数学演習（２次関数）Ｈ１９．６．２２　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　）

1. 次の２次関数のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。　$y=-3x^2+4x+4$

2. 関数 $y=2x^2+4x+5$　$(-3<x<0)$　に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

3. 放物線 $y=-x^2-5x+6$ を x 軸方向に -3 だけ平行移動し，原点に関して対称移動した後，さらに y 軸方向に2だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

4. (1)　３点 $(1, 4)$, $(3, 2)$, $(-2, -8)$ を通る２次関数を求めよ。

(2)　$y=2x^2+4x-1$ を平行移動した放物線で，２点 $(2, 1)$, $(3, 6)$ を通るものの方程式を求めよ。

5. $x\geqq 0$, $y\geqq 0$, $2x+y=5$ のとき，x^2+y^2 の最大値・最小値とそのときの x, y の値を求めよ。

6. x軸と２点$(-3,\ 0)$，$(1,\ 0)$で交わり，y軸と点$(0,\ 6)$で交わるような放物線をグラフにもつ２次関数を求めよ。

7. ２次関数$y=\dfrac{1}{3}x^2+2x+c$ $(-5\leqq x\leqq 2)$の最大値が$\dfrac{1}{3}$であるように，定数cの値を求めよ。

8. ２次関数$y=\dfrac{1}{2}x^2+2x+3$ $(a\leqq x\leqq a+1)$の最大値･最小値とそのときのxの値を求めよ。

9. ２次関数$y=2x^2-4ax+4a$ $(1\leqq x\leqq 3)$の最大値･最小値とそのときのxの値を求めよ。

10. $a>-3$とする。２次関数$y=-2x^2-4x+1$ $(-3\leqq x\leqq a)$の最大値･最小値とそのときのxの値を求めよ。

11. ２次関数$y=ax^2+bx+c$のグラフをx軸方向に-5，y軸方向に2だけ平行移動した放物線が，点$(1,-1)$を通り，頂点の座標が$(-2,8)$であるとき，定数a，b，cの値を求めよ。

確認テスト（6／22）　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

1. 次の2次関数のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。　$y=-3x^2+4x+4$

5

$y=-3\left(x^2-\frac{4}{3}x\right)+4$

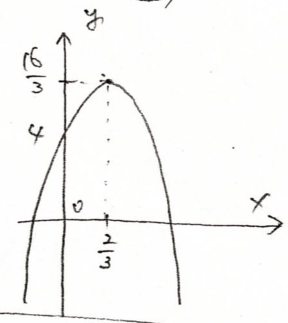
$=-3\left\{\left(x-\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2\right\}+4$

$=-3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+3\cdot\frac{4}{9}+4$

$=-3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{16}{3}$

頂点 $\left(\frac{2}{3},\frac{16}{3}\right)$

軸 $x=\frac{2}{3}$



//

2. 関数 $y=2x^2+4x+5$　$(-3<x<0)$　に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

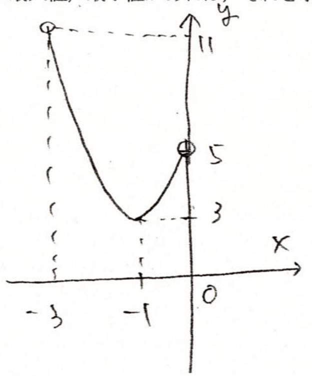
$y=2(x^2+2x)+5$

$=2\{(x+1)^2-1\}+5$

$=2(x+1)^2-2+5$

$=2(x+1)^2+3$

頂点 $(-1,3)$



最小値 3 $(x=-1)$

最大値は存在しない

//

5

3. 放物線 $y=-x^2-5x+6$ を x 軸方向に -3 だけ平行移動し，原点に関して対称移動した後，さらに y 軸方向に2だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

10

$y=-x^2-5x+6$

↓ x 軸方向に -3

$y=-(x+3)^2-5(x+3)+6$

$\therefore y=-x^2-11x-18$

↓ 原点に関して対称移動

$-y=-(-x)^2-11(-x)-18$　　y 軸方向に2

$\therefore y=x^2-11x+18$ ⟶ $y-2=x^2-11x+18$

$\therefore y=x^2-11x+20$ //

4. (1)　3点 $(1,4)$, $(3,2)$, $(-2,-8)$ を通る2次関数を求めよ。

$y=ax^2+bx+c$ とおくと，$(1,4)(3,2)(-2,-8)$ を通るので

$4=a\cdot1^2+b\cdot1+c$

$2=a\cdot3^2+b\cdot3+c$

$-8=a(-2)^2+b(-2)+c$

$\therefore$

$\begin{cases} a+b+c=4 & -① \\ 9a+3b+c=2 & -② \\ 4a-2b+c=-8 & -③ \end{cases}$

②−①より $8a+2b=-2$

$\therefore 4a+b=-1$ −④

②−③より $5a+5b=10$

$\therefore a+b=2$ −⑤

④−⑤より $3a=-3$

$\therefore a=-1$

⑤より $b=3$

①より $c=2$

10

$\therefore y=-x^2+3x+2$ //

(2)　$y=2x^2+4x-1$ を平行移動した放物線で，2点 $(2,1)$, $(3,6)$ を通るものの方程式を求めよ。

$y=2x^2+bx+c$ とおける。

10

$(2,1)(3,6)$ を通るので

$1=2\cdot2^2+b\cdot2+c$

$6=2\cdot3^2+b\cdot3+c$

$\therefore \begin{cases} 2b+c=-7 \\ 3b+c=-12 \end{cases}$

解いて $b=-5$　$c=3$

よって

$y=2x^2-5x+3$ //

5. $x\geqq0$, $y\geqq0$, $2x+y=5$ のとき，x^2+y^2 の最大値・最小値とそのときの x, y の値を求めよ。

10

$y=-2x+5$ であり，ここで $z=x^2+y^2$ とおくと

$y\geqq0$ より

$-2x+5\geqq0$

$\therefore x\leqq\frac{5}{2}$

$x\geqq0$ とあわせて

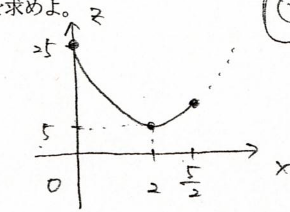
$0\leqq x\leqq\frac{5}{2}$

$z=x^2+(-2x+5)^2$

$=x^2+4x^2-20x+25$

$=5x^2-20x+25$

$=5(x-2)^2+5$



$x=2$ の時 z は最小値5

$x=0$ の時 z は最大値25

$x=2$ の時 $y=-2\cdot2+5=1$

$x=0$ の時 $y=-2\cdot0+5=5$

$\therefore$

$x=2$, $y=1$ の時最小値5，$x=0$, $y=5$ の時最大値25

6. x軸と2点$(-3,\ 0)$，$(1,\ 0)$で交わり，y軸と点$(0,\ 6)$で交わるような放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

(10)

$y=a(x+3)(x-1)$ とおける.

$(0,6)$を通るので

$6=a(0+3)(0-1)$

∴ $6=-3a$ よって $a=-2$

∴ $y=-2(x+3)(x-1)$

$y=-2x^2-4x+6$

7. 2次関数$y=\frac{1}{3}x^2+2x+c$ $(-5\leqq x\leqq 2)$の最大値が$\frac{1}{3}$であるように，定数cの値を求めよ。

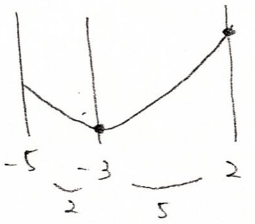
(10)

$y=\frac{1}{3}(x^2+6x)+c$

$=\frac{1}{3}\{(x+3)^2-3^2\}+c$

$=\frac{1}{3}(x+3)^2-3+c$

頂点$(-3,\ -3+c)$



グラフより $x=2$の時最大.

$x=2$の時 $y=\frac{1}{3}\cdot 2^2+2\cdot 2+c=\frac{16}{3}+c$

∴ $\frac{16}{3}+c=\frac{1}{3}$

$c=-5$

8. 2次関数$y=\frac{1}{2}x^2+2x+3$ $(a\leqq x\leqq a+1)$の最大値・最小値とそのときのxの値を求めよ。

(10)

$y=\frac{1}{2}(x^2+4x)+3$

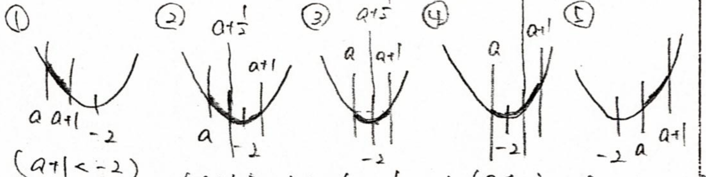
$=\frac{1}{2}\{(x+2)^2-2^2\}+3$

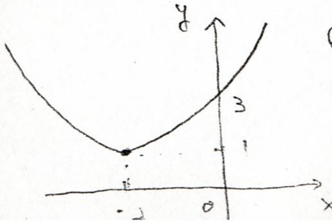
$=\frac{1}{2}(x+2)^2-2+3$

$=\frac{1}{2}(x+2)^2+1$

頂点$(-2,\ 1)$

aと$a+1$の中央は$a+\frac{1}{2}$





aの範囲	最大値	最小値
① $a<-3$	$\frac{1}{2}a^2+2a+3$ $(x=a)$	$\frac{1}{2}a^2+3a+\frac{11}{2}$ $(x=a+1)$
② $-3\leqq a<-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}a^2+2a+3$ $(x=a)$	1 $(x=-2)$
③ $a=-\frac{5}{2}$	$\frac{9}{8}$ $(x=-\frac{5}{2},\ -\frac{3}{2})$	1 $(x=-2)$
④ $-\frac{5}{2}<a\leqq -2$	$\frac{1}{2}a^2+3a+\frac{11}{2}$ $(x=a+1)$	1 $(x=-2)$
⑤ $a>-2$	$\frac{1}{2}a^2+3a+\frac{11}{2}$ $(x=a+1)$	$\frac{1}{2}a^2+2a+3$ $(x=a)$

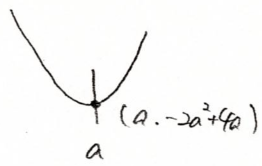
9. 2次関数$y=2x^2-4ax+4a$ $(1\leqq x\leqq 3)$の最大値・最小値とそのときのxの値を求めよ。

(10)

$y=2(x^2-2ax)+4a$

$=2\{(x-a)^2-a^2\}+4a$

$=2(x-a)^2-2a^2+4a$



aのはんい	最大値	最小値
$a<1$	$-8a+18$ $(x=3)$	2 $(x=1)$
$1\leqq a<2$	$-8a+18$ $(x=3)$	$-2a^2+4a$ $(x=a)$
$a=2$	2 $(x=1,\ 3)$	0 $(x=2)$
$2<a\leqq 3$	2 $(x=1)$	$-2a^2+4a$ $(x=a)$
$a>3$	2 $(x=1)$	$-8a+18$ $(x=3)$

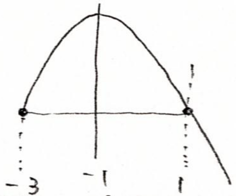
10. $a>-3$とする。2次関数$y=-2x^2-4x+1$ $(-3\leqq x\leqq a)$の最大値・最小値とそのときのxの値を求めよ。

(10)

$y=-2(x^2+2x)+1$

$=-2\{(x+1)^2-1\}+1$

$=-2(x+1)^2+3$



aのはんい	最大値	最小値
$-3<a<-1$	$-2a^2-4a+1$ $(x=a)$	-5 $(x=-3)$
$-1\leqq a<1$	3 $(x=-1)$	-5 $(x=-3)$
$a=1$	3 $(x=-1)$	-5 $(x=-3,\ 1)$
$a>1$	3 $(x=-1)$	$-2a^2-4a+1$ $(x=a)$

11. 2次関数$y=ax^2+bx+c$のグラフをx軸方向に-5，y軸方向に2だけ平行移動した放物線が，点$(1,\ -1)$を通り，頂点の座標が$(-2,\ 8)$であるとき，定数a，b，cの値を求めよ。

(10)

平行移動した後の放物線の方程式は

下線部より

$y=a(x+2)^2+8$

とおけて，点$(1,-1)$を通るので

$-1=a(1+2)^2+8$

$-9=9a$ ∴ $a=-1$

よって $y=-(x+2)^2+8$ (つまり頂点$(-2,8)$)

$y=ax^2+bx+c$を

x軸方向に-5，y軸方向に2

だけ動かしたのが $y=-(x+2)^2+8$.

なので，元の放物線の頂点は

$(3,\ 6)$である

$y=-(x-3)^2+6$

$=-x^2+6x-3$

∴ $a=-1$, $b=6$, $c=-3$