $b=3$. $c=0$

∴ $y=-x^2+3x$

(3)　$y=2x^2$を平行移動したもので，グラフが点$(1, 3)$を通り，頂点が直線$y=2x-3$上にある。

頂点を$(t, 2t-3)$とおくと

$y=2(x-t)^2+2t-3$

とおける。$(1, 3)$を通るので

$3=2(1-t)^2+2t-3$

整理して

$t^2-t-2=0$.

$(t-2)(t+1)=0$　∴ $t=2, -1$

$t=2$の時

$y=2(x-2)^2+1$

∴ $y=2x^2-8x+9$

$t=-1$の時

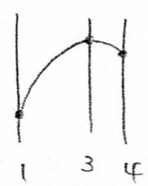
$y=2(x+1)^2-5$

∴ $y=2x^2+4x-3$

8．2次関数$y=-x^2+6x+c$ $(1\leqq x\leqq4)$の最小値が-2となるように，定数cの値を求めよ。

$y=-(x^2-6x)+c$

$=-(x-3)^2+9+c$



グラフより

$x=1$の時最小.

$x=1$の時

$y=-1+6+c=c+5$

∴

$c+5=-2$

$c=-7$